mais en un alliage de platine et d'iridium (platine iridié), qui est plus résistant et plus inaltérable encore que le platine pur. Enfin on lui a donné la forme d'un solide symétrique à quatre rainures (fig. 106), qui paraît, d'après les travaux de Tresca, présenter le maximum de résistance à la flexion. Les deux traits qui définissent la longueur du mètre sont tracés sur le plan qui contient le centre de gravité du solide.

Les copies du mètre international sont en tout semblables à l'étalon et fondues également en platine iridié.

126. **Vernier.** — 1° *Définition.* — Le vernier est un instrument de précision qui permet d'évaluer des longueurs plus petites que les dernières divisions d'une règle divisée ou d'un cercle divisé, tout en n'offrant lui-même que des divisions à peu près égales à celles-ci et aussi faciles à lire. Suivant que le vernier est adapté à une règle droite ou à un limbe circulaire, on l'appelle *vernier rectiligne* ou *vernier circulaire* [1].

2° *Description du vernier rectiligne.* — Cet instrument n'est jamais seul; il est toujours adapté à une règle divisée, tantôt indépendante, tantôt fixée elle-même à un autre instrument de précision tel que le *cathétomètre*, ou à un appareil de physique tel que le *baromètre de Fortin*. Il se compose, dans tous les cas, d'une réglette divisée *ab* qui peut glisser le long de la grande règle AB,

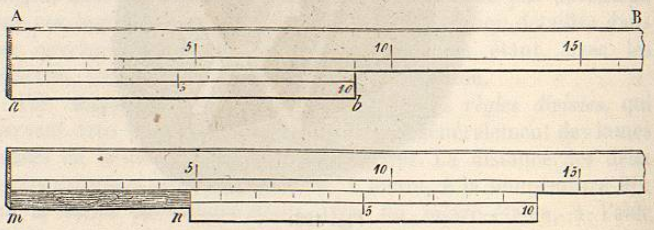

Fig. 107 et 108.

de manière que les deux graduations se touchent (fig. 107). On lui donne, le plus souvent, une longueur égale à 9 divisions de la grande règle, soit 9 millimètres, puis on la divise en 10 parties égales. Il en résulte que chaque division du vernier *ab* est d'un dixième de millimètre plus petite que celles de la règle AB. On a alors un *vernier au dixième :* c'est le vernier le plus employé; il

1. L'invention du vernier rectiligne est due au géomètre français Pierre Vernier, qui a donné son nom à l'instrument. Le vernier circulaire paraît avoir été inventé antérieurement, par le géomètre portugais Nuñez ou Nonius (1542).

peut servir à évaluer des longueurs à moins d'un dixième de millimètre.

3° *Usage du vernier rectiligne.* — Soit à mesurer la longueur d'un objet *mn* (fig. 108). On place celui-ci le long de la grande règle, et l'on trouve ainsi qu'il a, par exemple, une longueur de 4 divisions plus une fraction. C'est cette fraction qu'on va mesurer avec le vernier. Pour cela, on le fait glisser sur la règle fixe jusqu'à ce qu'il vienne se placer à l'extrémité de l'objet *mn*, puis on cherche où se fait sensiblement la coïncidence entre les traits des deux échelles. On a supposé (fig. 108) qu'elle a lieu à la huitième division du vernier, à partir du point *n*. Cela indique que la fraction à mesurer est égale à 8 dixièmes d'une division de la grande règle, soit 8 dixièmes de millimètre.

En effet, les divisions du vernier étant plus petites d'un dixième que celles de la règle, on voit qu'à partir du point de coïncidence, en allant de droite à gauche, elles sont successivement en retard sur celles de la règle de 1, de 2, de 3 dixièmes. De l'extrémité *n* du vernier à la 4e division de la règle, il y a donc 8 dixièmes : donc *mn* égale $4^{mm},8$.

4° *Verniers rectilignes au vingtième, au cinquantième, etc.* — Pour obtenir cette longueur à un vingtième ou à un trentième de millimètre, il suffirait de donner au vernier une longueur de 19 ou 20 millimètres, puis de diviser celui-ci en 20 ou 30 parties égales : on aurait alors un vernier *au vingtième* ou *au trentième*. Nous verrons que le cathétomètre est muni d'un vernier *au cinquantième*. En diminuant de plus en plus la largeur des traits, on pourrait pousser jusqu'*au centième ;* mais alors, pour distinguer avec netteté le point où se ferait la coïncidence, il faudrait faire usage d'une loupe, et encore y parviendrait-on difficilement.

5° *Vernier circulaire.* — Le vernier peut servir aussi à la mesure des arcs de cercle; ce fut même là son premier usage. Il se compose alors d'un petit arc de cercle divisé, porté à l'extrémité d'une alidade (fig. 109). Il est aussi mobile sur le grand cercle divisé, comme la réglette sur la grande règle de l'instrument précédent. La théorie et l'usage du vernier circulaire sont les mêmes que pour le vernier rectiligne.

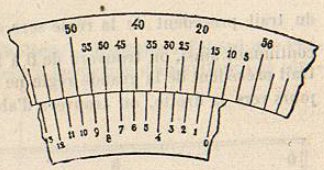

Fig. 109.

Suivant que le grand cercle est divisé en degrés ou en minutes, le vernier circulaire *au soixantième* donne les minutes ou les secondes. Si le limbe est divisé en demi-degrés, il suffit d'un vernier *au trentième* pour mesurer les minutes. Dans les cercles très précis, tels que ceux du constructeur Gambey, le degré est divisé en 12 parties égales, valant chacune 5′, et le vernier circulaire est *au soixantième :* il a donc une longueur totale de $59 \times 5'$, c'est-à-dire de $5^0 - 5'$, et chacune de ses divisions vaut $\frac{5^0 - 5'}{60}$, c'est-à-dire $(5' - 5'')$; cet instrument permet donc d'évaluer les angles avec une approximation de 5″; c'est le maximum de précision qu'on puisse atteindre au vernier.

