LIVRE III

HYDROSTATIQUE

CHAPITRE PREMIER

CARACTÈRES GÉNÉRAUX DES LIQUIDES.

137. **Objet de l'hydrostatique.** — L'*hydrostatique* est la science qui a pour objet les conditions d'équilibre des liquides et les pressions qu'ils exercent, par suite de leur poids, soit dans l'intérieur de leur propre masse, soit sur les parois des vases qui les contiennent.

La science qui traite du mouvement des liquides se nomme *hydrodynamique*, et l'application de celle-ci à l'art de conduire et d'élever les eaux se désigne spécialement sous le nom d'*hydraulique*. On ne traitera ici que de l'hydrostatique.

Nous étudierons plus loin quelques phénomènes d'hydrodynamique, dus à la pression que l'air atmosphérique exerce sur tous les corps placés à la surface du globe.

138. **Caractères physiques des liquides.** — On a déjà vu (8) que les liquides sont des corps dont les molécules, par suite d'une très faible cohésion, cèdent au plus léger effort qui tend à les déplacer; d'où il résulte que ces corps sont *fluides*, c'est-à-dire qu'ils n'affectent aucune forme stable, et qu'obéissant sans cesse à l'action de la pesanteur, ils prennent immédiatement la forme des vases dans lesquels on les verse. Leur fluidité n'est cependant pas parfaite : il existe toujours entre leurs molécules une adhérence qui produit une viscosité plus ou moins grande. Très faible dans certains liquides, comme l'éther, l'alcool, elle est très apparente dans l'acide sulfurique, les huiles grasses et les liqueurs fortement sucrées ou gommées.

La fluidité des liquides se retrouve, mais à un plus haut degré, dans les gaz. Ce qui distingue ces deux espèces de corps, c'est que les liquides ne sont doués que d'une compressibilité et d'une élasticité à peine sensibles, tandis que les fluides aériformes sont éminemment compressibles et élastiques.

La fluidité des liquides est démontrée par la facilité avec laquelle ces corps s'écoulent et prennent toutes sortes de formes; leur faible compressibilité se constate par l'expérience suivante.

139. **Compressibilité des liquides.** — D'après l'expérience de Bacon et des académiciens de Florence rapportée précédemment (17), on a regardé longtemps les liquides comme complètement incompressibles. Depuis, des recherches sur le même sujet ont été faites par plusieurs physiciens, et tous ont constaté que les liquides sont plus ou moins compressibles.

Piézomètres. — Les appareils destinés à mesurer la compressibilité des liquides ont reçu le nom de *piézomètres*. Nous allons décrire ici celui d'Œrstedt, avec les modifications qui y ont été faites par Despretz et Saigey.

Description du piézomètre d'Œrstedt. — Cet appareil se compose d'un cylindre de cristal à parois épaisses, d'un diamètre intérieur de 8 centimètre (fig. 143) qui est destiné à être complètement rempli d'eau. Il est fermé à sa base par un pied de cuivre, dans lequel il est solidement mastiqué; à sa partie supérieure, il s'ajuste dans une garniture cylindrique de cuivre, fermée par un plateau qui se dévisse à volonté. Ce plateau porte un entonnoir R, par où l'on introduira l'eau dans le cylindre, et une tubulure de cuivre où glisse un piston qui la ferme hermétiquement et qu'on manœuvre au moyen d'une vis de pression P. Dans l'intérieur de l'appareil est un réservoir de verre A, rempli du liquide à comprimer. Ce réservoir se termine, à sa partie supérieure, par un tube capillaire qui se recourbe et vient plonger dans un bain de mercure O. Ce tube a été divisé d'avance en n parties d'égale capacité, et l'on a déterminé le nombre N de ces partie contenues dans le réservoir A.

