dans le sens des courbures et tout l'appareil prend un mouvement de rotation en sens contraire de l'écoulement. Ce mouvement est d'autant plus rapide que la hauteur du liquide dans le vase M est plus grande et que la section des orifices de sortie présente plus de surface.

Pendule hydraulique. — On peut encore citer, comme expérience de cours, le *pendule hydraulique.* C'est un petit appareil formé d'une sphère à tubulure latérale remplie d'eau et fixée, comme un pendule, à l'extrémité d'un fil. Dès qu'on débouche l'orifice, le liquide s'échappe, et le pendule, s'écartant de la verticale en sens contraire de l'écoulement, se met à osciller. On emploie aussi un chariot très mobile.

Roues à réaction. — Les pressions latérales sont utilisées dans les moteurs hydrauliques connus sous le nom de *roues à réaction.*

Théorie des vases à réaction. — Dans ces appareils, il faut se rendre compte la fois du mouvement du liquide et de celui du vase. Dans les deux cas il suffit d'appliquer le principe de mécanique suivant :

Lorsqu'un système de forces se fait équilibre sur un corps solide, l'une quelconque des forces est égale et opposée à la résultante de toutes les autres.

Soit un liquide en équilibre dans un vase quelconque (fig. 168). On peut supprimer le vase par la pensée, à la condition de solidifier le liquide et d'appliquer à ses divers éléments les forces de résistance ou réactions f, f', f''... que les éléments de paroi leur opposent. On a ainsi un système de forces, composé du poids total P du liquide et des réactions f, f'..., qui se font équitibre. L'une quelconque d'entre elles, f par exemple, étant égale et opposé

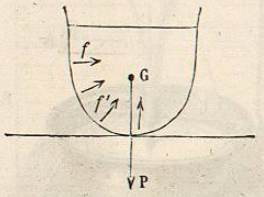

Fig. 168.

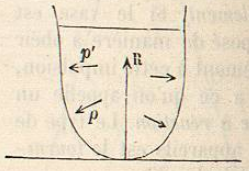

Fig. 169.

la résultante des autres, si l'on vient à la supprimer, — ce qu'on fait en ouvrant un orifice dans la paroi en ce point, — la résultante de toutes les autres cessera d'être contre-balancée et précipitera le liquide par cet orifice.

Quant au vase plein de liquide, on peut le considérer comme un corps solide soumis au système de forces suivant : 1° les pressions p, p'... du liquide sur parois, pressions qui ont une résultante unique égale au poids total du liquide; 2° le poids des parois elles-mêmes; 3° la réaction R du plan qui supporte le vase ou du fil qui le soutient, et qui fait équilibre aux deux autres (fig. 169). Si l'on ouvre un orifice en face de l'une des pressions p, le liquide s'écoule, la pression p cesse donc de s'exercer et la résultante de toutes les eaures forces, qui est égale et opposée à p, tend à entraîner le vase en sens contraire de l'écoulement.

PRESSIONS SUR LES CORPS IMMERGÉS.

158. **Principe d'Archimède.** — 1° Énoncé. — *Lorsqu'un corps solide est entièrement plongé dans un liquide pesant en équilibre, les pressions qui s'exercent à sa surface ont une résultante unique, égale et directement opposée au poids du volume liquide déplacé et appliquée au centre de gravité de ce volume.*

Cette résultante s'appelle *la poussée* du liquide ; son point d'application s'appelle *le centre de poussée.*

Ce principe fut découvert par Archimède de Syracuse. C'était la proposition fondamentale de son *Traité des corps flottants*, et il sert en effet de fondement à la théorie de l'équilibre des corps flottants. On l'énonce encore de la manière suivante :

Tout corps plongé dans un liquide pesant en équilibre y subit une poussée verticale de bas en haut, égale au poids du volume liquide déplacé.

2° Démonstration. — On peut en donner deux sortes de démonstrations, l'une théorique et l'autre expérimentale.

Démonstration à priori. — Dans une masse liquide en équilibre, considérons une portion de liquide de forme quelconque, sphérique, ovoïde ou irrégulière. et supposons-la solidifiée, sans accroissement ni diminution de volume (fig. 170). Il est évident que la partie ainsi solidifiée supportera, de la part de la masse liquide, les mêmes pressions qu'auparavant, et que, par conséquent, elle sera encore en équilibre : ce qui ne peut avoir lieu que parce qu'elle supporte, de bas en haut, une poussée égale à son poids. Or, si à la place de la partie solidifiée on imagine un corpsd'une autre substance, de même volumeet de même forme, il supportera nécessairement les mêmes pressions que supportait le liquide solidifié, et dès lors il sera soumis, lui aussi, à une poussée égale au poids du liquide déplacé.

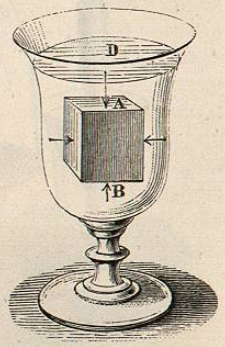

Fig. 170.

