Remarque. — Si la force constante n'était pas perpendiculaire à l'axe de suspension, on pourrait la décomposer en deux autres forces R et R″, l'une perpendiculaire à l'axe, et l'autre parallèle à l'axe ; cette dernière n'ayant aucun effet sur le mouvement oscillatoire, c'est l'intensité R′ de l'autre composante qui entrerait seule dans la formule précédente. On aurait

$$T = \pi\sqrt{\frac{I}{R'a}} \qquad \text{et} \qquad R' = R\sin\beta,$$

β étant l'angle de la direction de la force constante avec la direction de l'axe de rotation.

CHAPITRE V

MESURE DES GRANDEURS MÉCANIQUES ET PHYSIQUES. — SYSTÈME DES UNITÉS ABSOLUES OU SYSTÈME C. G. S. — INSTRUMENTS DE PRÉCISION.

118. **Définitions générales.** — 1° *Unités de mesure, valeur numérique.* — *Mesurer une grandeur* ou une *quantité concrète*, c'est la comparer à une certaine grandeur de même espèce, qu'on appelle *unité de mesure*. Le résultat de cette opération se nomme la *valeur numérique* ou, simplement, la *valeur* de la grandeur mesurée : c'est un *nombre abstrait* qui exprime combien de fois cette grandeur contient l'unité ou une partie aliquote de l'unité.

2° *Relation entre la valeur numérique et l'unité.* — Soit A une quantité concrète (longueur, superficie, volume ou poids) et soit a l'unité de mesure adoptée (mètre, are, litre ou kilogramme) : la valeur n de A sera, par définition, le quotient $\frac{A}{a}$. On a donc

$$n = \frac{A}{a}.$$

Il résulte de cette formule que la valeur d'une grandeur varie *en raison directe* de cette grandeur elle-même et *en raison inverse* de l'unité de mesure. Ainsi la distance de Paris à Vierzon (sur la voie ferrée), mesurée en kilomètres, a pour valeur le nombre 200 ; la distance de Paris à Limoges, qui est exactement double de la précédente, a pour valeur le nombre 400. Et si l'on évaluait ces deux distances à l'aide de la lieue (unité itinéraire *quadruple* du kilomètre), leurs valeurs numériques seraient représentées par 50 et par 100, nombres *quatre fois plus petits*.

3° *Unités arbitraires, système de mesures rationnelles : unités fondamentales et unités dérivées.* — Dans le choix des unités de mesure, on peut ne tenir aucun compte des relations physiques qui existent, ou des relations mathématiques qu'on peut établir, entre les diverses grandeurs à mesurer. On a alors un ensemble d'unités de mesure complètement indépendantes les unes des autres : ce sont des *unités arbitraires*. L'usage de pareilles unités a prévalu en France jusqu'en 1795, et il se perpétue de nos jours dans la plupart des pays étrangers. On peut, au contraire, profiter de ces relations, naturelles ou artificielles, entre les grandeurs d'espèces différentes, pour exprimer toutes les unités de mesure en fonction d'un petit nombre d'entre elles, convenablement choisies. Celles-ci restent seules des unités arbitraires : on les appelle *unités fondamentales ;* toutes les autres s'en déduisent au moyen de *relations* ou de *définitions* aussi simples que possible : on les appelle *unités dérivées*. Ce ne sont donc plus des unités indépendantes, puisqu'elles se rattachent les unes aux autres d'une manière rationnelle. Leur ensemble constitue un système qu'on peut appeler *système de mesures rationnelles*. Tel est le *système des poids et mesures métriques* ou *système métrique* établi en France par la Convention nationale en 1795[1]. Tel est aussi le *système des mesures absolues* ou *système des unités C. G. S.*, introduit dans les sciences physiques, en 1881, par le Congrès international des électriciens.

119. **Avantages généraux d'un système de mesures rationnelles.** — Il suffit de comparer les unités métriques aux anciennes unités françaises ou bien aux unités étrangères actuelles pour faire ressortir la supériorité des mesures rationnelles sur les mesures arbitraires. Dans le système métrique, qui ne comporte que les mesures d'étendue et de forces, il n'y a qu'une unité fondamentale, le *mètre*. Cette seule unité, avec ses multiples et ses sous-multiples décimaux (décamètre, hectomètre, etc. ; décimètre, centimètre, etc.), permet d'évaluer toute espèce de longueurs, depuis les distances microscopiques des cellules jusqu'aux énormes distances des planètes. Toutes les autres unités sont des *unités dérivées*. Leurs valeurs, et leurs noms mêmes, se déduisent du mètre, soit par des définitions géométriques (mètre carré, mètre cube), soit par des définitions arbitraires, mais très simples (gramme). Et, comme celles-ci comportent les mêmes multiples et sous-multiples décimaux que l'unité fondamentale, elles suffisent amplement pour toutes les mesures d'étendue à deux dimensions

1. Loi du 18 germinal an III.

(surfaces, superficies), d'étendue à trois dimensions (volumes, capacités, solidités), ainsi que de poids et de forces. Le système métrique a donc remplacé par deux mots nouveaux et quelques mots composés, qui dérivent simplement et logiquement de ceux-ci, la terminologie prolixe, confuse et incohérente des anciennes mesures françaises (toise, pied, pouce, ligne, perche, arpent, boisseau, setier, livre, grain, etc., etc.), ainsi que des mesures étrangères (pouce, pied, yard, fathom, mille, acre, pinte, gallon, grain, once, livre, etc., etc.). C'est un perfectionnement comparable à ceux qui furent introduits dans l'arithmétique par la numération décimale, et dans la chimie moderne par la nomenclature de Lavoisier.