6° *Cas particulier dans l'usage des verniers. — Il peut arriver que pas un trait du vernier, rectiligne ou circulaire, ne soit en coïncidence avec l'un des traits de la règle.*

Dans ce cas, on trouve nécessairement deux traits consécutifs du vernier entièrement compris entre deux traits consécutifs de la règle. Supposons, dans le vernier rectiligne de la figure 110, que ce soient les traits 7 et 8. La distance de chacun de ces traits au trait voisin de la règle est une longueur $< \frac{1}{10}$ de

millimètre, puisque la somme de ces deux distances est précisément égale à $\frac{1}{10}$ de millimètre. Si donc on fait la mesure comme si l'un ou l'autre coïncidait, on commettra une erreur moindre que $\frac{1}{10}$ de millimètre. En admettant la coïncidence du trait inférieur 7, on réduit la longueur à mesurer, et l'erreur

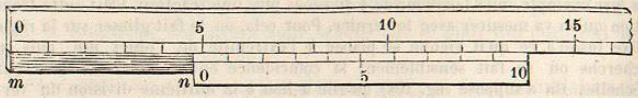

Fig. 110.

est commise par défaut; en prenant le trait 8, l'erreur est par excès. On uara donc dans ce cas

$$mn = 4^{mm},7 \text{ à } \tfrac{1}{10} \text{ de millimètre près, par excès,}$$

ou bien $$mn = 4^{mm},8 \text{ à } \tfrac{1}{10} \text{ de millimètre près, par défaut.}$$

On voit même que si l'on peut distinguer, soit à l'œil nu, soit à la loupe, celui des deux intervalles qui est le plus petit, en choisissant le trait correspondant à celui-ci, on commettra une erreur moindre que $\frac{1}{20}$ de millimètre (par excès ou par défaut).

Reste à démontrer qu'il y a toujours une division du vernier entièrement comprise entre deux traits consécutifs de la règle. En effet, la fraction de mn, qui dépasse le trait 4 de la règle, est égale à $\frac{n^{mm}}{10} + \varepsilon$, n étant un nombre entier au plus égal à 9 et ε une fraction $< \frac{1}{10}$. La distance du trait 0 du vernier au trait précédent de la règle est précisément égale à $\left(\frac{n}{10} + \varepsilon\right)^{mm}$; la distance du trait précédent de la règle sera donc $\left(\frac{n-1}{10} + \varepsilon\right)$, et ainsi de suite. En continuant ainsi, on trouvera de 0 à 10 un trait du vernier dont la distance au trait précédent de la grande règle ne sera plus que ε; par suite, en allant toujours vers la droite, on trouvera d'abord un trait du vernier à la distance $\frac{1}{10}$

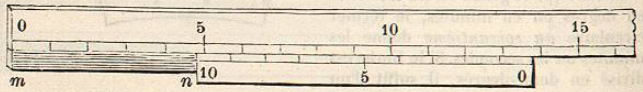

Fig. 111.

de millimètre, puis un trait de la règle à la distance $\left(\frac{9}{10} + \varepsilon'\right)$, ε' étant $< \frac{1}{10}$: ce dernier et le précédent trait de la règle comprennent donc entre eux toute une division du vernier.

7° *Cas particulier dans la construction des verniers.* — Il peut arriver dans certains instruments, que *le numérotage du vernier coure en sens inverse de celui de la règle* [1].

1. C'est le cas général dans les instruments des constructeurs anglais; mais, comme de plus les verniers anglais comprennent $(n+1)$ divisions de la grande règle et qu'ils sont divisés en n parties égales, la lecture se fait comme dans les verniers précédents. La remarque actuelle ne s'applique donc pas aux verniers anglais.

Dans ce cas, c'est le trait 10 du vernier qu'on applique contre l'extrémité droite de la longueur à mesurer (fig. 111). Supposons qu'il y ait une coïncidence, et qu'elle ait lieu pour le trait 2 du vernier. On voit, en allant de droite à gauche, que le trait 3 est en avance de $\frac{1}{10}$ de millimètre, et que le trait 4 est en avance de $\frac{2}{10}$ de millimètre; en continuant de proche en proche, on voit que le trait 10 est en avance de $\frac{8}{10}$ de millimètre : donc la fraction à mesurer est égale à $\frac{8}{10}$ de millimètre, c'est-à-dire à $\frac{(10-2)}{10}$. Si le trait en coïncidence avait été n, la fraction à mesurer eût été égale à $\frac{10-n}{10}$, c'est-à-dire à un nombre de dixièmes de millimètre égal au *complément à* 10 du trait en coïncidence.

127. **Vis micrométrique.** — 1° *Définition.* — On nomme *vis micrométrique* toute vis qui peut servir à produire des déplacements très lents et très réguliers susceptibles d'être utilisés de diverses manières dans les mesures de précision. La *vis micrométrique* n'est pas, à proprement parler, un instrument de précision, mais elle sert d'organe essentiel à plusieurs instruments de précision, entre autres la machine à diviser et le sphéromètre. Il y en a une également dans le cathétomètre, où elle est employée comme vis de rappel.

Nous ne pouvons pas décrire la vis micrométrique sans en indiquer les principaux usages, ni rappeler préalablement le mode de génération d'une vis quelconque et sa propriété mécanique essentielle.

2° **Génération et propriétés de l'hélice.** — Rappelons d'abord que l'hélice est une courbe, telle que AMNB, tracée à la surface d'un cylindre de révolution et caractérisée par la propriété géométrique suivante (fig. 112) :

Les ordonnées MP, NQ *sont proportionnelles aux abscisses curvilignes, telles que l'arc* AP *et l'arc* AQ.

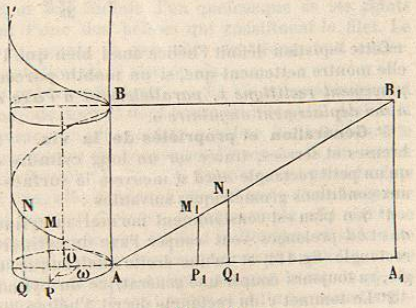

Fig. 112.

C'est une conséquence immédiate du mode de génération de la courbe. En effet, si l'on suppose la surface cylindrique développée sur le plan de la figure, suivant le rectangle ABA_1B_1, qu'on y trace la diagonale AB_1 et qu'on enroule de nouveau le rectangle autour du cylindre, l'*hélice* est engendrée par la diagonale AB_1, s'appliquant à la surface directrice du cylindre. Si donc on prend sur le côté AA_1 les longueurs AP_1 et AQ_1, respectivement égales aux arcs AP et AQ développés, les ordonnées P_1M_1 et Q_1N_1 seront respectivement égales aux ordonnées MP et QN. Or on a, dans les triangles semblables AM_1P_1

et AB_1A_1,

$$\frac{P_1M_1}{AP_1} = \frac{A_1B_1}{AA_1},$$

et, dans les triangles semblables AN_1Q_1 et AB_1A_1,

$$\frac{Q_1N_1}{AQ_1} = \frac{A_1B_1}{AA_1};$$

d'où l'on déduit

$$\frac{P_1M_1 \text{ ou } MP}{AP_1 \text{ ou arc } AP} = \frac{N_1Q_1 \text{ ou } NQ}{AQ_1 \text{ ou arc } AQ}.$$

La courbe peut se reproduire indéfiniment de la même manière, au-dessus de l'arc ANB, sur la surface du cylindre. L'arc ANB, compris entre deux points consécutifs d'une même génératrice la détermine complètement : il s'appelle une *spire* de l'hélice. La spire est elle-même complètement déterminée par les dimensions du rectangle générateur, c'est-à-dire par la base AA_1, qui est égale à la circonférence de la section droite du cylindre, et par la hauteur A_1B_1 ou AB, qu'on appelle le *pas* de l'hélice.