Autre démonstration théorique. — On peut considérer ce principe comme un corollaire du précédent, en assimilant la surface du corps immergé à une sorte de paroi intérieure au liquide. Ou bien on peut le démontrer directement, en composant par la même méthode d'analyse le système des pressions élémentaires que le liquide ambiant exerce normalement aux parois du corps plongé. Sur un élément de surface ω, la pression élémentaire normale est $\omega z d$, en désignant par z la distance de l'élément à la surface libre. Cette pression peut se décomposer suivant trois directions rectangulaires, dont l'une soit verticale : les composantes seront

$$\omega z d \cos \alpha, \qquad \omega z d \cos \beta, \qquad \omega z d \cos \gamma.$$

Le système primitif des forces quelconques sera remplacé par trois systèmes de forces parallèles ayant respectivement pour résultantes

$$X = \sum(\omega z d \cos\alpha), \qquad Y = \sum(\omega z d \cos\beta), \qquad Z = \sum(\omega z d \cos\gamma).$$

On démontrera aisément que X et Y sont identiquement nuls, et que Z est égal au poids du volume liquide déplacé, directement opposé à ce poids et appliqué au même point.

Vérification expérimentale. — Elle s'effectue très simplement au moyen de la *balance hydrostatique*. C'est une balance ordinaire dont chaque plateau est muni d'un crochet, et dont le fléau peut s'élever et s'abaisser à volonté, à l'aide d'une crémaillère qu'on

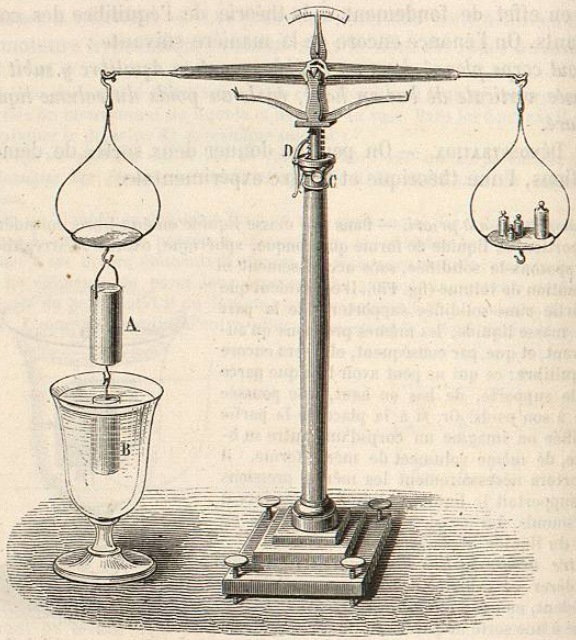

Fig. 171.

fait marcher par un petit pignon C (fig. 171). Un encliquetage D retient la crémaillère lorsqu'on l'a soulevée. Le fléau étant remonté, on suspend, au-dessous de l'un des plateaux un cylindre creux A, en laiton, et au-dessous de celui-ci un cylindre plein B, dont le volume est exactement le même que la capacité du pre-

mier; puis dans l'autre plateau on place des poids jusqu'à ce que l'équilibre s'établisse. Si alors on remplit d'eau le cylindre A, l'équilibre est rompu; mais si l'on abaisse en même temps le fléau de manière que le cylindre B plonge en entier dans l'eau d'un vase placé au-dessous, on voit l'équilibre se rétablir. Le cylindre B subit donc, par son immersion, une poussée égale au poids de l'eau versée dans le cylindre A.

On voit que, dans cette expérience, tout se passe, au point de vue de l'équilibre du fléau, comme si le cylindre plein *perdait brusquement une partie de son poids* au moment de son immersion. C'est ce qui fait donner quelquefois à l'énoncé du principe la forme suivante, qui est incorrecte : *Tout corps plongé dans un liquide perd de son poids une partie égale au poids du liquide qu'il déplace.*

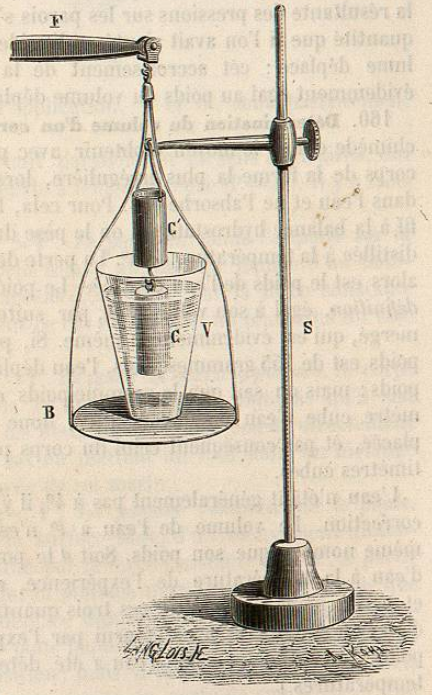

Fig. 172.