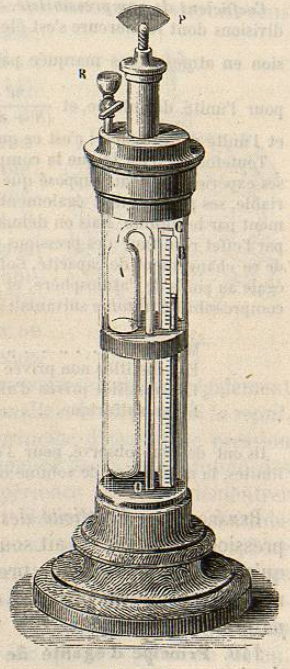

Fig. 143.

Graduation ou jaugeage du piézomètre. — Pour faire cette opération, qui est appelée *jaugeage*, on pèse les quantités de mercure contenues dans le réservoir A et dans les n divisions de la tige, à la même température. Soient p et P ces poids, v la capacité d'une division, Nv la capacité inconnue de A, et d le poids du centimètre cube du mercure à zéro. On a évidemment

$$P = Nvp \quad \text{et} \quad p = vnp, \quad \text{d'où} \quad \frac{N}{n} = \frac{P}{p}.$$

Manomètre. — A côté du réservoir A est disposé un appareil destiné à mesurer la pression, qui s'appelle *manomètre à air comprimé*. C'est un tube de verre B, plein d'air; le bout supérieur est fermé, et le bout inférieur, qui est ouvert, plonge dans le bain de mercure O. Lorsqu'on n'exerce aucune pression sur

l'eau qui remplit l'appareil, l'air occupe tout le volume du tube; mais lorsque, au moyen de la vis P et du piston, on comprime l'eau, la pression se transmet au mercure, qui s'élève dans le tube B en comprimant l'air qu'il contient. Une échelle graduée C indique la réduction de volume de l'air, et c'est d'après cette réduction de volume qu'on apprécie la pression exercée sur le liquide contenu dans le cylindre. Enfin, sur la plaque de cuivre qui porte le manomètre est fixé un thermomètre qui donne la température de l'eau. Ce thermomètre n'est pas représenté dans la figure.

Expérience. — On commence par remplir le réservoir A du liquide à comprimer; puis, par l'entonnoir R, on remplit d'eau le cylindre. On tourne alors la vis P de manière à faire descendre le piston : celui-ci exerce une pression sur l'eau et le mercure qui sont dans l'appareil, et, par l'effet de cette pression, le mercure s'élève à la fois dans le tube B et dans le tube capillaire soudé au réservoir A. Comme l'eau s'est échauffée par l'effet de la compression, on la laisse refroidir jusqu'à ce que le thermomètre soit revenu à la température initiale; observant alors à quelle hauteur le mercure s'élève dans le tube capillaire soudé au réservoir A, on en conclut que le liquide renfermé dans ce réservoir s'est contracté et l'on en mesure la contraction.

Coefficient de compressibilité. — Si l'on représente par n' le nombre de divisions dont le mercure s'est élevé dans le tube capillaire, et par F la pression en atmosphères marquée par le manomètre, $\frac{n'}{N+n}$ est la contraction pour l'unité de volume, et $\frac{n'}{(N+n)\,F}$ la contraction pour l'unité de volume et l'unité de pression : c'est ce qu'on appelle le *coefficient de compressibilité.*

Toutefois ce n'est là que la compressibilité *apparente.* En effet, Œrsted, dans ses expériences, avait supposé que la capacité du réservoir A demeurait invariable, ses parois étant également comprimées intérieurement et extérieurement par le liquide. Mais on démontre analytiquement que ce volume diminue par l'effet résultant des pressions extérieure et intérieure. En tenant compte de ce changement de capacité, Colladon et Sturm ont trouvé, pour une pression égale au poids de l'atmosphère, et à la température de zéro, les coefficients de compressibilité *absolue* suivants :

Mercure.	5	millionièmes.
Eau distillée non privée d'air.	49	—
Eau distillée privée d'air.	51	—
Éther sulfurique.	133	—

Ils ont de plus observé, pour l'eau et le mercure, que, dans de certaines limites, la diminution de volume est proportionnelle à la pression.