Soit h la longueur du pas, et R le rayon de la section droite du cylindre directeur : la relation précédente peut servir à définir un point quelconque M de la courbe. Soit z l'ordonnée du point et x son abscisse curviligne, on aura

$$[1] \qquad \frac{z}{x} = \frac{h}{2\pi R}.$$

On peut exprimer x en fonction de l'angle ω dont il faudrait tourner sur le cylindre pour passer du point A au point M, en suivant l'hélice. On a en effet

$$x = \text{arc } AP = R\omega.$$

En portant cette valeur dans l'équation [1], elle devient

$$[2] \qquad z = \frac{h}{2\pi}\omega.$$

Cette équation définit l'hélice aussi bien que l'équation [1]. Sous cette forme elle montre nettement que, si un mobile parcourt une spire d'hélice, *son déplacement rectiligne z, parallèlement à l'axe du cylindre est proportionnel à son déplacement angulaire* ω.

3° **Génération et propriétés de la vis.** — Soit une hélice à spires nombreuses et serrées, tracée sur un long cylindre directeur (fig. 113). Imaginons qu'un petit rectangle *abcd* se meuve à la surface du cylindre, en étant assujetti aux conditions géométriques suivantes :

1° Son plan est constamment normal au cylindre, c'est-à-dire que les côtés *ac* et *bd* prolongés vont couper l'axe du cylindre dans toutes les positions du rectangle (fig. 114) et qu'une droite quelconque, tracée dans le plan du rectangle, va toujours couper une génératrice du cylindre ;

2° Le sommet *c* du rectangle décrit l'hélice directrice.

Dans ce mouvement tous les points du rectangle décrivent évidemment des hélices de même pas que l'hélice directrice. Le lieu de toutes ces hélices est un volume de forme hélicoïdale, qu'on appelle *filet* de la vis, et la *vis* elle-même est constituée par l'ensemble du filet et du cylindre directeur. On appelle *pas* de la vis le pas de l'une quelconque des hélices décrites par les divers points du rectangle générateur.

Le plan normal à la surface cylindrique, qui contient le rectangle générateur, est ce qu'on appelle un *plan de profil* ou simplement un *profil*. De la figure du profil dépend la forme du filet. Dans le cas de la figure, la vis est *à filet rectangulaire*. Le profil pourrait être un triangle ou un carré, et la vis serait *à filet triangulaire* ou bien *à filet carré*.

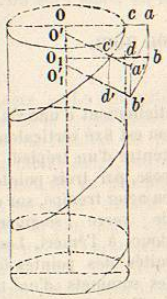

Fig. 113.

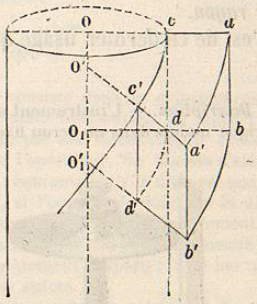

Fig. 114.

4° **Construction de la vis ordinaire.** — On réalise pratiquement la vis en taillant le filet sur un cylindre de métal, bronze, fer ou acier. A chaque vis est joint un écrou, sans lequel elle ne peut fonctionner. L'écrou est une pièce métallique qui présente en creux le relief du filet. Lorsqu'on engage la vis dans l'écrou, si celui-ci est fixe, en imprimant un mouvement de rotation à l'extrémité antérieure de la vis, appelée *tête de vis*, la vis avance dans son écrou parallèlement à l'axe du cylindre directeur : c'est celui-ci qui se déplace quand on fait tourner la tête de vis ; ce mouvement est parallèle à l'axe du cylindre, mais en sens inverse de la rotation. La loi de ce déplacement, dans l'un et l'autre cas, est une conséquence de la propriété fondamentale de l'hélice : si l'on suppose que l'écrou soit mobile, l'un quelconque de ses points s'avance sur la vis en décrivant l'une des hélices qui constituent le filet. Le déplacement longitudinal de ce point, et par suite de l'écrou tout entier est proportionnel à l'angle de rotation de la tête de vis.

5° **Construction de la vis micrométrique.** — La *vis micrométrique* est une vis travaillée avec beaucoup de soin et dont le pas est très petit, égal à un demi-millimètre ou à 1 millimètre au plus, et très régulier. On la taille sur le contour d'un cylindre bien homogène de bronze ou d'acier fondu, au moyen de procédés mécaniques fort perfectionnés. On voit, d'après ce qui précède, que si la vis tourne dans un écrou fixe, elle avance, à chaque tour, d'une longueur égale à celle du pas ; pour une fraction de tour, $\frac{1}{10}$ par exemple, elle n'avance que de $\frac{1}{10}$ du pas. Par conséquent, si le pas est de 1 millimètre, et si la tête de la vis porte un cercle gradué en 360 degrés et tournant avec elle, en ne faisant marcher ce cercle que d'une division, on fera avancer la vis de $\frac{1}{360}$ de millimètre. Le plus souvent le pas est de $\frac{1}{2}$ millimètre et le limbe porte 500 divisions : à un mouvement angulaire de 1 division correspond alors un déplacement longitudinal de $\frac{1}{1000}$ de millimètre.

Dans la plupart des vis des instruments de précision, le filet est triangulaire ; il est engendré par un *profil* qui est un triangle à peu près isocèle, dont la base est précisément égale au pas de l'hélice : il en résulte que la surface du cylindre directeur est complètement couverte par le filet (fig. 115).

128. **Sphéromètre.** — 1° *Définition.* — Le sphéromètre (de σφαῖρα, sphère, et μέτρον, mesure) est un instrument de précision qui peut servir aux usages suivants :

Mesure des faibles épaisseurs.

Vérification de la courbure des surfaces sphériques et mesure de leur rayon.

C'est de ce dernier usage que lui vient son nom.