159. **Réciproque du principe d'Archimède.** — 1° Énoncé. — *Tout corps plongé dans un liquide pesant en équilibre exerce sur ce liquide une pression verticale, de haut en bas, égale au poids du volume liquide déplacé.*

On peut en donner un autre énoncé, moins correct, mais plus frappant : *Le poids perdu par le corps immergé est gagné par le liquide ambiant.*

2° Démonstration. — *Vérification expérimentale.* — On n'a qu'à modifier légèrement l'expérience précédente. On place le vase plein d'eau sur le plateau même de la balance, et l'on tare dans l'autre plateau. Le système des deux cylindres, disposés comme précédemment, le plein au-dessous du creux, est sus-

pendu à un support fixe (fig. 172). On relève le fléau de la balance de manière à faire plonger le cylindre plein dans le liquide. Aussitôt que l'immersion commence, l'équilibre est détruit. Lorsque l'immersion est complète, on verse dans le cylindre creux de l'eau prise dans le vase; on constate que, dès que le cylindre est rempli, l'équilibre est complètement rétabli.

Démonstration à priori. — L'explication théorique de ce fait est très simple. Ou bien on peut le considérer comme une conséquence du principe général de l'égalité de l'action et de la réaction : si le corps plongé subit une poussée de la part du liquide ambiant, celui-ci doit subir de la part du corps une réaction égale et contraire. Ou bien l'on peut remarquer simplement que, lorsqu'on plonge un corps dans un liquide, on élève le niveau dans le vase; la résultante des pressions sur les parois s'accroît donc de la même quantité que si l'on avait ajouté au liquide un volume égal au volume déplacé : cet accroissement de la pression résultante est évidemment égal au poids du volume déplacé.

160. **Détermination du volume d'un corps.** — Le principe d'Archimède donne le moyen d'obtenir avec précision le volume d'un corps de la forme la plus irrégulière, lorsqu'il n'est pas soluble dans l'eau et ne l'absorbe pas. Pour cela, l'ayant suspendu par un fil à la balance hydrostatique, on le pèse dans l'air, puis dans l'eau distillée à la température de 4°. La perte de poids que l'on constate alors est le poids de l'eau déplacée. Le poids de cette eau est, *par définition*, égal à son volume, et, par suite, à celui du corps immergé, qui est évidemment le même. Si, par exemple, la perte de poids est de 155 grammes-poids, l'eau déplacée pèse 155 grammes-poids; mais on sait que le gramme-poids est le poids d'un centimètre cube d'eau distillée et à 4°; donc le volume de l'eau déplacée, et par conséquent celui du corps plongé, est de 155 centimètres cubes.

L'eau n'étant généralement pas à 4°, il y aura à faire une petite correction. Le volume de l'eau à t^0 n'est plus exprimé par le même nombre que son poids. Soit d le poids du centimètre cube d'eau à la température de l'expérience, v son volume inconnu et p son poids : on a entre ces trois quantités la relation $p = vd$, d'où l'on déduira v; p est fourni par l'expérience ci-dessus. (Le poids du centimètre cube d'eau a été déterminé pour toutes les températures.)

161. **Équilibre des corps immergés et des corps flottants.** — D'après le principe d'Archimède, tout corps plongé dans un liquide est soumis à deux forces verticales et de sens contraires : son poids P appliqué en son centre de gravité G et la poussée P′ appli-

quée au centre de poussée G′ (fig. 173). Si le solide et le liquide sont des corps homogènes, les centres de gravité du volume commun qu'ils occupent dans l'espace coïncident nécessairement. Les points G et G′ ne font qu'un et les forces P et P′ sont directement opposées. Si l'un des corps n'est pas homogène, ce qui est le cas

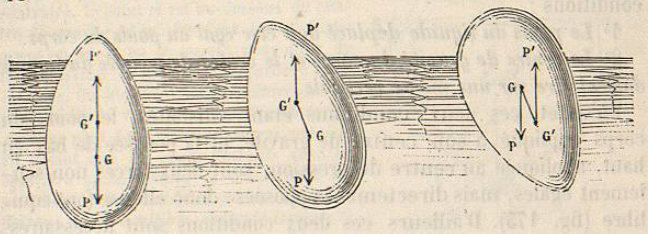

Fig. 173.

général, leurs points d'application, G et G′, sont parfaitement distincts.

Les forces P et P′, étant parallèles et de sens contraires, ont toujours une résultante égale à leur différence (P — P′). Il y a trois cas à considérer :

1° $P - P' > 0$, d'où $P > P'$. *Le poids du solide l'emporte sur la poussée du liquide.* Le corps tombe au fond du liquide d'un mouvement uniformément accéléré, entraîné par la force constante P — P′. On réalise aisément ce cas en mettant un œuf dans un vase contenant de l'eau pure.

2° $P - P' = 0$, d'où $P = P'$. *Le poids est égal à la poussée.* Le corps reste en équilibre dans le liquide, pourvu toutefois qu'il soit orienté de manière que les deux forces égales soient directement opposées. On réalise ce cas en mettant un œuf dans un mélange d'eau pure et d'eau saturée de sel marin.