Remarque. — *Élasticité des liquides.* — Quelle que soit la compression à laquelle on ait soumis un liquide, l'expérience fait voir qu'aussitôt que l'excès de pression cesse, le liquide revient exactement à son volume primitif; d'où l'on conclut que *les liquides sont parfaitement élastiques.*

140. **Principe d'égalité de pression** ou **principe de Pascal.** — *Énoncé.* — En regardant les liquides comme parfaitement élastiques, doués d'une fluidité parfaite, et en les supposant soustraits à l'action de la pesanteur, on a été conduit au principe suivant, connu sous le nom de *principe d'égalité de pression :*

Si l'on exerce une pression quelconque à la surface d'un liquide en équilibre, cette pression se transmet intégralement dans tous les sens à toute portion plane de paroi égale à la surface pressée.

C'est là le principe fondamental de l'hydrostatique. On l'appelle aussi *principe de Pascal*, parce qu'il fut énoncé pour la première fois par Blaise Pascal, sous la forme suivante : *Si un vaisseau plein d'eau, clos de toutes parts, a deux ouvertures dont l'une soit centuple de l'autre, en mettant à chacune un piston qui lui soit juste, un homme poussant le petit piston égalera la force de cent hommes qui pousseront celui qui est cent fois plus large et en surmontera quatre-vingt-dix-neuf.*

Ce deuxième énoncé conduit directement à l'interprétation pratique de l'énoncé précédent, lequel est plus général.

Interprétation. — Concevons un vase de forme quelconque, rempli d'eau ou de tout autre liquide que nous supposerons sans poids, et soient, sur les parois de ce vase, diverses tubulures cylyndriques A, B, C..., fermées par des pistons mobiles (fig. 144). Si sur le piston supérieur A on exerce, de dehors en dedans, une pression quelconque, de 20 kilogrammes par exemple, instantanément cette pression se transmet sur la face interne des pistons B, C, D..., qui tous sont poussés de dedans en dehors avec une force de 20 kilogrammes, et avec des forces de 40, 60 kilogrammes, si leurs surfaces sont deux ou trois fois plus grandes que celle du piston A. Par conséquent non seulement la pression se transmet également dans tous les sens, mais est *proportionnelle à la surface qui la reçoit.*

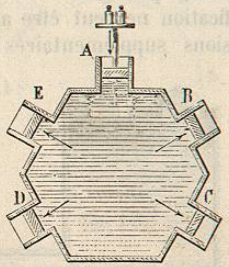

Fig. 144.

Vérification expérimentale. — Le principe d'égalité de pression doit être admis comme une conséquence de la constitution des liquides. Toutefois on peut, par l'expérience suivante, démontrer que la pression se transmet, en effet, dans tous les sens. Un tube dans lequel glisse un piston (fig. 145) est terminé par une sphère creuse sur laquelle sont placées de petites tubulures cylindriques perpendiculaires à ses parois. La sphère et le cylindre étant remplis d'eau, on pousse le piston, et le liquide jaillit par tous les orifices, et non pas seulement par celui qui est opposé au piston.

Quant à la proportionnalité des pressions aux surfaces, on peut la vérifier aussi d'une manière approchée (fig. 146). Deux cylindres verticaux d'inégal diamètre, réunis par une tubulure horizontale, sont remplis d'eau; sur les surfaces du liquide reposent deux pis-

tons P et p, qui ferment hermétiquement les cylindres, mais qui peuvent glisser dans ceux-ci à frottement très doux. Supposons que la surface du grand piston soit égale, par exemple, à 30 fois celle du petit. Si l'on place sur celui-ci un poids de 2 kilogr., le grand piston, d'après le principe de Pascal, devra supporter une poussée de bas en haut égale à 60 kilogr. En effet, si l'on charge le grand piston de ce poids, l'équilibre persiste; mais pour une charge plus grande ou plus petite l'équilibre est rompu. La vérification ne peut être absolument rigoureuse, à cause des pressions supplémentaires exercées dans l'intérieur de la masse par le poids du liquide.