Ce n'est pas le seul avantage des systèmes de mesures rationnelles, dont le système métrique nous sert de type. En effet, la réduction des unités de mesure en fractions d'unité et la réduction inverse sont des opérations assez compliquées, lorsqu'il s'agit de mesures arbitraires. Elles nécessitent des calculs analogues à ceux de la conversion des degrés en minutes et secondes d'arc. Rien de plus simple, au contraire, avec les unités métriques, puisque toutes les mesures sont exprimées par des nombres entiers ou par des nombres décimaux qu'on peut soumettre directement aux opérations de l'arithmétique.

On peut enfin, par un choix convenable des *unités dérivées*, introduire dans les formules principales de la science les mêmes simplifications que dans les calculs. Empruntons encore un exemple au système métrique.

On sait, d'après un théorème de géométrie bien connu, que *le rapport des aires de deux rectangles est égal au produit des rapports de leurs côtés*. Si donc on désigne par S, a et b l'aire et les côtés du premier rectangle, par σ, α et β ceux du second, le théorème sera exprimé par l'égalité

$$\frac{S}{\sigma} = \frac{a}{\alpha} \times \frac{b}{\beta}.$$

Supposons que σ soit précisément l'unité de surface, mais une *unité arbitraire*, par exemple un rectangle ayant 7 mètres sur 5 mètres. (On aurait alors $\sigma = 35^{mq}$, ce qui est à très peu de chose près la surface d'une ancienne mesure agraire, la *perche de Paris*[1]). Si les côtés sont exprimés en mètres, la formule qui

1. La *perche de Paris* valait exactement 324 pieds carrés, qui équivalent à $34^{mq},19$.

exprimera l'aire d'un rectangle ayant pour côtés a et b sera

$$S = \sigma . \frac{a}{\alpha} \times \frac{b}{\beta}.$$

Mais si l'on adopte l'unité métrique de surface, c'est-à-dire le carré de 1 mètre de côté, on aura alors

$$\sigma = 1, \qquad \alpha = 1 \qquad \text{et} \qquad \beta = 1,$$

et

$$S = ab,$$

formule simple, qu'on pourra énoncer simplement en disant que *l'aire d'un rectangle est égale au produit de sa base par sa hauteur*.

120. **Insuffisance du système métrique. Nécessité d'un système de mesures absolues : système de Gauss et système C. G. S.** — Nous savons que le système métrique ne comporte que des unités d'étendue et des unités de poids : il ne peut donc pas suffire à l'évaluation de toutes les grandeurs que l'on considère en mécanique et en physique. Il présente un inconvénient encore plus grave : c'est de n'avoir pas été universellement adopté par toutes les nations civilisées. Aussi les savants étrangers ont-ils employé dans leurs travaux des unités de mesure différentes des unités métriques et différentes entre elles. C'était tantôt, comme en France, le mètre pour l'étendue, le gramme pour les forces et la seconde pour le temps; tantôt le millimètre, le milligramme et la seconde; tantôt le centimètre, le gramme et la seconde; tantôt le pied, le grain et la seconde; tantôt le centimètre, le gramme et la minute. Quelquefois même on a mêlé ces unités : ainsi l'on a exprimé l'aire d'un plateau en mètres carrés et son épaisseur en millimètres[1]. Il est résulté de cette multiplicité de mesures que les mêmes formules ont été écrites, en divers pays, avec des coefficients différents, et que des résultats d'expériences identiques ont été exprimés par des nombres bien distincts. Pour n'en citer qu'un exemple, la même valeur de g qui est représentée en France par le nombre 9,80 (unités métriques) était représentée en Angleterre par le nombre 32,2 (pied anglais et seconde). Par suite, la lecture des mémoires scientifiques, rendue déjà si difficile par l'usage des langues étrangères, s'est déplorablement compliquée par l'emploi de ces unités différentes et par la nécessité de réduire tous les résultats numériques à une échelle commune.

1. Everett, *Unités et constantes physiques*.

Ce fut Gauss qui proposa le premier d'établir un système de mesures rationnelles, qui, à défaut de langue scientifique universelle, deviendrait un système de mesures universel et supprimerait tous les inconvénients des systèmes arbitraires ou nationaux. Le système de Gauss était fondé sur trois *unités fondamentales*, indépendantes :

1° Une *unité de temps*, la seconde;

2° Une *unité d'étendue*, le millimètre;

3° Une *unité de masse*, la masse du milligramme, c'est-à-dire la masse d'un corps qui pèserait dans le vide un milligramme.

Toutes les autres grandeurs de la mécanique et de la physique étaient mesurées à l'aide d'*unités dérivées*, rationnellement déduites des précédentes. L'ensemble de ces unités rationnelles fut appelé par Gauss *système d'unités absolues*, parce que les mesures faites à l'aide de ces unités ne dépendaient plus des unités arbitraires particulières à chaque pays.

Gauss n'avait eu en vue, en proposant son système, que le développement et la généralisation des observations magnétiques dans tous les pays civilisés. L'Association Britannique pour l'avancement des sciences reprit l'idée de Gauss pour l'étendre à la mesure de toutes les constantes de la physique, et en particulier aux constantes de l'électricité. Elle proposa, dès 1852, un *système d'unités absolues*, peu différent de celui de Gauss, qui fut adopté en 1865 par la Société royale de Londres. C'est le même système qui fut discuté et précisé en 1881 par le Congrès des électriciens, et définitivement consacré sous le nom de *système des unités absolues* ou système C.G.S. Cette dernière appellation est une abréviation des mots *Centimètre-Gramme-Seconde*, noms des trois unités fondamentales adoptées dans ce système.

Il convient d'adopter ce système de mesures, malgré les nombreuses imperfections de détail qu'il comporte, et que nous signalerons au fur et à mesure des définitions. En conséquence, nous indiquerons désormais les valeurs de toutes les constantes de la physique, d'abord en unités vulgaires du système métrique, et puis en unités scientifiques du système C.G.S.