3° $P - P' < 0$, d'où $P < P'$. *La poussée l'emporte sur le poids.* Le corps remonte vers la surface libre, d'un mouvement uniformément accéléré, entraîné par la force constante P′ — P. A partir de l'instant où il émerge, la poussée décroît en même temps que le volume du liquide déplacé diminue. Le corps atteint nécessairement une position pour laquelle $P' = P$. Il devrait rester en équilibre dans cette position; mais il la dépasse en vertu de la vitesse acquise, il y revient ensuite en vertu de son poids et finit par s'y fixer après une série d'oscillations plus ou moins nombreuses. On dit alors que le corps *flotte;* c'est un *corps flottant en équilibre.* On réalise aisément ce cas en mettant un œuf dans de l'eau saturée de sel marin. La cire, le bois et tous les corps plus

légers que l'eau flottent à sa surface. De même une masse de fer, qui tomberait immédiatement au fond de l'eau, surnage dans un bain de mercure.

162. **Conditions d'équilibre des corps flottants. — Métacentre.** — Pour qu'un corps flottant demeure en équilibre, il faut deux conditions :

1° *Le poids du liquide déplacé doit être égal au poids du corps.*

2° *Le centre de gravité du corps et le centre de poussée du liquide doivent être sur une même verticale.*

En effet, ces deux conditions étant satisfaites, le poids du corps appliqué à son centre de gravité, et la poussée de bas en haut, appliquée au centre de pression, sont deux forces non seulement égales, mais directement opposées : donc elles se font équilibre (fig. 173). D'ailleurs ces deux conditions sont nécessaires. En effet, si la première n'est pas satisfaite, nous avons vu plus haut que le corps tombe ou remonte à la surface, d'un mouvement uniformément accéléré. Si la deuxième n'était pas satisfaite, la première l'étant, ce qui arriverait par exemple dans l'une des positions 2 et 3 de la figure 173, les forces égales P et P′ formeraient un couple qui ferait tourner le corps jusqu'à ce que les points G et G′ fussent ramenés sur une même verticale, et le corps ne demeurerait en équilibre qu'après une série d'oscillations.

Plan de flottaison. — Quand le corps flottant est en équilibre, la surface libre du liquide y détermine une section plane horizontale, qu'on appelle *plan de flottaison.* Ce plan est défini par les deux conditions d'équilibre précédentes : le poids du liquide déplacé doit être égal au poids du corps solide; le centre de gravité du corps et le centre de poussée doivent être sur une même perpendiculaire au plan de flottaison.

Condition de stabilité. — Cet équilibre peut d'ailleurs être stable ou instable, suivant que le corps écarté légèrement de sa position d'équilibre tend ou ne tend pas à y revenir. La stabilité dépend de la position du centre de poussée par rapport au centre de gravité, ou plutôt de la place qu'occupe, sur la verticale passant par le centre de gravité, dans la position d'équilibre considérée, un point particulier appelé *métacentre.*

Positions du métacentre. — Soit ABC (fig. 174) la section d'un navire par un plan passant par la verticale xy, sur laquelle sont situés le centre de gravité g du navire et le centre de poussée c du liquide déplacé dans la position d'équilibre normale. Lorsque le navire s'incline dans la position A′B′C′, la ligne xy s'incline en $x'y'$, et le centre de gravité, qui ne change pas par rapport au navire, passe de g en g', tandis que, la forme du liquide déplacé n'étant plus la même, le centre de poussée change par rapport au navire, et prend, par

exemple, la position c'. Menons par le point c' une verticale qui coupe la droite $x'y'$ en m ; on peut supposer la poussée du liquide appliquée au point m. Si le point m est situé au-dessus du point g', il est évident que les forces appliquées en m et en g' auront pour effet de ramener le navire à sa première position ABC, et que par suite *l'équilibre sera stable.* Si, au contraire, le point m est au-dessous du centre de gravité en m', les deux forces appliquées en m' et en g' auront pour effet de faire chavirer le navire, et *l'équilibre sera instable.* On donne le nom de *métacentre* au point m où la verticale $c'm$ coupe la droite $x'y'$. On peut donc résumer ce qui précède en disant que *les corps flottants sont en équilibre stable quand le métacentre est plus haut que le centre de gravité du corps flottant, et en équilibre instable lorsque le métacentre est plus bas.*

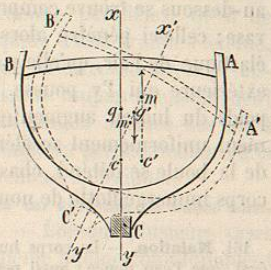

Fig. 174.

La détermination du métacentre et du centre de gravité est d'une grande importance dans l'arrimage des navires, car c'est de leur position relative que dépend la stabilité.