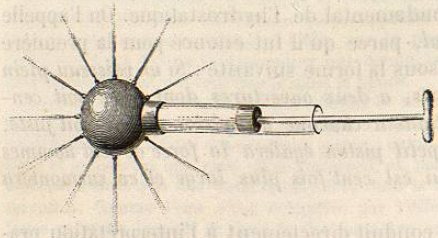

Fig. 145.

Conséquences. — Soient S et s les surfaces du grand et du petit piston, on peut poser

$$[1] \qquad \frac{P}{p} = \frac{S}{s},$$

d'où

$$[2] \qquad \frac{P}{S} = \frac{p}{s}.$$

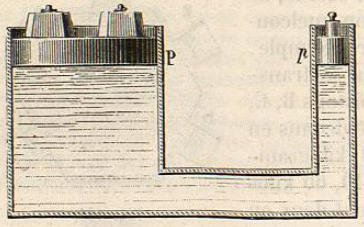

Fig. 146.

141. **Généralisation du principe de Pascal.** — 1° La première égalité, qui est une conséquence directe du principe de Pascal, permet d'en donner un nouvel énoncé : *Lorsqu'un liquide, soumis à la seule influence d'une pression extérieure, est en équilibre, il transmet à toute portion plane de paroi du vase qui le contient une pression proportionnelle à la surface de celle-ci.*

2° La deuxième égalité exprime encore le même fait sous une autre forme. Le quotient $\frac{P}{S}$ représente *la pression moyenne par unité de surface* sur la portion de paroi constituée par le grand piston; de même $\frac{p}{s}$ représente *la pression moyenne par unité de surface* sur le petit piston. Sur une autre portion plane quelconque

de paroi s', la pression totale serait, par exemple, p', *la pression moyenne par unité de surface* serait $\frac{p'}{s'}$, et l'on aurait encore $\frac{P}{S} = \frac{p'}{s'}$. Cela veut dire que, *dans un liquide en équilibre sous la seule influence de pressions extérieures, la pression moyenne par unité de surface est la même en tous les points de la paroi du vase qui le contient.*

3° Enfin, le principe s'applique, sous ces différentes formes, non seulement aux parois du vase qui contient un liquide parfait en équilibre, mais encore aux molécules mêmes de ce liquide. Ainsi une tranche plane MN, formée de molécules liquides, et prise en un point quelconque de la masse, subit une pression proportionnelle à sa surface, tout comme une portion égale de paroi.

Pour s'en rendre compte, il suffit d'imaginer une surface quelconque AB passant par la tranche MN et allant d'une paroi à l'autre (fig. 147). *Solidifions, par la pensée, toutes les molécules liquides rencontrées par cette surface*, c'est-à-dire supposons qu'il existe entre elles un système de forces attractives, se détruisant deux à deux, mais se maintenant à des distances invariables comme les molécules d'un corps solide. Nous n'avons rien changé ainsi aux pressions extérieures ni à l'état d'équilibre du liquide; mais tout se passe maintenant comme si la tranche MN était une portion plane de paroi interne. Elle subit donc une pression transmise qui est proportionnelle à sa surface, conformément au principe de Pascal. Il est évident que cette pression ne cessera pas de s'exercer quand nous aurons rendu, par la pensée, à cette cloison idéale son état réel de fluidité.

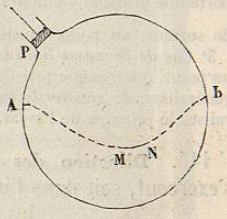

Fig. 147.

Il résulte de là que, *dans l'intérieur de la masse liquide comme sur les parois*, la pression est la même en tous les points sur l'unité de surface, ou proportionnelle en tous les points à l'étendue de la surface pressée.

142. **Pression en un point.** — Ce terme étant souvent employé en hydrostatique, il importe d'en préciser le sens. En réalité, il n'y a pas de pression en un point; une pression ne peut s'exercer que sur une portion de paroi plus ou moins petite, mais de grandeur appréciable et déterminée.