121. **Exposé du système C. G. S.** — On appelle *système C.G.S.* l'ensemble des unités de mesure rationnelles, dites *unités absolues* ou *unités C. G. S.* On peut les subdiviser en trois catégories : les *unités fondamentales*, les *unités dérivées* et les *unités secondaires*.

I. Unités fondamentales. — Ce sont les unités de mesure arbitraires et indépendantes d'où l'on peut dériver toutes les autres, et qui sont, par conséquent, comme les *fondements* du système tout entier. Trois unités suffisent pour exprimer toutes les autres. Ce sont :

Une longueur définie, le *centimètre*,
Une masse définie, la *masse du gramme*,
Un intervalle de temps défini, la *seconde*[1].

C'est avec les premières lettres C, G et S de ces trois unités qu'on a formé le symbole caractéristique de ce système.

1° *Unité de longueur C.G.S. : centimètre.* — Le centimètre se définit *théoriquement :* la centième partie du *mètre théorique*, c'est-à-dire de la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre. Mais, comme il existe une petite différence entre le mètre théorique et la règle en platine déposée aux Archives sous le nom de *mètre-étalon*, c'est la *centième partie* de ce *mètre-étalon* qui a été prise pour unité de longueur dans le système C.G.S.

2° *Unité de masse C.G.S. : gramme-masse.* — Un poids défini ne pouvait servir d'unité fondamentale de force pour un système de mesures international, parce que, comme nous l'avons vu précédemment, le poids d'une masse déterminée est variable avec la latitude (en vertu de la formule $p = mg$). Cet inconvénient, signalé par Gauss, le conduisit à prendre pour unité fondamentale une *masse définie*, qui est une grandeur invariable, indépendante de la latitude, *absolue*, comme il disait : il choisit la *masse du gramme*, c'est-à-dire la masse d'un corps qui pesait 1 gramme dans le vide sous la latitude de Heidelberg. C'est cette même unité qui a été adoptée dans le système C.G.S. Les Anglais l'appellent *gramme* tout court; mais en France nous sommes obligés de la nommer *masse du gramme* ou *gramme-masse*, à cause du sens spécial que possède le mot *gramme* dans notre système métrique[2].

1. Ce choix particulier est une affaire de convenance plutôt que de nécessité; car trois unités indépendantes suffisent en théorie pour fonder tout le système. Par exemple, on aurait pu prendre :

Une masse définie,
Une quantité d'énergie définie,
Une densité définie.

(Everett, *Unités et constantes physiques.*)

2. Cette obligation est une objection grave contre le choix du mot *gramme* pour désigner l'unité de masse dans un système de mesures *international*. En effet, ce mot ayant déjà en France un sens précis et usuel, il est impossible de l'adopter tel quel, sous peine de confusion et d'obscurité. On est donc amené à employer le mot barbare de *gramme-masse* pour désigner le *gramme C. G. S.* et le mot *gramme-poids*, qui est un pléonasme, pour désigner l'unité de poids du système métrique. Le même inconvénient ne s'est pas produit dans la langue anglaise, puisque le mot *gramme* y était complètement étranger.

Le *gramme-masse* se définit théoriquement : la *millième partie* de la masse de 1 *kilogramme théorique*, le kilogramme théorique étant lui-même le poids de 1 décimètre cube d'eau pure à 4°, pesé dans le vide, à Paris. Mais le lingot de platine qui a été fondu pour réaliser le kilogramme théorique et qui est déposé aux Archives sous le nom de *kilogramme-étalon*, a une masse un peu inférieure à la masse théorique [1] : c'est donc *la millième partie de la masse du kilogramme-étalon* qui a été prise pour unité de masse C. G. S.

3° *Unité de temps C. G. S. : seconde.* — On a adopté l'unité de temps la plus généralement employée jusqu'alors, c'est-à-dire la *seconde* de temps moyen. On définit la *seconde :* la quatre-vingt-six mille quatre centième partie ($\frac{1}{86400}$) du *jour solaire moyen.*

II. Unités dérivées. — Toutes les grandeurs mécaniques et physiques peuvent être mesurées à l'aide d'unités *dérivées* des précédentes. Nous ne définirons actuellement que les unités des grandeurs déjà étudiées précédemment; nous définirons les autres au fur et à mesure qu'elles se présenteront dans le développement de cet ouvrage.

1° *Unité de surface C. G. S. : centimètre carré.* — Il se définit, comme dans le système métrique, *le carré de 1 centimètre de côté.* C'est donc le carré qui a pour côté l'unité de longueur C. G. S.

2° *Unité de volume C. G. S. : centimètre cube.* — C'est *le cube ayant pour côté 1 centimètre*[2], c'est-à-dire l'unité de longueur C. G. S.

3° *Unité de vitesse C. G. S.* — C'est *la vitesse d'un mobile, animé d'un mouvement uniforme, qui parcourt 1 centimètre en 1 seconde* (c'est-à-dire l'unité de longueur dans l'unité de temps).

L'unité de vitesse n'a pas reçu de nom particulier : on l'appelle simplement *unité de vitesse C. G. S.*, pour la distinguer des unités de vitesse qu'on a définies à l'aide d'autres unités de longueur et de temps.

4° *Unité d'accélération C. G. S.* — C'est *un accroissement de vitesse de 1 centimètre par seconde* (c'est-à-dire de l'unité de

1. D'après des recherches récentes, 1 centimètre cube d'eau pure à 4° a pour masse 1,0000013 (C. G. S.). C'est à la température de 2°,85 ou à celle de 5°,15 que sa masse devient égale à l'unité G. G. S.

2. Grâce au choix du centimètre comme unité C. G. S., il se trouve que la *densité C. G. S.* de l'eau pure (c'est-à-dire la masse du centimètre cube) est égale à l'*unité*, tandis que, dans le système métrique, où l'unité de volume est le décimètre cube, cette densité est égale à 1 000 000. C'est pour cela qu'on a adopté le centimètre et le gramme, plutôt que le mètre et le gramme

vitesse C. G. S. par unité de temps C. G. S.), dans un mouvement uniformément accéléré.