2° *Description.* — L'instrument se compose essentiellement d'une vis micrométrique mobile dans un écrou fixe (fig. 115). L'écrou est fixé verticalement au centre d'un trépied, qui repose, par trois pointes fines en acier trempé, sur un plan de verre soigneusement doucì à l'émeri. Les extrémités des pointes forment les sommets d'un triangle équilatéral, et la verticale du centre de ce triangle coïncide avec l'axe de l'écrou et celui de la vis. Celle-ci a un pas très régulier, égal $\frac{1}{2}$ millimètre. Elle se termine inférieurement par une pointe mousse, et supérieurement par une tête en forme de bouton fileté, par où l'on peut la manœuvrer aisément. En tournant dans le sens convenable, on peut amener la pointe de la vis dans le plan du support; en tournant en sens contraire, on relève la vis.

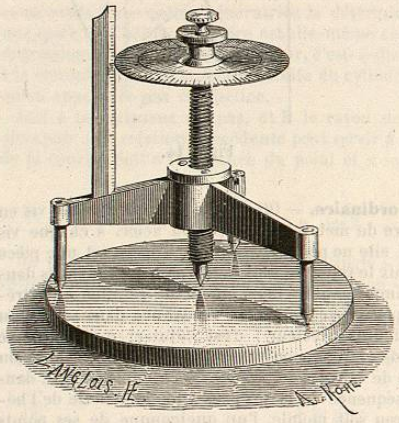

Fig. 115.

Ces déplacements verticaux sont toujours proportionnels aux angles de rotation. On les mesure avec facilité et précision au moyen du dispositif suivant : Sur l'une des branches du trépied est fixée verticalement une règle métallique, dont le bord mince est divisé en demi-millimètres. D'autre part, un disque mince, dont le limbe porte 500 divisions, est fixé horizontalement par son centre au-dessus de la tête de vis : il est entraîné avec elle dans son mouvement de rotation, et toutes ses divisions défilent successivement devant le bord de la règle fixe, lequel sert d'index.

Lorsqu'une seule division du limbe a passé devant l'index, la vis s'est déplacée de $\frac{1}{500}$ de la hauteur de son pas, c'est-à-dire de $\frac{1}{1000}$ de millimètre; lorsque le disque a fait un tour complet, la vis s'est déplacée de la hauteur du pas, c'est-à-dire de $\frac{1}{2}$ millimètre, et alors le disque ne se trouve plus en face de la même division de la règle, mais en face de la division suivante.

3° *Usages.* — *Mesure d'une épaisseur.* — Soit à mesurer, par exemple, l'épaisseur d'une glace à faces parallèles. On amène la pointe de la vis dans le plan du plateau de verre, et l'on note la division du limbe et la division du couteau, qui sont en face l'une de l'autre; soit n_0 la première et h_0 la deuxième.

On soulève ensuite la vis d'une hauteur suffisante pour intercaler la glace

entre le plan et la pointe, puis on abaisse celle-ci jusqu'à la faire coïncider exactement avec la face supérieure de la glace; soient n_1 et h_1 les deux divisions en regard, dans la deuxième position.

L'épaisseur de la glace est évidemment mesurée par la course verticale de la pointe; or celle-ci est égale à un nombre de demi-millimètres marqué par les divisions du couteau, *plus* une fraction du pas marquée par les divisions du disque. On aura donc, en appelant e l'épaisseur,

$$e = \left(\frac{h_1 - h_0}{2} + \frac{n_1 - n_0}{1000}\right)^{mm}.$$

Remarque. — La difficulté de l'opération consiste dans les coïncidences successives de la pointe mousse avec les deux plans horizontaux du support et de la glace. Ce résultat ne peut s'obtenir que par des tâtonnements successifs, plus ou moins longs, suivant l'habileté de l'opérateur. On abaisse d'abord la pointe centrale un peu plus qu'il ne faut : comme il n'y a d'abord que trois pointes sur quatre dans le plan du support, si l'on pose le doigt sur le disque, il suffira du plus léger effort pour imprimer à l'appareil un mouvement d'oscillation qui est caractérisé par un bruit particulier. On relèvera ensuite la vis jusqu'à ce que cette trépidation ait complètement disparu : à ce moment la quatrième pointe sera dans le plan des trois autres.

Mesure d'un rayon de courbure. — Soit à vérifier la sphéricité d'une surface convexe, par exemple d'un verre de lunette, et à en mesurer le rayon de courbure.

On place les trois pointes A, B, C de l'instrument sur la surface, et l'on amène la pointe centrale O en coïncidence (fig. 116). Les quatre points O, A, B, C dé-

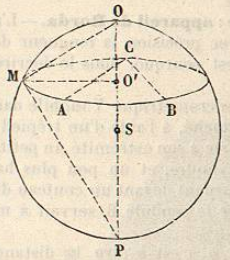

Fig. 116.

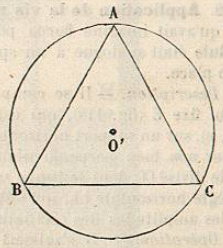

Fig. 117.

terminent une surface sphérique. En déplaçant l'instrument sur le verre, si celui-ci est sphérique, la coïncidence ne cessera pas. Elle cessera au contraire si la surface n'a pas un même rayon de courbure en tous ses points.

Supposons qu'elle soit parfaitement sphérique et cherchons à en mesurer le rayon R. Dans l'une quelconque des positions de l'instrument, le plan des trois pointes inférieures coupe la sphère suivant un petit cercle, AMBC. Ce cercle est précisément égal au cercle circonscrit au triangle équilatéral qui a ces trois pointes pour sommets. Il suffira de construire le triangle ABC, dont on connaît les trois côtés, puis le cercle circonscrit, pour en avoir le rayon r (fig. 117).

On mesure ensuite la distance $OO' = e$ de la pointe mousse au centre du cercle. Pour cela, il suffit de replacer l'instrument tel quel sur son plan de verre, de noter les deux divisions h, n en regard, puis d'amener la pointe de la

vis dans le plan du support, et de noter les nouvelles divisions n_0, h_0 en regard. On a alors, d'après la formule ci-dessus,

$$e = \left(\frac{h_1 - h_0}{2} + \frac{n_1 - n_0}{1000}\right)^{mm}.$$

Connaissant r et e, on obtient R par la formule $2R = e + \frac{r^2}{e}$.

En effet, soit une section de la sphère par un méridien quelconque, tel que le plan de la figure 116. Menons les lignes OM, MP et MO'. Le triangle OMP est rectangle en M, et la ligne MO' est perpendiculaire à l'hypoténuse OP. On a donc, d'après un théorème connu de géométrie,

$$MO'^2 = OO' \times O'P.$$

En remplaçant ces lignes par leurs valeurs ($MO' = r$, $OO' = e$, $O'P = 2R - e$), on obtient

$$r^2 = e \times (2R - e), \qquad \text{d'où} \qquad 2R = e + \frac{r^2}{e}.$$

Remarques. — 1° Le même procédé s'appliquerait au cas d'une surface sphérique concave.