163. **Ludion.** — Les effets divers de suspension, d'immersion et de flottaison dans un liquide sont reproduits avec le petit appareil qu'on nomme *ludion.* Il se compose d'une éprouvette de verre remplie d'eau en partie, et surmontée d'un tube de cuivre dans lequel est un piston qu'on fait marcher à la main, et qui le ferme hermétiquement (fig. 175). Dans le liquide est une petite figure d'émail, soutenue par une boule de verre creuse a, qui contient de l'air et de l'eau, et flotte à la surface. Cette boule est percée, à sa partie inférieure, d'une petite ouverture par laquelle l'eau peut pénétrer ou sortir, selon que l'air intérieur de la boule est plus ou moins comprimé. Cette eau forme donc un lest de grandeur variable, qui permet de modifier à volonté le poids du corps immergé, de manière à réaliser les trois cas $P < P'$, $P = P'$ et $P > P'$. La quantité d'eau préalablement introduite dans la boule est telle, que la poussée P' soit légèrement supérieure à P : le corps flotte donc au début, en émer-

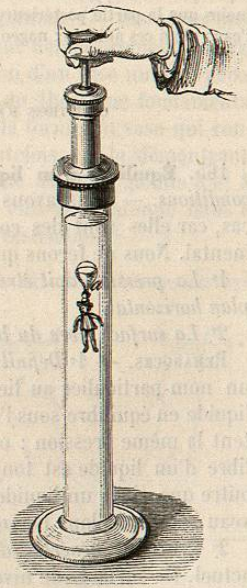
Fig. 175.

geant un peu; mais il suffit de donner à P un faible accroissement pour qu'il y ait immersion. Pour cela on exerce une légère pression avec le piston, comme le montre la figure : l'air qui est au-dessous se trouve comprimé et transmet sa pression à l'eau du vase; celle-ci pénètre alors dans la boule, jusqu'à ce que la force élastique de l'air, qu'elle y comprime, fasse équilibre à la pression extérieure qui l'y pousse. La densité moyenne et par suite le poids du ludion augmentent et celui-ci s'enfonce, d'un mouvement uniformément accéléré. Si l'on cesse alors la pression, l'air de la boule se détend, chasse l'excès d'eau qui y a pénétré, et le corps immergé flotte de nouveau.

164. **Natation.** — Le corps humain est généralement plus léger, à volume égal, que l'eau douce : aussi peut-il flotter naturellement sur ce liquide, et mieux encore sur l'eau salée de la mer, qui est plus dense. La difficulté de la natation est donc moins de se maintenir à la surface de l'eau que de pouvoir tenir la tête hors du liquide, afin de respirer librement. Or, chez l'homme, la tête, ayant un grand poids par rapport aux membres inférieurs, tend à plonger; c'est ce qui fait que la natation est pour l'homme un exercice physique qu'il doit apprendre. Chez les quadrupèdes, au contraire, la tête pesant moins que la partie postérieure du corps, peut sans effort demeurer hors de l'eau; aussi ces animaux nagent-ils naturellement.

CONDITIONS D'ÉQUILIBRE DES LIQUIDES PESANTS.

165. **Équilibre d'un liquide dans un seul vase.** — *Énoncé des conditions.* — Nous avons déjà démontré les conditions dans ce cas, car elles sont des corollaires immédiats du théorème fondamental. Nous ne ferons que les rappeler. Il y en a deux :

1° *La pression doit être la même en tous les points d'un même plan horizontal.*

2° *La surface libre du liquide doit être plane et horizontale.*

Remarques. — 1° *Définition des surfaces de niveau.* — On donne un nom particulier au lieu géométrique des points qui, dans un liquide en équilibre sous l'influence de forces quelconques, supportent la même pression : on l'appelle *surface de niveau.* La surface libre d'un liquide est toujours une surface de niveau. On voit en outre que, dans un liquide pesant en équilibre, les surfaces de niveau sont des plans horizontaux.

2° *Propriété générale des surfaces de niveau.* — Dans le cas actuel, les surfaces de niveau sont perpendiculaires à la verticale, c'est-à-dire *à la direction de la force qui produit l'équilibre :* c'est là une propriété générale des surfaces de niveau.

3° *Courbure de la surface des mers.* — Remarquons enfin que,

dans un liquide pesant en équilibre, les surfaces de niveau en général, et la surface libre en particulier, ne peuvent être planes que sur une petite étendue, c'est-à-dire dans les limites où les verticales peuvent être considérées comme parallèles. Or il ne peut en être ainsi pour une surface liquide d'une grande étendue, comme celle des mers. En effet, puisque la direction de la pesanteur change d'un lieu à l'autre, en passant toujours sensiblement par le centre de la terre, il en résulte que la surface des mers change aussi de direction en restant toujours perpendiculaire à la pesanteur, et prend une forme sensiblement sphérique.

166. **Équilibre d'un seul liquide dans un système de vases communiquants.** — *Énoncé des conditions.* — Lorsque plusieurs vases de forme quelconque et contenant le même liquide communiquent entre eux, il n'y a équilibre qu'autant que :

1° et 2° *Dans chaque vase, le liquide satisfait aux deux conditions précédentes* (165) ;

3° *Les diverses surfaces libres du liquide, dans tous les vases, sont situées dans un même plan horizontal.*

Démonstration des deux premières conditions. — Les deux premières conditions d'équilibre s'appliquent nécessairement au cas des vases communiquants, comme à celui d'un vase unique, parce qu'elles sont des corollaires immédiats du théorème fondamental et que ce théorème est indépendant de la forme du vase qui contient le liquide pesant en équilibre. Toutefois, en le démontrant, nous avons supposé que la ligne joignant les deux points A et A′ où les pressions sont p et p', était tout entière contenue dans le liquide. Il est facile de supprimer cette restriction.