Cette unité n'a pas reçu de nom particulier : on l'appelle simplement *unité d'accélération C. G. S.*

Ainsi l'accélération de la pesanteur à Paris, qui est représentée par le nombre 9,8096 en unités métriques, est égale à 980,96 en unités d'accélération C. G. S. Les formules qui donnent l'accélération et la longueur du pendule à secondes, à la latitude λ et à l'altitude z, deviennent, dans le système C. G. S. :

$$G_{\lambda,z} = 980{,}61 - 2{,}539 \cos 2\lambda - 0{,}000003\, z,$$
$$L_{\lambda,z} = 99{,}357 - 0{,}2573 \cos 2\lambda - 0{,}0000003\, z.$$

5° *Unité de force C. G. S. : dyne.* — C'est *la force* (constante en grandeur et en direction) *qui, en agissant sur l'unité de masse C. G. S., lui imprime l'unité d'accélération C. G. S.* Cette unité de force C. G. S. a reçu le nom particulier de *dyne* (de δύναμις, puissance, force).

A Paris le *gramme-poids* (c'est-à-dire le poids de 1 gramme métrique) imprime à l'unité de masse C. G. S. (c'est-à-dire à sa propre masse) une accélération égale à 980,96; donc, en vertu du principe de la proportionnalité des forces aux accélérations, on a

$$\frac{1\ \text{(gramme-poids)}}{1\ \text{(dyne)}} = \frac{980{,}96}{1} = 980{,}96.$$

Le gramme-poids vaut donc 980,96 dynes.

Par suite, la dyne vaut, en unités métriques, $\frac{1}{980{,}96}$ de gramme-poids, c'est-à-dire environ 1 *milligramme-poids*. L'unité de force C. G. S. est donc une force assez faible.

La valeur du gramme-poids (en dynes) varie avec la latitude, tandis que la dyne a une valeur constante. Ainsi le gramme-poids vaut $980^d{,}61$ à la latitude de 45°, et $978^d{,}10$ sous l'équateur.

6° *Unité de travail C. G. S. : erg.* — C'est *le travail effectué par une dyne qui déplace son point d'application de 1 centimètre dans sa propre direction.* On lui a donné le nom particulier de *erg* (de ἔργον, travail) [1].

1. En introduisant ce mot dans la langue française, on aurait dû en modifier l'orthographe et la prononciation, qui sont antifrançaises. L'un des mots *ergie*, *ergone* ou *ergue* eût été préférable au point de vue de la correction et de l'euphonie. Une bonne raison aurait pu faire adopter ce dernier : c'est qu'il existe déjà dans la langue, puisque le mot français *exergue* vient également de ἐξ et ἔργον.

L'erg est aussi une unité très petite par rapport au kilogrammètre. En effet, la force de 1 kilogramme-poids valant 1000 grammes-poids, c'est-à-dire 980 960 dynes, et 1 mètre valant 100 centimètres, le produit de ces deux nombres, qui représente le travail de 1 kilogrammètre, est égal à $980\,960 \times 100$ ergs. Par conséquent un *erg* vaut $\frac{1^{kgm}}{98\,096\,000}$, environ *un cent-millionième* de kilogrammètre.

On peut encore mieux se rendre compte de la petitesse de l'erg, en remarquant que c'est le travail effectué par une force à peu près égale à 1 milligramme qui déplace son point d'application de 1 centimètre.

Remarque. — L'unité de travail est en même temps l'*unité d'énergie*, soit que l'on considère l'énergie à l'état potentiel, soit qu'on la considère à l'état cinétique (principe de l'équivalence du travail et de l'énergie).

7° *Unité de puissance C. G. S.* — Nous avons vu précédemment (74, 3°) que l'unité industrielle de travail ou unité de Watt, c'est-à-dire le *cheval-vapeur*, s'appelait encore *unité de puissance*. On appelle puissance d'une machine ou d'un moteur la quantité de travail qu'il peut fournir dans l'unité de temps [1].

L'unité de puissance C. G. S. est *la puissance d'un moteur qui fournit un erg par seconde*. Cette unité n'a pas reçu de nom particulier : on l'appelle simplement *unité de puissance C. G. S.*

Cette unité, de même que l'erg, est d'une petitesse extrême par rapport à l'unité métrique. Pour s'en rendre compte, il suffit de calculer la valeur du cheval-vapeur en unités C. G. S. Nous avons vu précédemment que 1 kilogrammètre vaut 98 096 000 ergs; par suite, 1 cheval-vapeur vaut $75 \times 98\,096\,000$ ergs, ce qui fait 7 357 200 000 ergs : par conséquent, un moteur qui fournit 75 kilogrammètres par seconde fournit 7 357 200 000 ergs par seconde; il a donc une puissance de 7 357 200 000 unités C. G. S. Inversement, l'unité de puissance C. G. S. est égale à

$$\frac{1 \text{ cheval-vapeur}}{7\,357\,200\,000},$$

environ *un sept-milliardième* de cheval-vapeur [2].

1. Cette grandeur caractérise une source de travail ou d'énergie par son débit; elle a une grande importance au point de vue du prix de revient du travail effectué : c'est donc un coefficient *industriel* plutôt que *scientifique*.

2. Évaluée avec cette unité, la puissance d'une *mouche* vaudrait *plusieurs unités*, celle d'un homme de peine en vaudrait *plus d'un milliard* et celle d'un cheval de trait près de *deux milliards et demi*

III. Inconvénient pratique des systèmes d'unités absolues : unités secondaires. — La comparaison des unités C. G. S. aux unités ordinaires du système métrique met en lumière un inconvénient commun à tous les systèmes d'unités absolues : c'est que l'emploi de ces unités conduit souvent, dans la pratique, à des nombres extrêmement grands ou extrêmement petits, qui sont aussi incommodes à écrire qu'à énoncer.