2° Si l'on voulait mesurer l'épaisseur d'un corps filiforme, tel qu'un cheveu, ne pouvant se mettre directement sous la vis, on n'aurait qu'à le placer entre le support et une lame à faces parallèles d'épaisseur connue e. On mesurerait l'épaisseur totale e' du système par le procédé ci-dessus indiqué, et l'on aurait $x = e' - e$.

129. **Application de la vis micrométrique : appareil de Borda.** — L'appareil qu'avait imaginé Borda pour mesurer avec précision la longueur de son pendule était analogue à un sphéromètre : c'est pourquoi nous le décrirons à cette place.

1° *Description.* — Il se compose d'une vis micrométrique V mobile dans un écrou fixe E (fig. 118), qui est solidement attaché, à l'aide d'un trépied à vis (v, v, v), sur un support horizontal HH. La vis porte à son extrémité un petit plan d'acier mm bien perpendiculaire à l'axe du cylindre, et un peu plus bas un cercle divisé CC, dont le limbe se déplace en tournant devant un couteau divisé. La règle horizontale LL, qui est placée derrière le pendule B, servait à mesurer les amplitudes des oscillations.

2° *Opération.* — Il s'agissait de déterminer a, c'est-à-dire la distance de l'axe de suspension au centre de la sphère B. On disposait l'appareil sous cette sphère, et, en tournant la vis, on soulevait lentement le plan mn, jusqu'à ce qu'il vînt toucher la sphère en son point le plus bas. Le contact était obtenu au moment où l'on voyait disparaître la flamme d'une bougie qu'on avait préalablement disposée derrière le pendule, à une certaine distance. On s'assurait que le contact n'était pas dépassé, en faisant alors osciller le pendule : on ne devait entendre qu'un léger frôlement contre le plan.

Cela fait, on enlevait le pendule et on lui substituait une règle divisée, munie d'un couteau de suspension à sa partie supérieure, et d'une languette mobile faisant vernier à sa partie inférieure. On n'avait plus qu'à amener la pointe de la languette au contact du plan mn, et à lire directement la distance du plan à l'axe de suspension : c'est la longueur que nous avons appelée λ précédemment (108) : on avait $\lambda = a + r$.

Pour mesurer r, on posait la boule du pendule sur le plan mn, et l'on manœuvrait la vis jusqu'à ce que la languette-vernier vînt toucher la sphère et, cette fois-ci, en son point le plus haut. La distance λ', qu'on lisait alors sur la règle,

était égale à $a - r$. En prenant la demi-somme des deux lectures $\frac{\lambda + \lambda'}{2}$, on avait a ; en prenant la demi-différence $\frac{\lambda - \lambda'}{2}$, on avait r.

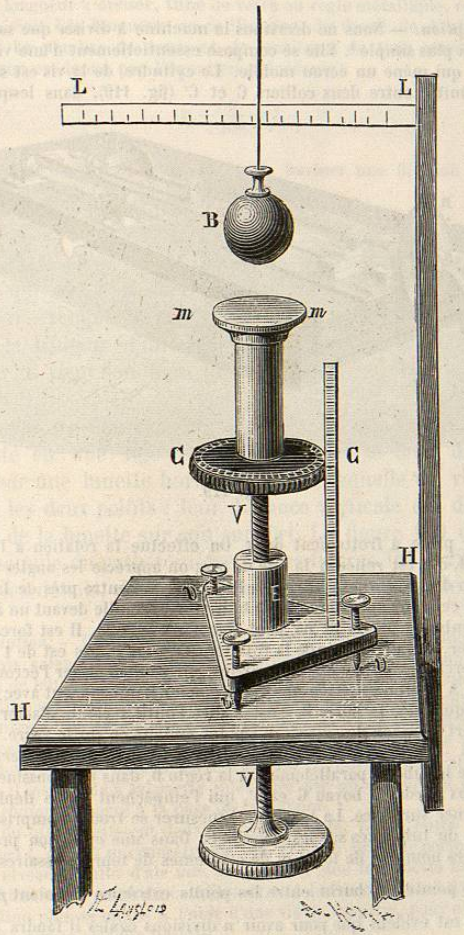

Fig. 118.

130. **Machine à diviser.** — 1° *Définition.* — C'est un instrument de précision qui peut servir aux usages suivants :

Diviser une longueur donnée en un nombre déterminé de parties égales.

Tracer des divisions d'une longueur déterminée.

Mesurer exactement une longueur.

2° *Description.* — Nous ne décrirons la machine à diviser que sous sa forme primitive la plus simple [1]. Elle se compose essentiellement d'une vis micrométrique fixe qui mène un écrou mobile. Le cylindre de la vis est saisi vers ses deux extrémités entre deux colliers C et C′ (fig. 119), dans lesquels il peut

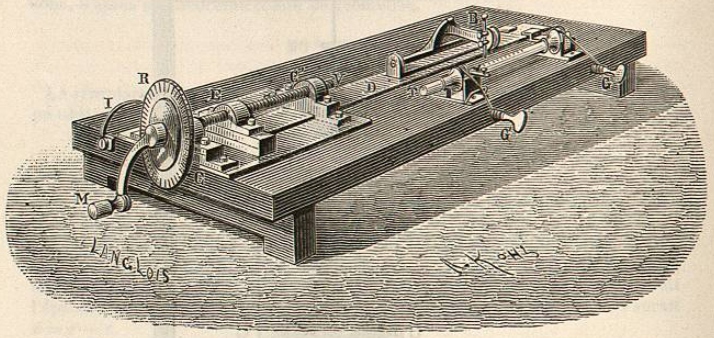

Fig. 119.

tourner sur place à frottement doux. On effectue la rotation à l'aide d'une manivelle M, qui est reliée à la tête de vis; on apprécie les angles de rotation à l'aide d'un disque à limbe divisé R, fixé par son centre près de la tête de la vis, comme celui du sphéromètre, et tournant avec elle devant un index fixe I. L'écrou E embrasse la vis et ne peut tourner avec elle. Il est forcé d'avancer ou de reculer, suivant le sens de la rotation. Comme le pas est de 1 millimètre et que le cercle est divisé en 100 parties, on peut déplacer l'écrou de $\frac{1}{100}$ de millimètre. A l'écrou est fixée une règle d'acier D qui se meut avec lui, et c'est cette règle qui porte le burin B, c'est-à-dire l'outil à pointe d'acier ou de diamant qui sert à tracer des divisions sur les métaux ou sur le verre.