Soient deux points A et A′ situés dans les deux branches distinctes d'un système de vases communiquants quelconques (fig. 176). La ligne AA′ n'est pas comprise tout entière dans le liquide; mais nous pouvons toujours choisir un point A_1, dans le tube de communication, de telle manière que les lignes AA_1 et A_1A' soient comprises tout entières dans le liquide. Soient p, p' et p_1 les pressions aux points A, A′ et A_1, et soient z et z_1 les distances verticales de A à A′ et de A à A_1. On a, d'après le théorème fondamental,

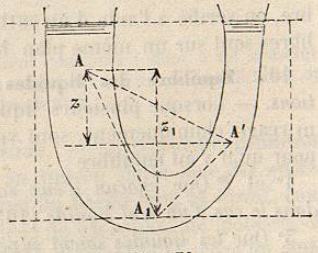

Fig. 176.

$$p_1 = p + z_1 d \quad \text{et} \quad p_1 = p' + (z_1 - z)\, d.$$

En égalant les deuxièmes membres de ces équations et supprimant de part et d'autre le terme commun $z_1\, d$, il vient

$$p' - p = zd.$$

Démonstration de la troisième condition. — La même figure peut servir démontrer la troisième condition d'équilibre. En effet, imaginons le plan de niveau auquel appartient le point A_1. Soit h la distance verticale d'un point quelconque de l'une des surfaces libres au-dessus de ce plan, et h' la distance d'un point quelconque de l'autre surface. On peut évaluer la pression en A_1 de deux manières et écrire

$$p = hd = h'd, \quad \text{d'où} \quad h = h'.$$

On démontrerait de même que $h = h'' = h'''$, etc., quel que soit le nombre des surfaces libres et, par suite, des vases communiquants.

Vérification de la troisième condition. — La troisième condition se vérifie expérimentalement au moyen du vase représenté figure 177. C'est un vase large sur la paroi latérale duquel on a mastiqué un tube en cuivre horizontal, pourvu de tubulures métalliques verticales. Sur chacune de ces tubulures on peut mastiquer exactement des tubes en verre, de formes quelconques A, B, C, dont l'ensemble forme avec le vase principal un système plus ou moins complexe de vases communiquants. Les vases étant remplis d'eau, et le liquide étant en équilibre, on vérifie à l'aide d'un cathétomètre que les diverses surfaces libres sont sur un même plan horizontal.

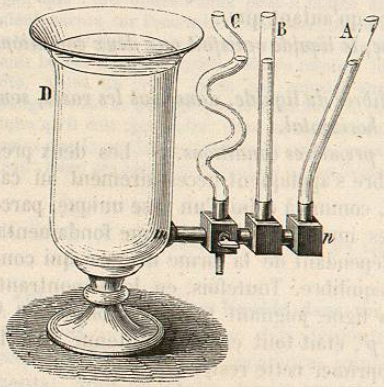

Fig. 177.

167. **Équilibre des liquides superposés.** — *Énoncé des conditions.* — Lorsque plusieurs liquides, qui ne peuvent se mélanger ni réagir chimiquement, sont versés dans un même vase, il faut, pour qu'il y ait équilibre :

1° et 2° Que *chacun d'eux satisfasse aux conditions nécessaires dans le cas d'un seul liquide* (165);

3° Que *les liquides soient superposés par ordre de densités croissantes de haut en bas;*

4° Que *les surfaces de séparation des liquides (deux à deux) soient horizontales.*

Les conditions d'équilibre relatives à chacun des liquides superposés n'ont pas besoin d'être démontrées. Elles sont évidemment nécessaires dans tous les cas.

Démonstration de la troisième condition. — La troisième condition est une conséquence du principe d'Archimède et de l'équilibre des corps immergés. Il est évident qu'une goutte d'un liquide lourd, tel que le mercure, étant placée dans un liquide moins dense, tel que l'eau, tombera nécessairement au fond. Inversement, une goutte d'un liquide léger, tel que l'huile, flottera à la surface d'un liquide plus dense, tel que l'eau.

Démonstration de la quatrième condition. — La quatrième condition est une conséquence du théorème fondamental.

En effet, supposons que la surface de séparation de deux liquides superposés ait une forme quelconque. Soit MN sa section par un plan vertical que nous prenons pour plan de la figure. Soient deux plans horizontaux quelconques, A et A', pris à une distance h, l'un dans le liquide inférieur et l'autre dans le liquide supérieur. Soient A, M, A' trois points pris sur la même verticale (fig. 178) dans le liquide inférieur, sur la surface de séparation, et dans le liquide supérieur. Soient p, ϖ et p' les pressions en ces trois points; d et d' les poids des deux liquides, sous l'unité de volume. On a d'abord

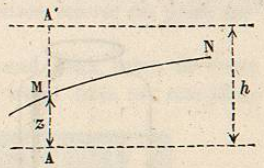

Fig. 178.

$$[1] \qquad p = \varpi + zd,$$

en appelant z la distance du point M au plan inférieur. On a de même

$$[2] \qquad \varpi = p' + (h - z)\,d'.$$

En éliminant ϖ entre ces deux équations, il vient

$$p = p' + zd + (h - z)\,d' = p' + hd' + z(d - d').$$

De là on tire

$$z = \frac{p - p' - hd'}{d - d'}.$$

Tous les termes du second membre sont constants : donc z est constant. Tous les points de la surface de séparation sont donc à une même distance du plan A : donc cette surface est un plan horizontal.