Nous avons défini plus haut la *pression en un point* dans le cas où la pression est uniforme. C'est le quotient $\frac{P}{S}$, S étant une portion plane de surface comprenant le point considéré, et P étant la pression totale. C'est donc *la pression par unité de surface autour du point considéré*. Posons $\frac{P}{S} = \varpi$: on en déduit $P = \varpi S$.

Généralisation de la notion de *pression en un point.* — 1° *Cas des pressions variables.* — Dans le cas où la pression ne s'exerce pas uniformément sur l'étendue de la surface S, le quotient $\frac{P}{S}$ représente *la pression moyenne par unité de surface autour du point.* On appelle alors *pression en un point* le quotient $\frac{p}{\omega}$, ω étant un élément de surface plane infiniment petit, pris autour du point, et p étant la pression totale sur cet élément[1]. On a, comme précédemment,

$$\frac{p}{\omega} = \varpi, \quad \text{d'où} \quad p = \varpi\omega;$$

p est la pression totale sur l'élément : on l'appelle *pression élémentaire;* p est un infiniment petit de même que ω, tandis que leur quotient, $\frac{p}{\omega}$, est une quantité finie et déterminée.

2° *Cas des parois courbes.* — La notion de pression en un point a été étendue aux parois courbes. Il suffit d'imaginer le plan tangent au point considéré de la surface courbe; sur ce plan, on prend, autour du point, un élément ω qui supporte une pression élémentaire p. Le quotient $\frac{p}{\omega} = \varpi$ est la pression (par unité de surface) au point considéré.

3° *Cas de la masse liquide.* — Enfin, la même définition s'applique aussi à un point quelconque pris dans l'intérieur de la masse liquide. Il suffit, pour la généraliser, de répéter le raisonnement qui nous a servi plus haut pour généraliser le principe de Pascal.

143. **Direction des pressions.** — Toutes les pressions qui s'exercent, soit dans l'intérieur d'un liquide en équilibre, soit sur les parois du vase qui le contient, sont des forces *normales,* c'est-à-dire perpendiculaires aux surfaces pressées.

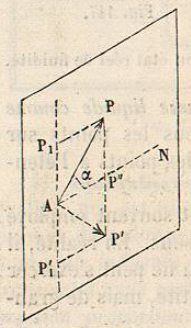

Fig. 148.

On peut considérer ce fait comme une conséquence de la fluidité parfaite des liquides et de leur symétrie absolue autour d'un point quelconque. En effet, si en un point A nous supposons une pression P inclinée d'un angle α sur la normale AN, il doit exister, par raison de symétrie, une autre pression P′, inclinée du même angle et en sens contraire. On peut (fig. 148) décomposer chacune de ces forces en deux composantes, l'une normale et l'autre dirigée dans le plan de la surface pressée. Les deux composantes AP et AP′ sont égales et opposées : elles se détruisent. Les composantes normales sont égales et de même sens : elles s'ajoutent pour exercer une

1. Rappelons ici que l'expression *infiniment petit* a un sens mathématique tout différent de celui d'*extrêmement petit.* Elle désigne une quantité aussi petite que l'on veut, c'est-à-dire d'une petitesse indéfinie, ayant pour limite zéro.

pression normale au point où elles sont appliquées. Ce sont les seules forces qui produisent un effet utile; ce sont les seules dont on ait à tenir compte dans l'étude des liquides en équilibre.

Remarque. — On pourrait aussi admettre ce fait directement, comme une nouvelle hypothèse sur la constitution des liquides. Cette hypothèse se vérifiera comme les autres, par les conséquences expérimentales qu'on en déduira.

144. **Presse hydraulique.** — 1° *Définition.* — Le principe d'égalité de pression a reçu à la fois une importante vérification expérimentale et une très utile application dans la *presse hydraulique.* C'est un appareil qui sert à produire des pressions considérables à l'aide d'un effort relativement très faible. Il fut imaginé par Pascal, mais ne fut construit pour la première fois qu'en 1796, par l'ingénieur anglais Bramah.