Le système métrique n'était pas exempt de ce défaut. Le mètre, qui est d'un usage commode pour mesurer les longueurs usuelles, telles que la taille d'un homme, la largeur d'une place, la hauteur d'un édifice, ne convient plus ni pour les grandeurs astronomiques ni pour les grandeurs microscopiques. Ainsi la distance moyenne des centres de gravité de la Terre et de la Lune est égale environ à 60 rayons terrestres moyens [1], et le diamètre moyen des molécules a été évalué approximativement à $0^{micron},005$. Mesurées en mètres, ces grandeurs seraient représentées, l'une par le nombre 382 254 000, et l'autre par le nombre 0,000000005.

Mais cet inconvénient n'avait pas échappé aux fondateurs du système métrique, et ils avaient donné le moyen d'y remédier par la création des multiples et sous-multiples de l'unité fondamentale et des unités dérivées. Le kilomètre et le myriamètre, l'hectogramme et le kilogramme, etc. servent à exprimer commodément les grandes distances ou les poids considérables; le millimètre et le dix-millimètre, le centigramme et le milligramme, etc. servent pour les faibles longueurs ou les petits poids. Ces unités auxiliaires, qui remplacent l'unité fondamentale ou les unités dérivées dans l'évaluation de certaines grandeurs, s'appellent des *unités secondaires*. Le kilogramme, le myriamètre, le milligramme et le millimètre sont des unités secondaires métriques, dont les noms sont formés d'après une règle simple et générale, qui consiste à placer devant le nom de l'unité principale, soit les préfixes d'origine grecque : *déca*, dix; *hecto*, cent; *kilo*, mille, et *myria*, dix mille, soit les préfixes d'origine latine : *déci*, dixième; *centi*, centième et *milli*, millième. Parmi ces unités secondaires, quelques-unes étant exclusivement employées pour la mesure de grandeurs spéciales, l'usage leur a imposé des noms vulgaires spéciaux, plus courts et par suite plus commodes à prononcer que les noms réguliers. C'est ainsi que les unités usuelles de superficie (mesures agraires), de capacité (liquides) et de solidité (bois de chauffage), qui sont le *décamètre carré*, le *décimètre cube* et le *mètre cube*, ont pris les noms d'*are*, de *litre* et de *stère*. On a même adopté certains multi-

1. Exactement 60,2734 rayons équatoriaux.

ples ou sous-multiples réguliers de ces unités secondaires, par exemple : l'*hectare*, le *décalitre*, le *décistère*.

Les fondateurs du système C. G. S. ont emprunté au système métrique l'emploi des unités secondaires, ainsi que la règle de leur formation ; ils ont simplement ajouté aux préfixes métriques deux préfixes nouveaux : *méga* (de μέγας, grand), qui veut dire un million, et *micron* (de μικρός, petit), un millionième. Ainsi un *mégamètre* désigne une unité secondaire de longueur valant 1 million de mètres et le *micromètre* une unité secondaire valant un millionième de mètre [1].

De même, la dyne et l'erg, qui sont des unités dérivées trop petites pour la pratique, seront avantageusement remplacés par des unités secondaires, soit la *kilodyne* ou la *mégadyne*, qui valent à peu près 1 gramme ou 1 kilogramme, soit le *mégerg*, qui vaut à peu près 1 centième de kilogrammètre [2]. On voit que si l'on donnait un nom spécial à la *centaine de mégergs*, on aurait une unité secondaire convenable pour évaluer, dans l'industrie, la puissance des machines.

Remarque. — *Notation du système C. G. S.* — La commission des unités C. G. S. a aussi prévu le cas où, malgré l'emploi d'unités secondaires, on serait conduit à des nombres trop grands ou trop petits et elle a indiqué un moyen simple et commode de les écrire. On met chaque nombre sous la forme d'un produit de deux facteurs, dont l'un est une puissance de 10 choisie de telle manière que l'autre facteur soit inférieur à 10. On aura en général $N = K.10^n$. On écrira, par exemple, que

1 kilogrammètre vaut $0^{erg},98096 \times 10^8$,
1 cheval-vapeur — $0,75372 \times 10^{10}$ *unités de puissance C. G. S.*

Cette notation est avantageuse pour les calculs logarithmiques, car l'exposant de la puissance de 10 est précisément égal à la caractéristique, positive ou négative, du logarithme du nombre N.

122. **Conversion des mesures rationnelles en mesures absolues : dimensions et équations de dimensions.** — Étant donnée une grandeur exprimée en unités rationnelles quelconques, métriques ou étrangères, on peut avoir besoin de la convertir en unités C. G. S. Le problème consiste à passer de la première valeur numérique à la seconde, et l'on aura à le résoudre aussi longtemps que le système des unités C. G. S. ne sera pas entré dans les habi-

1. A cause du sens spécial que le mot micromètre possédait antérieurement, les micrographes qui se servent de cette unité secondaire l'appellent ordinairement *micron*.