Vérification de la troisième condition. — La troisième condition se démontre expérimentalement au moyen de la *fiole des quatre éléments* (fig. 179). On nomme ainsi un flacon long et étroit, contenant du mercure, de l'eau saturée de carbonate de potasse, de l'alcool coloré en rouge, et de l'huile de naphte. Lorsqu'on agite le flacon, les liquides semblent se mélanger; mais aussitôt qu'on le maintient au repos, le mercure, qui est le plus dense, se précipite au fond; puis, au-dessus du mercure, se déposent successi-

vement l'eau, l'alcool, et l'huile de naphte. Tel est, en effet, l'ordre des densités décroissantes de ces corps. C'est afin que l'eau ne se mêle pas à l'alcool qu'on la sature de carbonate de potasse, ce sel n'étant pas soluble dans l'alcool.

Remarques. — 1° *Cas des liquides miscibles entre eux. — Diffusion des liquides.* — Il importe d'observer que l'état d'équilibre des liquides superposés n'est rigoureusement stable qu'autant qu'ils ne peuvent se mélanger. Sinon, lorsqu'ils sont miscibles, ou, comme on dit, *diffusibles*, ils finissent par se mélanger spontanément et intimement, quoiqu'on ait eu la précaution de verser le liquide le plus dense au fond du vase. C'est en cela que consiste le phénomène de la *diffusion des liquides*, étudié par Graham. Si, par exemple, on remplit aux trois quarts une haute éprouvette en

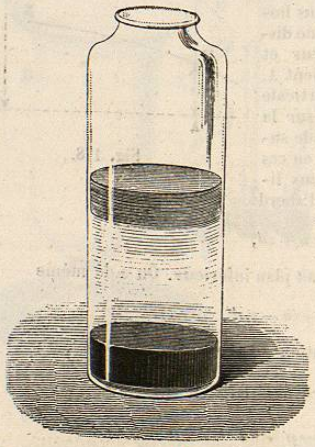

Fig. 179.

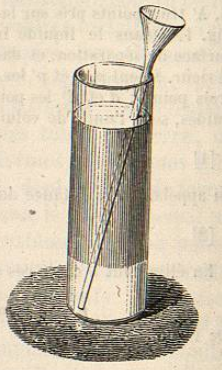

Fig. 180.

verre (fig. 180) avec de la teinture de tournesol étendue, et qu'on fasse arriver lentement de l'acide sulfurique à la partie inférieure à l'aide d'un entonnoir à long col, la surface de séparation du liquide incolore et du liquide bleu est d'abord très nette; mais on voit bientôt le tournesol passer graduellement au rouge de bas en haut, tandis que l'acide se teinte légèrement en rouge de haut en bas. Au bout de quarante-huit heures la liqueur est rougie dans toute la hauteur, ce qui prouve la diffusion réciproque des deux liquides.

2° *Quelques conséquences.* — C'est en vertu de la troisième condition que l'eau douce, à l'embouchure des fleuves, surnage assez longtemps au-dessus de l'eau salée de la mer, et que la crème, qui est moins dense que le lait, s'en sépare peu à peu pour monter à la surface.

168. **Équilibre de deux liquides hétérogènes dans deux vases communiquants.** — *Énoncé des conditions.* — Lorsque deux liquides, inégalement denses, et sans action chimique l'un sur l'autre, sont contenus dans deux vases communiquants, il faut, pour qu'ils soient en équilibre :

1°, 2°, 3° et 4° Qu'*ils satisfassent aux trois conditions d'équilibre d'un seul liquide dans des vases communiquants* (166), *puis à celles de deux liquides superposés dans un seul vase* (167);

5° Que *les hauteurs des deux surfaces libres au-dessus de la surface commune de séparation soient en raison inverse des poids spécifiques*[1] *des deux liquides.*

Vérification expérimentale. — On prend deux tubes de verre, *m*, *n*, réunis par un tube à petit diamètre et fixés sur une planchette verticale (fig. 181); on y verse une certaine quantité de mercure, puis dans l'une des branches AB on verse de l'eau. La colonne AB exerçant en C une pression sur le mercure, le niveau de celui-ci baisse dans la branche AB et s'élève dans l'autre d'une quantité CD; en sorte que, l'équilibre étant établi, si l'on conçoit en B un plan horizontal BC, la colonne d'eau AB fait équilibre à la colonne de mercure DC. Mesurant alors les hauteurs DC et AB au moyen e deux échelles fixées parallèlement aux deux tubes, ou mieux à l'aide d'un cathétomètre, on trouve que la première est 13 fois et demie plus petite que AB. Or le mercure pèse 13 fois et demie plus que l'eau à volume égal : donc les hauteurs sont bien en raison inverse des poids spécifiques.