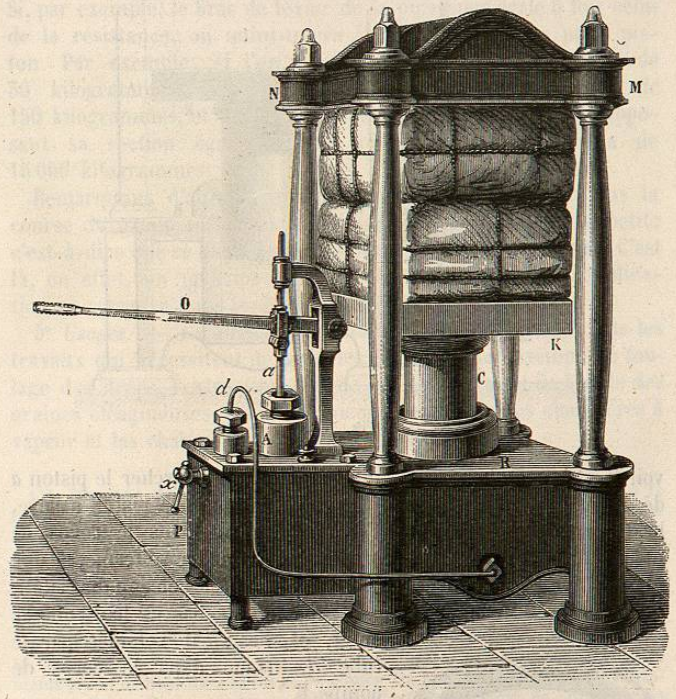

Fig. 149

2° *Description.* — L'appareil est fait tout en fonte. La figure 150 en donne une coupe verticale et la figure 149 une vue d'ensemble. Dans un corps de pompe B, à grand diamètre et à parois très résistantes, peut monter et descendre à frottement doux un cylindre C faisant l'office de piston. A celui-ci est fixé un plateau K, qui monte et descend avec lui entre quatre colonnes. Ces dernières supportent un plateau MN qui est fixe, et c'est entre ce plateau et le plateau K que sont placés les objets qu'on veut mettre en presse. Quant à l'ascension du piston C, elle s'obtient à l'aide d'une *pompe d'injection* A, qui aspire l'eau d'un réser-

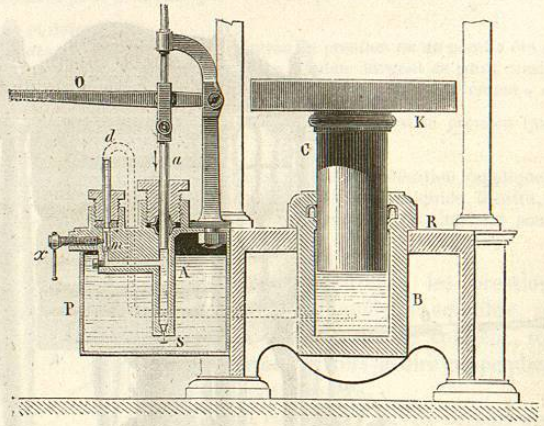

Fig. 150.

voir P, et la refoule dans le cylindre B. On fait marcher le piston *a* de cette pompe à l'aide d'un levier O. Lorsque le piston s'élève, la soupape S s'ouvre, et l'eau s'introduit dans le corps de pompe A; puis, quand il redescend, cette soupape se ferme, et une seconde soupape *m*, qui était fermée pendant l'ascension du piston, est soulevée actuellement par la pression de bas et haut qu'elle subit, et l'eau est refoulée par le tube *d* jusque dans le corps de pompe B.

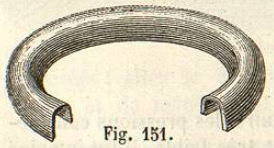

Fig. 151.