2. Cette règle s'applique naturellement à l'unité de masse C. G. S., le gramme-masse ; mais elle ne s'applique pas à l'unité de longueur, le centimètre, dont les unités secondaires (le déca-centimètre, l'hecto-centimètre, etc.) avaient déjà les noms spéciaux et usuels de décimètre, mètre, etc., ni à l'unité de temps C. G. S., la seconde, dont les multiples usuels (minute, heure, jour, mois, année) sont d'un usage si répandu et si commode, qu'on ne pouvait songer à les supprimer.

tudes scientifiques de tous les pays. La solution est fondée sur la définition même des valeurs numériques. En effet, la formule

[1] $$n = \frac{A}{a}$$

donne la valeur numérique d'une grandeur A évaluée à l'aide d'une première unité *a*. Si l'on évalue la même grandeur avec une autre unité *a'*, on aura évidemment une nouvelle valeur numérique *n'*, donnée par la formule

[2] $$n' = \frac{A}{a'}.$$

En divisant ces deux équations membre à membre, il vient

$$\frac{n}{n'} = \frac{\frac{A}{a}}{\frac{A}{a'}} = \frac{a'}{a}, \qquad \text{d'où} \qquad n = n'\frac{a'}{a}.$$

Ainsi, *la nouvelle valeur numérique* n *est égale au produit de l'ancienne valeur* n' *par le rapport inverse des deux unités successivement employées.*

Le problème est donc ramené à trouver, dans chaque cas, le rapport $\frac{a'}{a}$, c'est-à-dire le rapport de l'unité vulgaire, employée dans la première mesure, à l'unité C. G. S. correspondante. Ce rapport se calculera aisément si l'on connait l'*équation des dimensions* des unités dérivées employées.

Dimensions d'une unité dérivée. — On considère, en géométrie, trois catégories de grandeurs : les grandeurs à *une* dimension (lignes), les grandeurs à *deux* dimensions (surfaces) et les grandeurs à *trois* dimensions (solides). On a vu, par exemple, que l'aire d'une surface s'exprime en fonction du produit de ses deux dimensions, et le volume d'un solide en fonction du produit de ses trois dimensions. On a pour l'aire d'un rectangle, $S = ab$; pour un carré, $S = a^2$; pour un cercle, $S = \pi R^2$; on a de même, pour le volume d'un parallélipipède rectangle, $V = abc$; pour un prisme droit à base carrée, $V = a^2c$; pour un cube, $V = a^3$; pour une sphère, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Si l'on choisit les plus simples de ces équations pour définir soit l'unité de surface, soit l'unité de volume, on pourra écrire les *équations de définition* suivantes :

unité de surface = (unité de longueur)^2,
unité de volume = (unité de longueur)^3,

ou bien, en désignant par A, par U et par L les unités

$$A = L^2 \qquad \text{et} \qquad U = L^3.$$

Ces équations montrent que 1° l'unité de surface *varie proportionnellement au carré* de l'unité de longueur, et que 2° l'unité de volume *varie proportionnellement au cube* de l'unité de longueur.

Ainsi l'unité de la grandeur à deux dimensions est une *unité dérivée*, du 2e degré par rapport à l'*unité fondamentale* de longueur, et l'unité de la grandeur à trois dimensions est une *unité dérivée*, du 3e degré par rapport à l'unité fondamentale de longueur. C'est de là qu'on est parti pour définir ce qu'on a appelé les *dimensions* dans le système C. G. S.

On *a cru commode* de dire que toute unité dérivée *qui est du 2e degré* par

rapport à l'unité fondamentale, c'est-à-dire *qui varie proportionnellement à la 2e puissance* de cette unité fondamentale, a *deux dimensions* (ou que sa dimension est 2) par rapport à l'unité fondamentale ; et, en général, que toute unité dérivée qui est du degré n par rapport à l'unité fondamentale, a n *dimensions* (ou que sa dimension est n) par rapport à l'unité fondamentale.

Par exemple, une vitesse v s'obtient, dans un mouvement uniforme, en divisant l'espace parcouru l par le temps θ employé à le parcourir, de sorte qu'on a $v = \frac{l}{\theta}$. C'est cette relation qui sert à définir l'unité de vitesse C. G. S. : on dit que l'unité de vitesse V est celle du mobile qui parcourt uniformément l'unité de longueur L dans l'unité de temps T. On a donc entre ces trois unités la relation $V = \frac{L}{T}$, qu'on peut écrire aussi, d'après une notation usitée en algèbre, $V = L.T^{-1}$. D'après cette équation, on dira que la vitesse est de la dimension 1 par rapport à l'unité de longueur et de la dimension (—1) par rapport à l'unité de temps.

Formules de définition. — Équations des dimensions. — L'équation $v = \frac{l}{\theta}$, qui nous a servi à trouver les *dimensions* de l'unité de vitesse, est ce qu'on appelle la *formule de définition* de l'unité de vitesse. Chaque unité dérivée, dans un système d'unités absolues, se rattache aux unités fondamentales au moyen d'une relation analogue. Tantôt cette relation exprime analytiquement une définition, tantôt elle exprime quelque propriété géométrique ou mécanique, ou bien encore une loi physique.

L'équation $v = \frac{l}{\theta}$ convient à l'unité de vitesse comme à toute vitesse : nous en avons conclu que l'unité de vitesse varie proportionnellement à l'espace parcouru, c'est-à-dire à l'unité de longueur, et en raison inverse de l'unité de temps, c'est-à-dire de la seconde. On exprime habituellement ce rapport des unités par l'équation

$$\text{unité de vitesse} = \frac{\text{unité de longueur}}{\text{unité de temps}},$$

qu'on écrit encore, par abréviation,

$$\text{vitesse} = \frac{\text{longueur}}{\text{temps}},$$

ou encore

$$V = \frac{L}{T} = LT^{(-1)},$$

en désignant par V, L et T les trois unités.

Sous cette dernière forme, la formule de définition est appelée l'*équation des dimensions* de la vitesse.

Nous avons conclu de cette relation que l'unité de vitesse est de la dimension 1 par rapport à l'unité de longueur et de la dimension (—1) par rapport à l'unité de temps. Les dimensions de chaque unité dérivée sont déterminées au moyen d'une équation analogue, qu'on déduit, de la même manière, de sa formule de définition.