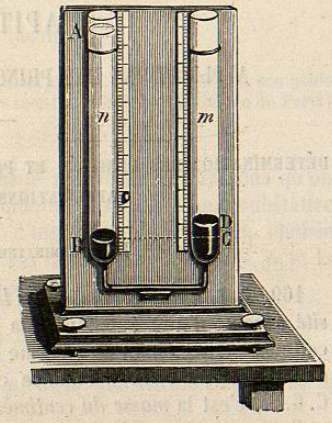

Fig. 181.

Démonstration théorique. — Il est facile de démontrer *à prior*

1. Nous verrons ci-dessous que l'on appelle *poids spécifique* d'un corps le poids de son unité de volume.

cette condition d'équilibre. Il suffit d'appliquer deux fois le théorème fondamental à la surface de séparation B des deux liquides (fig. 182). Soient d et d' les poids spécifiques des liquides, h et h' les distances verticales des deux surfaces libres au plan BB′ de séparation. La pression est la même en tous les points de ce plan. Dans la branche B elle a pour expression hd, abstraction faite de la pression atmosphérique ; de même, dans la branche B′ la pression en un point est $h'd'$.

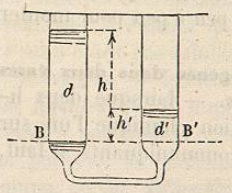

Fig. 182.

On a donc

$$p = hd = h'd', \quad \text{d'où} \quad \frac{h}{h'} = \frac{d'}{d}. \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

CHAPITRE III

APPLICATIONS DES PRINCIPES D'HYDROSTATIQUE

—

DÉTERMINATION DES DENSITÉS ET POIDS SPÉCIFIQUES. — AÉROMÈTRES. APPLICATIONS DIVERSES.

I. DÉTERMINATION DES DENSITÉS.

169. **Définitions générales.** — *Densité absolue.* — On appelle *densité absolue* d'une substance, la masse de l'unité de volume de cette substance. Dans le système métrique, ce serait la masse du mètre cube, ou du décimètre cube. (Dans le système d'unités C. G. S., c'est la *masse du centimètre cube.*)

Poids spécifique absolu. — On appelle *poids spécifique absolu* d'une substance, le poids d'un *centimètre cube* (système C. G. S.) de cette substance.

Relation entre la densité absolue et le poids spécifique absolu d'une même substance. — L'équation générale $P = Mg$, qui lie la masse et le poids d'un volume quelconque d'une substance, s'applique évidemment à la masse et au poids de l'unité de volume. En appelant d la première et p le second, on a

$$p = dg.$$

Il résulte de cette relation :

1° Que le poids spécifique absolu et la densité absolue d'une substance sont deux coefficients nettement distincts l'un de l'autre ;

2° Que le poids spécifique d'une substance varie proportionnellement à g.

3° Que les poids spécifiques des différents corps sont proportionnels à leurs densités, *dans un même lieu* (g étant constant) ;

Exemples. — La densité absolue de l'eau pure (à 4°) n'est pas égale à l'unité C. G. S, parce que le kilogramme-étalon, déposé aux Archives, ne pèse pas exactement mille grammes métriques. Il en résulte que la millième partie de la masse du kilogramme-étalon, c'est-à-dire l'unité de masse G. G. S, n'est pas identique à la masse de 1 centimètre cube d'eau pure (à 4°), c'est-à-dire à la *densité absolue* de l'eau pure (à 4°). Cette densité absolue est, d'après les recherches les plus récentes, représentée par le nombre 1,000013. On a

$$d = 1{,}000013 \text{ (en grammes-masse).}$$

Par suite, le *poids spécifique absolu* de l'eau pure (à 4°) est représenté à Paris par le nombre dg, ou $1{,}000013 \times 960{,}93$ (= 980,97). On a donc

$$p = 980{,}97 \text{ (en dynes).}$$

Tandis que la densité absolue de l'eau est partout égale à 1,000013, son poids spécifique absolu n'est égal à 980,97 que sous la latitude et à l'altitude de Paris ; il est différent partout ailleurs.

Poids spécifique relatif et *densité relative.* — Supposons qu'on prenne le rapport du poids spécifique absolu p d'une substance au poids spécifique absolu p' d'une autre substance, choisie comme terme de comparaison. On avait entre le poids p et la densité absolue d de la première substance la relation

$$[1] \qquad p = dg ;$$

on a, de même, entre le poids p_0 et la densité absolue d_0 de la substance-type la relation

$$[2] \qquad p_0 = d_0.$$

En prenant le rapport, il vient

$$[3] \qquad \frac{p}{p_0} = \frac{d}{d_0}.$$

Le rapport $\frac{p}{p_0}$ des poids spécifiques absolus est donc un nombre constant, indépendant de g ainsi que la densité absolue, et il est