3° *Cuir embouti.* — On nomme ainsi un cuir épais, imbibé d'huile et imperméable à l'eau, lequel sert à fermer hermétiquement le corps de pompe B. Ce cuir, recourbé en forme d'U renversé (fig. 151), s'enroule circulairement dans une cavité pratiquée au haut de la

paroi du corps de pompe. Plus l'eau est comprimée dans celui-ci, plus elle applique fortement le cuir, d'un côté sur la paroi du corps de pompe, de l'autre sur le piston C : de cette manière, elle se ferme à elle-même le passage entre le piston et la paroi et toute fuite est prévenue.

4° *Fonctionnement.* — La pression qu'on peut obtenir au moyen de la presse hydraulique dépend du rapport de la section du piston C à celle du piston *a*. Si la première est 50 ou 100 fois plus grande que la seconde, la pression supportée de bas en haut par le grand piston sera 50 ou 100 fois celle exercée par le petit. De plus, on gagne encore de la force par l'intermédiaire du levier O. Si, par exemple, le bras de levier de la puissance égale 5 fois celui de la résistance, on quintuplera l'effort appliqué au petit piston. Par exemple, si l'on exerce sur le levier un effort de 30 kilogrammes, l'effet transmis par le piston *a* sera de 150 kilogrammes, et celui que transmettra le piston C, en supposant sa section égale à 100 fois celle du petit, sera de 15 000 kilogrammes.

Remarquons d'ailleurs que plus on gagne en force, plus la course du grand piston est lente par rapport à celle du petit; c'est-à-dire que *ce qu'on gagne en force on le perd en vitesse.* C'est là, en effet, un principe général de mécanique, dont l'application se retrouve dans toutes les machines.

5° *Usages.* — La presse hydraulique est utilisée dans tous les travaux qui nécessitent de grandes pressions, par exemple le foulage des draps, l'extraction du suc des betteraves et de l'huile des graines oléagineuses. Elle sert encore à éprouver les chaudières à vapeur et les chaînes destinées à la marine, etc.

145. **Presses de Desgoffe et de Cailletet.** — M. Desgoffe a apporté à la construction de la presse hydraulique deux perfectionnements qui permettent d'augmenter la pression dans de fortes proportions sans accroître les difficultés de l'opération. La figure 152 indique ce nouveau dispositif.

1° Un piston *p* permet de puiser l'eau dans une bache B et de la refouler sous le grand piston P. On produit ainsi des accroissements de pression notables, mais brusques, jusqu'au moment où la pompe foulante ne peut plus fonctionner,

2° Quand cette première limite de pression est atteinte, il est possible de la dépasser, au moyen d'un piston plongeur, qu'on peut introduire plus ou moins profondément dans le corps de pompe. On manœuvre ce piston de l'extérieur, à l'aide d'une grande roue R à manivelles. Au centre de cette roue est fixée une vis, qui pénètre, sans se déplacer, dans un écrou par lequel se termine le piston plongeur. En faisant tourner la roue, on fait avancer l'écrou et par suite le piston dans un sens ou dans l'autre. En le faisant pénétrer dans le corps de pompe par ce mouvement hélicoïdal, l'eau est refoulée de plus en plus et la pression augmente graduellement. Une vis *v* permet de faire écouler l'eau de manière à diminuer la pression et un tube *a* établit la communication avec un manomètre métallique, qui mesure la pression.

Les mêmes perfectionnements se trouvent dans l'appareil de M. Cailletet pour la liquéfaction des gaz réputés permanents.