Exemple d'une conversion d'unités. — *Soit, par exemple, une vitesse* v' *exprimée à l'aide d'une unité de vitesse* V' *dans un système d'unités rationnelles dont les unités fondamentales sont une longueur* L' *et une unité de temps* T', *différentes des unités fondamentales C. G. S. ; on demande d'exprimer cette vitesse en unités C. G. S.*

Soit v la valeur numérique C. G. S. On a, d'après ce que nous avons dit ci-dessus (121),

$$v = v' . \frac{V'}{V}.$$

On connaît v', reste à trouver le rapport $\frac{V'}{V}$. Or on a, d'après l'équation des dimensions de l'unité de vitesse,

$$V = \frac{L}{T} \quad \text{et} \quad V' = \frac{L'}{T'}.$$

En divisant membre à membre, il vient

$$\frac{V'}{V} = \frac{\frac{L'}{T'}}{\frac{L}{T}} = \frac{L'}{L} \times \frac{T}{T'},$$

d'où enfin

$$v = v' . \frac{L'}{L} \frac{T}{T'}.$$

Exemple numérique. — Supposons que v' soit la vitesse d'un train de chemin de fer qui fait 60 kilomètres à l'heure, uniformément. Soit à évaluer sa vitesse en unités C. G. S. On aura, d'après la formule précédente,

$$v = 60 \times \frac{L'}{L} \times \frac{T}{T'}.$$

Or

$$\frac{L'}{L} \quad \text{c'est} \quad \frac{60^{km}}{1^{cm}} = \frac{60\,000\,00^{cm}}{1^{cm}} = 60\,000\,00$$

et

$$\frac{T}{T'} \quad \text{c'est} \quad \frac{1^s}{1^h} = \frac{1^s}{3600^s} = \frac{1}{3600}.$$

En substituant ces valeurs numériques, il vient

$$v = 60 \times 60\,000\,00 \times \frac{1}{3600} = 100\,000.$$

Remarque. — Le problème réciproque se résoudrait de la même manière. On convertirait une valeur numérique, obtenue dans un certain système d'unités absolues, en la valeur numérique correspondante dans un autre système quelconque d'unités absolues (*en supposant que les deux systèmes ne diffèrent entre eux que par la grandeur des unités fondamentales*).

123. Dimensions et équations des dimensions des principales unités mécaniques dérivées. — On pourra résoudre tous les problèmes de ce genre, quelle que soit l'unité dérivée en jeu, pourvu qu'on en connaisse les dimensions. Voici donc les équations correspondantes à toutes les unités mécaniques ci-dessus définies.

1° Unité de surface C. G. S. (unité dérivée).

Formule de définition : $\frac{s}{s'} = \frac{a^2}{a'^2}$.

Pour $a' = 1$, on a $s' = 1$; donc *l'unité de surface C. G. S. est le carré de 1 centimètre de côté.*

Équation des dimensions — L'aire est égale au carré de l'une de ses dimensions, c'est-à-dire au carré d'une longueur. On a donc

$$\text{unité d'aire} = (\text{unité de longueur})^2$$

ou bien

$$A = L^2.$$

Dimensions : L'unité de surface est donc de la dimension 2 par rapport à la longueur et de la dimension 0 par rapport aux deux autres unités.

2° Unité de volume C. G. S.

Formule de définition :

$$\frac{V}{V'} = \frac{a^3}{a'^3}.$$

Pour $a' = 1$, on a $V' = 1$: donc *l'unité de volume est le cube de 1 centimètre de côté.*

Équation des dimensions. — L'unité de volume est égale au cube de l'une de ses dimensions, c'est-à-dire au cube de l'unité de longueur. On a donc

$$\text{unité de volume} = (\text{unité de longueur})^3,$$

ou bien

$$V = L^3.$$

Dimensions : Elles sont : 3 par rapport à la longueur, 0 par rapport aux deux autres unités fondamentales.

3° Unité de vitesse C. G. S.

Formule de définition :

$$v = \frac{e}{\theta}.$$

Équation des dimensions :

$$V = \frac{L}{T} = LT^{-1}.$$

Dimensions : 1 par rapport à la longueur, — 1 par rapport au temps, 0 par rapport à la masse.

4° Unité d'accélération C. G. S.

Formule de définition : $v - v_0 = \gamma\theta$, d'où $\gamma = \dfrac{v - v_0}{\theta}$.

Équation des dimensions : On voit, d'après la formule, que l'accélération est proportionnelle à une différence de vitesse, c'est-à-dire à une vitesse ou à $\frac{L}{T}$, et inversement proportionnelle à un temps, c'est-à-dire à T. On a donc

$$G = \frac{\frac{L}{T}}{T} = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}.$$

Dimensions : 1 (longueur), — 2 (temps), 0 (masse).

5° Dyne.

Formule de définition :

$$f = m\gamma.$$

Équation des dimensions : La force est proportionnelle à une masse et à une accélération. On a donc

$$F = MG = \frac{ML}{T^2} = MLT^{-2}.$$

Dimensions : 1 (longueur), — 2 (temps) et 1 (masse).

6° Erg.

Formule de définition :

$$w = fe.$$

Équation des dimensions : Le travail est proportionnel à une force et à un chemin parcouru. On a donc

$$W = FL = \frac{ML}{T^2} \cdot L = \frac{ML^2}{T^2} = ML^2T^{-2}.$$

Dimensions : 2 (longueur), — 2 (temps), 1 (masse).

7° Unité de puissance C. G. S.

Formule de définition :

$$p = \frac{w}{\theta}.$$

Équation des dimensions : On voit que la puissance varie en raison directe du travail et en raison inverse du temps. On a donc

$$P = \frac{W}{T} = \frac{ML^2}{T^3} = ML^2T^{-3}.$$

Dimensions : 2 (longueur), — 3 (temps), 1 (masse).

MESURE DES GRANDEURS FONDAMENTALES.