3° *Usages.* — *Soit à tracer* n *divisions égales sur un tube de verre.*

On dispose le tube T, parallèlement à la règle D, dans des coussinets où il est fixé par deux cordes à boyau G et G′, qui l'empêchent de se déplacer, mais non de tourner sur place. La longueur à mesurer se trouve comprise entre les deux points du tube fixés sur les coussinets. Dans une opération préliminaire, on compte les nombres de tours et de centièmes de tour nécessaires pour faire marcher la pointe du burin entre les points extrêmes K : soient $p + \frac{q}{100}$ ces nombres. Il est évident que pour avoir n divisions égales il faudra buriner un trait chaque fois qu'on aura fait $\frac{1}{n}\left(p + \frac{q}{100}\right)$ tours à partir du point O.

1. Voir la machine perfectionnée dans le *Cours de physique* de MM. Jamin et Bouty.

Remarque. — L'opération préliminaire ci-dessus montre comment on se sert de la machine pour mesurer avec précision une longueur quelconque K. On a en millimètres..... $K = p + \frac{q}{100}$.

Soit à tracer des divisions de longueur déterminée.

On fixe la longueur à diviser, tube de verre ou règle métallique, comme précédemment. Soit l la longueur en millimètres du degré de l'échelle qu'on veut tracer. Le nombre de tours et de centièmes de tour correspondant à cette longueur est donné par l'équation précédente

$$p + \frac{q}{100} = l.$$

Il suffira donc d'arrêter le chariot et de buriner une division chaque fois qu'on aura avancé de $\left(p + \frac{9}{100}\right)$ tours de la vis.

131. **Cathétomètre.** — 1° *Définition.* — C'est un instrument de précision qui *sert à mesurer la distance verticale de deux points donnés*, par exemple la différence de niveau de deux colonnes liquides, la hauteur d'une colonne barométrique. C'est de cet usage que lui vient son nom (de καθέτος, ligne verticale, et μέτρον, mesure).

2° *Principe de l'instrument.* — Réduit à sa forme primitive, il consiste en une tige verticale divisée, le long de laquelle peut glisser une lunette horizontale avec laquelle on vise successivement les deux points : leur distance verticale est donnée par la course de la lunette sur son support. La figure 120 donne une vue d'ensemble du cathétomètre, et les figures 121, 122 et 123 en donnent les détails, dessinés à une plus grande échelle.

3° *Description.* — Une colonne d'acier de 1m,20 de hauteur, montée sur un trépied à vis calantes, porte le *corps* du cathétomètre. On nomme ainsi un tube creux de laiton PQ, qui s'engage comme un manchon sur la colonne d'acier, et tourne librement autour d'elle. Le tube PQ est en effet surmonté d'un chapeau de cuivre z (fig. 121) dont la tête est traversée par une vis d'acier x. La pointe de celle-ci porte sur l'extrémité axiale de la colonne, de manière que lorsqu'on tourne la vis, on soulève tout le tube PQ, qui se trouve ainsi suspendu sur pivot; il est guidé à sa partie inférieure par un collier qui embrasse un tourillon conique réservé à la base de la colonne.

Le long du tube PQ glissent deux chariots AB et DC, reliés entre eux par une vis de rappel t, qui est micrométrique (fig. 122). Le premier porte une lunette LL′ et un niveau à bulle d'air mn, montés sur une fourchette mobile autour d'un axe c fixé sur le corps du cathétomètre. A la fourchette est fixé un levier i, qu'on incline plus ou moins à l'aide d'une vis de rappel p, pour obtenir l'horizontalité du niveau et de la lunette.

Le bouton K, qui fait marcher la vis t, porte sur sa circonférence une division en 100 parties; un repère o, fixé à la pièce DC, permet d'évaluer avec précision les angles de rotation. Le pas de la vis t étant de $\frac{1}{2}$ millimètre, il s'ensuit que, lorsqu'on tourne le bouton K de 1 division, le chariot AB et la lunette se déplacent de $\frac{1}{100}$ de millimètre. Enfin, sur toute la longueur du tube PQ est

une échelle en millimètres, représentée sur la droite de la figure 123; un vernier vv', lié au chariot A, glisse le long de l'échelle.

4° *Opération.* — Pour déterminer la position d'un point, on abaisse ou l'on élève les deux chariots et avec eux la lunette, jusqu'à ce que celle-ci soit à la hauteur du point à observer; puis, fixant le chariot DC au moyen d'une vis de

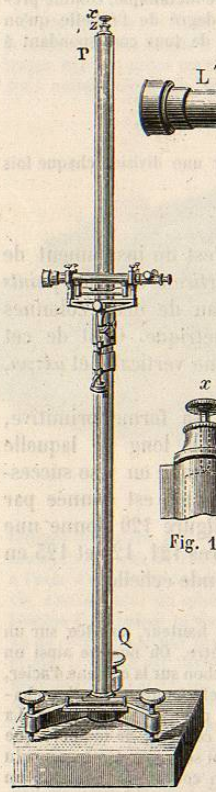

Fig. 120.

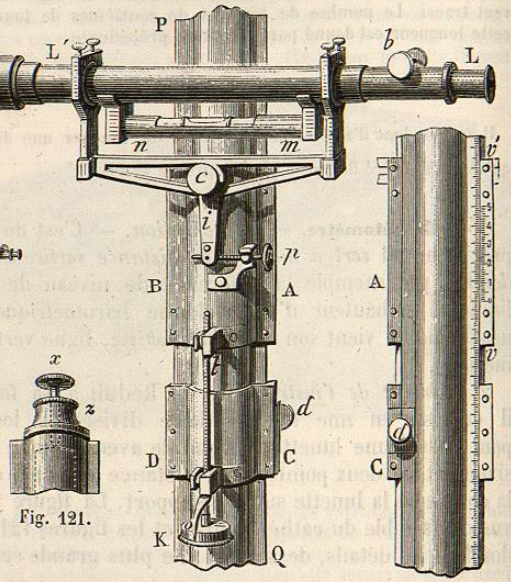

Fig. 121.

Fig. 122.

Fig. 123.

pression d, on tourne lentement le bouton K en visant le point en question à l'aide de la lunette. On arrête le mouvement au moment précis où l'image du point vient coïncider avec le point de croisement des fils du réticule. On connait alors une horizontale sur laquelle se trouve le point visé : cette ligne est l'axe optique de la lunette. Pour en avoir exactement la hauteur au-dessus du zéro de l'échelle, on n'a qu'à lire l'indication du vernier sur celle-ci. On opère de la même manière pour déterminer la hauteur du second point donné. La différence entre les deux nombres obtenus est égale à la distance verticale des deux points.