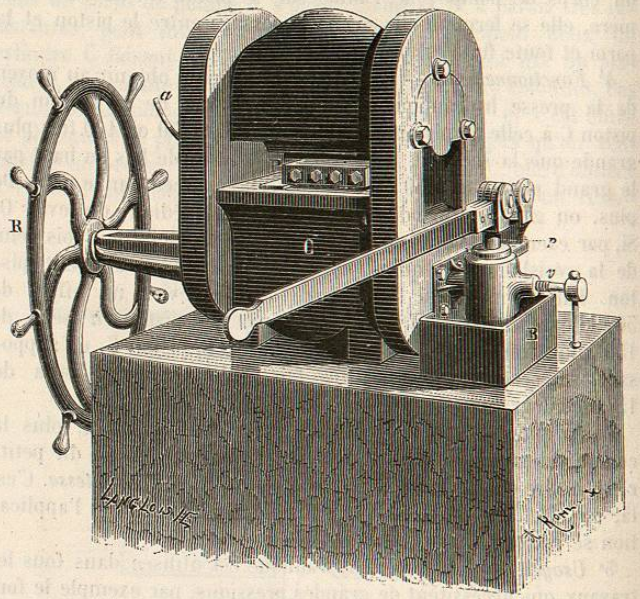

Fig. 152.

CHAPITRE II

PROPRIÉTÉS DES LIQUIDES PESANTS EN ÉQUILIBRE

PRESSIONS SUR LES PAROIS DES VASES. — PRESSIONS SUR LES CORPS IMMERGÉS. — CONDITIONS D'ÉQUILIBRE DES LIQUIDES PESANTS.

146. **Existence des pressions dans les liquides pesants en équilibre.** — Les liquides, comme tous les autres corps, sont *pesants*, c'est-à-dire soumis à l'action de la pesanteur, à la surface de la terre. En hydrostatique, on appelle plus particulièrement *liquides pesants* les liquides que l'on considère comme n'étant soumis à d'autres forces extérieures que celles de la pesanteur. Dans un liquide pesant en équilibre, le poids seul des molécules suffit pour développer des pressions qui se transmettent et s'exercent dans tous les sens, soit dans l'intérieur de la masse, soit sur les parois du vase, et toujours normalement à la surface pressée. Il est facile de constater par l'expérience l'existence de ces pressions.

Pression verticale de haut en bas. — La pression verticale de haut en bas résulte directement du poids des molécules liquides accumulées. Pour la mettre en évidence, il suffit de verser un liquide quelconque dans un vase cylindrique en verre, fermé par un fond horizontal mobile, qui serait par exemple une soupape s'ouvrant de haut en bas. On verra la soupape céder à la pression, dès que la quantité de liquide versée sera suffisante. Nous montrerons plus loin comment on peut mesurer l'intensité de cette pression.

Poussée. — Expérience de l'obturateur. — La pression que les couches supérieures d'un liquide exercent sur les couches inférieures fait naître dans celles-ci une *réaction verticale de bas en haut*, qui est une conséquence du principe de Pascal. Cette pression constitue la *poussée des liquides*. Elle est très sensible lorsqu'on plonge la main dans un liquide, surtout s'il a une grande densité, comme le mercure. On peut la constater et la mesurer par l'*expérience de l'obturateur*. L'appareil se compose d'un tube large en verre A, ouvert à ses deux extrémités (fig. 153). Le bord inférieur est rodé horizontalement et l'on peut le fermer hermétiquement en y appliquant soit un disque de verre dépoli O, lequel constitue proprement l'*obturateur*, soit tout simplement une carte mince, de poids négligeable. On plonge l'appareil dans l'eau, en soutenant l'obturateur par un fil attaché en son milieu, et on lâche le fil dès que l'immersion est assez profonde. L'obturateur reste alors appliqué contre le tube, ce qui indique qu'il supporte, de bas en haut, une pression supérieure à son poids. On pourrait évaluer grossièrement cette pression, soit en versant lentement de l'eau sur l'obturateur, soit en le chargeant de poids marqués, jusqu'à le détacher du tube.

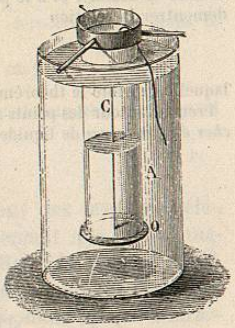

Fig. 153.

Pressions obliques. — On constaterait de même l'existence de pressions obliques ou verticales, en appliquant l'obturateur sur