124. Généralités sur les mesures et les instruments de précision. — Presque toutes les mesures qu'on a à effectuer en physique peuvent se ramener à des mesures de longueur, de masse et de temps, grandeurs fondamentales du système C. G. S. Ainsi les mesures d'étendue se réduisent à des mesures de lignes, puisque la surface et le volume d'un solide quelconque peuvent s'exprimer géométriquement en fonction de ses dimensions linéaires[1]. De même les mesures de forces se réduisent à des mesures de masses, puisque les forces se comparent aux poids et que ceux-ci s'expriment en fonction des masses et de l'accélération de la pesanteur ($P = Mg$). Comme les mesures scientifiques exigent une grande exactitude, on a dû construire des instruments spéciaux pour les effectuer : c'est ce qu'on appelle les *instruments de précision*. Ces instruments se rapportent donc à trois types principaux.

I. *Instruments de mesure* pour les *dimensions linéaires* (longueurs, largeurs, épaisseurs, hauteurs). Ce sont :

1° La *règle divisée*, vulgairement appelée *mètre* ;
2° Le *vernier* rectiligne et le *vernier* circulaire ;
3° Le *comparateur* ;
4° Le *sphéromètre* ;
5° Le *cathétomètre* ;

1. Dans certains cas, il est nécessaire de mesurer directement soit la surface, soit le volume des corps. On emploie alors des instruments spéciaux, le *planimètre*, dont nous ne parlerons pas, et la *balance*, que nous étudierons plus loin.

6° Le *levier à réflexion;*
7° Le *micromètre oculaire;*
8° La *machine à diviser.*

Nous n'étudierons que la règle divisée, les verniers, le sphéromètre, le cathétomètre et la machine à diviser.

II. *Instruments de mesure* pour les *masses*, les *poids* et les *forces.*

Les masses se mesurent à l'aide de la *balance*, qui est l'instrument de précision par excellence. Il peut servir indirectement à la mesure des poids et des forces, puisqu'on peut déduire ces grandeurs de la mesure des masses. Mais on peut les mesurer directement avec des instruments spéciaux, appelés *dynamomètres*, qui ne sont pas des *instruments de précision.*

III. *Instruments de mesure* pour le *temps.*

Le temps est une grandeur qu'on peut aussi mesurer directement avec une grande précision. Les instruments de mesure sont les *horloges* et les *chronomètres.* La marche des horloges est rendue régulière au moyen des oscillations isochrones d'un pendule (117), et celle des chronomètres à l'aide d'un ressort métallique : les uns et les autres sont réglés, d'après des observations astronomiques et spécialement sur les passages des étoiles, de manière à donner une subdivision du temps exactement égale à la *seconde de temps moyen,* unité de temps C.G.S. Nous n'insisterons pas davantage sur ces instruments; on en trouvera la description détaillée dans les ouvrages d'astronomie, les chronomètres étant, avec les lunettes, les outils par excellence de l'astronome.

125. **Règles divisées. Mètre-étalon.** — Les *règles divisées,* qui servent dans les mesures ordinaires, sont généralement des lames plates en laiton, graduées en millimètres. La distance des deux traits extrêmes est exactement de 1 mètre, à la température 0° : on la vérifie par comparaison avec un mètre-étalon, à l'aide de l'instrument de précision appelé *comparateur.* Les traits intermédiaires sont distants deux à deux de 1 millimètre; on les trace à l'aide de l'instrument de précision appelé *machine à diviser.*

Lorsqu'on mesure une longueur à l'aide d'une règle divisée, on trouve en général un certain nombre de divisions, c'est-à-dire de millimètres, *plus* un reste. On ne peut songer à évaluer ce reste au moyen d'une nouvelle subdivision de la règle, car le 1/2 millimètre se lit déjà péniblement; il faut savoir évaluer cette

1. Voir les autres instruments dans les ouvrages de MM. Jamin et Bouty, Violle, Pellat.

fraction à l'œil, *par estime*[1], ou bien recourir à un instrument de précision.

Les mètres-étalons qui servent à la vérification des règles divisées sont des copies exactes de l'*étalon international*, construit récemment par la Commission internationale du mètre. Cet étalon

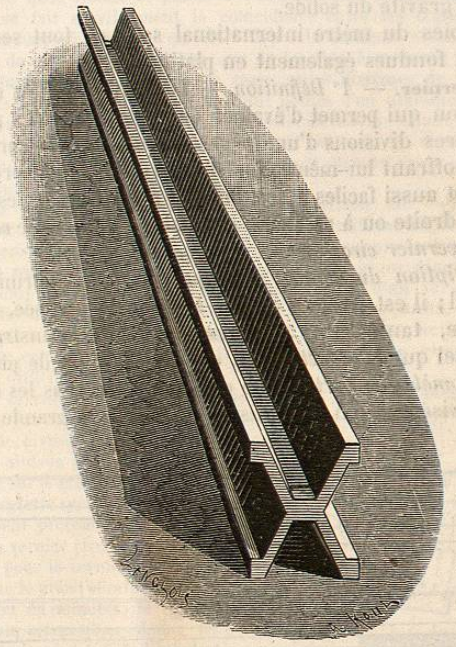

Fig. 106.

international est lui-même une copie exacte du mètre normal déposé aux Archives. Mais, tandis que ce dernier est un *mètre à bouts*, c'est-à-dire une barre qui a 1 mètre de longueur d'une extrémité à l'autre, l'étalon international est un *mètre à traits*, qui représente le mètre par la distance de deux traits, placés à 1 centimètre environ de ses extrémités. Ce dispositif permet plus facilement que l'autre de prendre des copies rigoureusement exactes. Le mètre international n'a pas été fondu en platine,

1. Après un long exercice, le physicien parvient à évaluer à l'œil le dixième de millimètre, comme l'astronome apprécie à l'oreille le dixième de seconde.