5° *Réglage.* — Les indications du cathétomètre ne sont exactes que si l'instrument est bien réglé. Le réglage consiste dans la réalisation des conditions suivantes :

I. *L'axe optique de la lunette doit être parallèle à la ligne des repères du niveau.*

II. *L'axe optique de la lunette doit être perpendiculaire à l'axe de rotation.*

III. *L'axe de rotation de l'instrument doit être vertical.*

Remarque. — Le réglage du cathétomètre est une opération fort délicate, dont le développement nécessite la connaissance de la théorie du niveau et de celle des lunettes, et l'emploi de termes nouveaux, tels que axe optique, réticule, ligne des repères, etc., qui n'ont pas encore été définis. Nous exposerons plus loin ce réglage parmi les applications des lunettes.

MESURE DES MASSES, DES POIDS ET DES FORCES.

152. **Définitions et généralités.** — Les masses et les poids peuvent être mesurés à l'aide d'un même instrument de précision, la *balance*, et par une même opération, la *pesée*. On sait, en effet, qu'il existe entre la masse M d'un corps et son poids P la relation générale $P = Mg$. Comme on connaît la valeur de g, avec une grande approximation, dans les différents lieux du globe, il suffira de mesurer *directement* l'une des grandeurs P et M; la valeur de l'autre s'en déduira par la formule précédente.

Ce sont les poids qu'on a commencé à mesurer directement. On a d'abord choisi une unité de poids, le *gramme*, unité dérivée du mètre. La méthode de mesure consiste à faire équilibre au poids inconnu X, à l'aide d'un *poids marqué*, c'est-à-dire d'un poids connu, échantillonné d'avance en unités de poids. Soit P ce nombre de grammes : on a évidemment $X = P^g$, d'après la définition même de l'égalité des forces. L'instrument qui sert à produire rigoureusement cet équilibre, c'est la *balance;* l'opération elle-même s'appelle *pesée*. Connaissant le poids P du corps, on en déduisait sa masse par la formule $M = \frac{P}{g}$.

Mais cette unité de poids est elle-même un produit de deux facteurs mg, dont l'un, la masse m, est constant, et l'autre, l'accélération g, est variable avec la latitude : il s'ensuit donc que l'unité elle-même est variable avec la latitude. Un gramme de Paris, défini comme le poids d'un centimètre cube d'eau pure (à 4°) à Paris, n'est pas le même poids qu'un gramme de Lima qui serait défini de la même manière. Par conséquent deux pesées, faites l'une à Paris et l'autre à Lima, qui conduiraient au même nombre de grammes, ne seraient pas comparables et ne correspondraient pas à des poids égaux, c'est-à-dire à des effets égaux de la pesanteur. Réciproquement, deux pesées qui conduiraient à deux nombres différents pourraient correspondre à deux poids identiques. Par exemple, une masse d'or qui pèserait 1000^g à

Lima (en grammes de Lima) pèserait à Paris

$$1000 \times \frac{980,96}{978,34} = 1002^{g},678 \text{ (en grammes de Paris)}^{1}.$$

Cette variation de l'unité de poids, qui n'est pas sans inconvénients pratiques dans les transactions commerciales, amène des complications inutiles et fâcheuses dans les mesures scientifiques. C'est pourquoi la commission des unités C. G. S. a pris comme unité fondamentale une *unité de masse*, la masse du gramme, grandeur constante et indépendante des variations de latitude. On mesure donc directement la masse d'un corps en cherchant combien de fois elle vaut l'unité de masse C. G. S. ou gramme-masse : le nombre M qui exprime ce rapport est la masse du corps en unités C. G. S. C'est un nombre invariable. On en déduit le poids, variable en chaque lieu du globe, en appliquant la formule $P = Mg$.

Cette même équation montre d'ailleurs que deux masses égales ont des poids égaux, dans un même lieu. Par suite, pour mesurer une masse, c'est-à-dire pour déterminer une masse connue (évaluée en unités C. G. S.) qui soit égale à la masse inconnue, il suffira de chercher à équilibrer le poids de celle-ci avec le poids de celle-là. L'opération se ramènera donc à une pesée, qu'on effectuera dans une balance et avec les mêmes *poids marqués*, puisque les masses de ces poids marqués représentent également les multiples et les sous-multiples du gramme-masse. Seulement on énoncera le résultat de la pesée en grammes-masse, au lieu de l'énoncer en grammes-poids, et l'on aura ainsi un coefficient constant, caractéristique du corps pesé. On pourra ensuite en déduire le poids du corps en un lieu quelconque, comme il a été dit plus haut.

La balance ne sert donc à mesurer directement que les masses des corps. Pour mesurer directement des poids ou des forces quelconques, il faudrait employer un autre instrument, appelé *dynamomètre*, qui n'est pas un instrument de précision.

133. **Levier.** — Avant d'étudier la balance, nous rappellerons ici la description et la théorie du *levier*, qui est l'organe essentiel de tous les types de balance.

1. 980,96 et 978,34 étant les valeurs de g à Paris et à Lima, on a, en appelant M la valeur constante de la masse d'or, p et p' ses poids différents à Lima et à Paris,

$$p = M \,.\, 978,34,$$
$$p' = M \,.\, 980,96,$$

d'où

$$\frac{p'}{p} = \frac{980,96}{978,34} \quad \text{et} \quad p' = p \,.\, \frac{980,96}{978,34}.$$

1° *Définitions.* — On appelle *levier* une barre solide, droite ou courbe, assujettie à tourner autour d'un axe fixe, et sollicitée par des forces ordinairement comprises dans un plan perpendiculaire à l'axe et, par suite, concourantes en un point de ce plan.

Le levier est le type des *machines simples*.

Pour l'assujettir à ce seul mouvement de rotation, tantôt on l'appuie, par l'arête d'un couteau, sur un support fixe qui ne lui permet qu'un déplacement angulaire limité (fig. 124); tantôt, comme dans le levier courbe de la figure 125, l'axe de rotation est constitué par deux *tourillons* cylindriques de même axe et de même rayon, qui reposent sur deux *appuis* ou *coussinets*, également cylindriques, et placés symétriquement des deux côtés du levier [1].

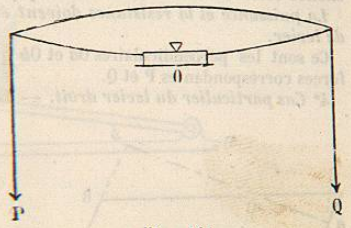

Fig. 124.

2° *Théorie.* — Soit un levier de forme quelconque AOB (fig. 125), sollicité par deux forces P et Q concourantes en un point I de leur plan. Ces deux forces sollicitent le levier en sens contraires : l'une d'elles, P, agit comme moteur : on l'appelle la *puissance;* l'autre, Q, résiste à cette action motrice : on l'appelle la *résistance.* La théorie du levier consiste à chercher à quelle condition ces forces se font équilibre sur la machine.

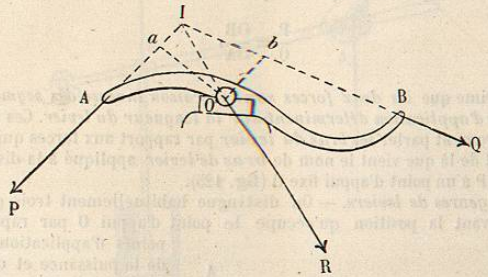

Fig. 125.

Or nous avons vu précédemment (54) que lorsqu'un système de forces quelconques est appliqué à un corps solide mobile autour d'un axe fixe, les conditions d'équilibre se réduisent à une seule : c'est que *la somme des moments, pris par rapport à l'axe fixe, soit nulle.* Cette condition générale s'exprimera aisément dans le cas actuel, où il n'y a que deux forces concourantes P et Q appliquées au corps solide. En effet, soit O la projection de l'axe sur le plan des forces, Oa et Ob les perpendiculaires abaissées du point O sur les directions des forces; le moment de P est, par définition, $(+ P \,.\, Oa)$ et celui de Q est $(- Q \,.\, Ob)$, et l'équation d'équilibre est

$$P \,.\, Oa - Q \,.\, Ob = 0, \quad \text{ou bien} \quad P \,.\, Oa = Q \,.\, Ob.$$

1. Résal, *Éléments de mécanique.*

3° *Condition d'équilibre du levier.* — On énonce simplement cette dernière équation en disant que : *le moment de la puissance doit être égal et de signe contraire au moment de la résistance.* C'est là proprement la condition d'équilibre du levier.

On peut encore mettre l'équation précédente sous la forme $\frac{P}{Q}=\frac{Ob}{Oa}$, et l'on énonce comme il suit la condition d'équilibre du levier :

La puissance et la résistance doivent être en raison inverse de leurs bras de levier.

Ce sont les perpendiculaires O*a* et O*b* qui s'appellent les *bras de levier* des forces correspondantes P et Q.

4° *Cas particulier du levier droit.* — Les leviers dont on se sert le plus souvent sont des leviers droits, qu'on sollicite par des forces parallèles P et Q. Dans ce cas, les trois points A, O, B (fig. 126) sont en ligne droite et les deux perpendiculaires O*a* et O*b* sont sur le prolongement l'une de l'autre, et déterminent avec les segments OA et OB du levier deux triangles semblables OA*a* et OB*b*. On en déduit l'égalité

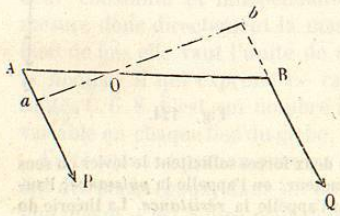

Fig. 126.

$$\frac{Ob}{Oa}=\frac{OB}{OA};$$

par conséquent, l'équation d'équilibre peut s'écrire

$$\frac{P}{Q}=\frac{OB}{OA},$$

et elle exprime que *les deux forces sont en raison inverse des segments que leurs points d'application déterminent sur la longueur du levier.* Ces segments sont à proprement parler les *bras du levier* par rapport aux forces qui le sollicitent : c'est de là que vient le nom de *bras de levier* appliqué à la distance O*a* d'une force P à un point d'appui fixe O (fig. 125).

5° *Divers genres de leviers.* — On distingue habituellement trois *genres* de leviers, suivant la position qu'occupe le point d'appui O par rapport aux points d'application A et B de la puissance et de la résistance.

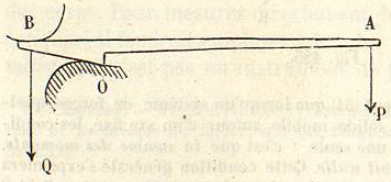

Fig. 127.

Le levier est dit *du premier genre*, quand le point d'appui se trouve entre la puissance et la résistance (fig. 124, 125 et 126).

Le levier est *du second genre*, quand la résistance se trouve entre la puissance et le point d'appui.

Le levier est *du troisième genre*, quand la puissance se trouve entre la résistance et le point d'appui.

Parmi les premiers, nous pouvons citer les fléaux de balance (que nous allons étudier) ; le *levier coudé* de la machine d'Atwood (fig. 52) ; la *pince à talon* (fig. 127), barre de fer dont se servent les maçons et les carriers pour soulever ou détacher de gros blocs de roche.

La *pédale du rémouleur* est le type des leviers du second genre (fig. 128). Enfin, la plupart des *balanciers de pompes*, auxquels on imprime à la main

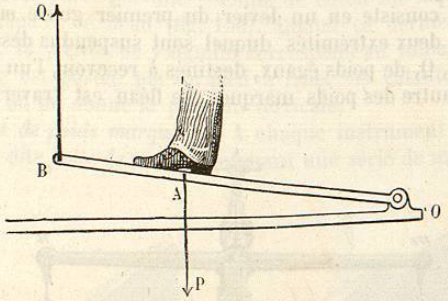

Fig. 128.

un mouvement de va-et-vient alternatif, sont des leviers du troisième genre (fig. 129).

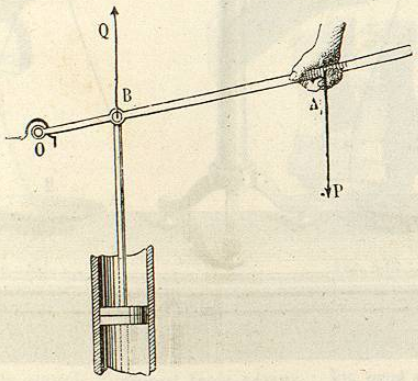

Fig. 129.

134. **Balances.** — 1° *Définitions.* — On nomme *balances* des instruments qui servent à déterminer directement la masse des corps et indirectement leur poids. L'opération s'appelle *pesée* : elle consiste à trouver une masse connue, graduée en grammes-masse (*poids marqués*), qui ait *le même poids*, dans le lieu de l'expérience, et par suite *la même masse* que le corps.

On construit deux sortes de balances : les balances ordinaires, qui sont des instruments assez précis, et des *balances* dites *de pré-*