fixe, etc., qui sont marquées sur le cadran, lorsque le baromètre prend les hauteurs correspondantes, pourvu toutefois que l'instrument soit bien réglé. Cela a lieu très rarement; car, si l'instrument est *sensible*, c'est-à-dire si un léger déplacement du flotteur produit un déplacement considérable de l'aiguille, il n'a aucune précision, à cause des frottements et de l'altération rapide du ménisque mercuriel.

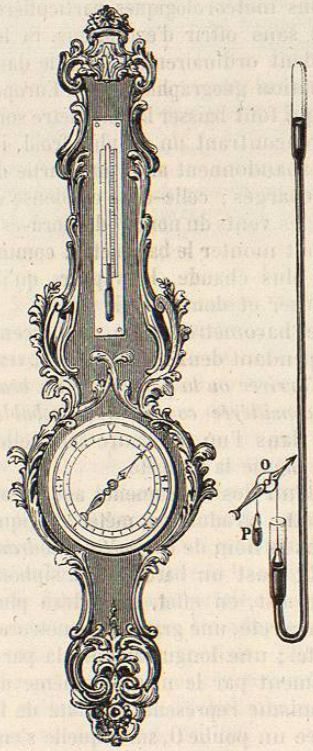

Fig. 226.

207. **Mesure des altitudes par le baromètre ou nivellement barométrique.** — Un autre usage très fréquent du baromètre, mais celui-là plus rationnel, c'est la mesure des altitudes. La théorie du baromètre fait prévoir, et l'expérience de Périer a démontré, que *la pression atmosphérique diminue à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère*. Comme la diminution de pression est accusée par la dépression barométrique, il en résulte qu'*il existe une relation entre l'altitude d'un lieu et la hauteur barométrique qu'on y observe*. On conçoit donc que l'on puisse déduire de l'observation du baromètre la distance verticale de deux lieux, situés sous la même latitude, mais à des altitudes différentes. Cette opération géodésique, désignée quelquefois sous le nom de *nivellement barométrique*, est l'une des applications les plus intéressantes du baromètre de précision.

1° *Calcul approximatif*. — Si la densité de l'air restait la même à toutes les altitudes, l'opération se réduirait à un calcul très simple. En effet, la densité du mercure étant 10 466 fois plus grande que celle de l'air, une colonne barométrique de 1 millimètre fait équilibre à une colonne d'air de même section et 10 466 fois plus haute, c'est-à-dire égale à $10^m,466$. Si donc la différence

des hauteurs barométriques, observées en deux stations, était de 1, 2, 3... millimètres, on en conclurait que la différence des altitudes est une fois, deux fois, trois fois... $10^m,466$. Mais, *comme la densité de l'air décroît lorsqu'on s'élève dans l'atmosphère*, ce calcul ne peut s'appliquer qu'à de très petites hauteurs.

2° *Énoncé de la formule de Laplace* ou *formule barométrique*. — En tenant compte de cette variation de densité, Laplace a trouvé une relation numérique, assez complexe, entre les hauteurs barométriques H' et H, observées à deux stations, et leur différence d'altitude z. Cette relation, qu'on appelle *formule barométrique*[1], est la suivante :

$$z = 18405^m (1 + 0{,}002552 \cos 2\lambda) \left[1 + 2\,\frac{t + t'}{1000}\right] \log \frac{H}{H'};$$

H' et H sont les hauteurs barométriques, *corrigées et réduites*, à la station la plus élevée et à l'autre station, t' et t sont les températures, λ la latitude du lieu.

Cette formule suppose encore plusieurs conditions, qui ne sont jamais qu'imparfaitement réalisées : 1° que l'intensité de la pesanteur ne varie pas sensiblement entre les deux stations ; 2° que la température soit constante et égale à la moyenne des températures extrêmes ; 3° que la couche d'air interposée soit parfaitement calme et dénuée de vapeur d'eau ; 4° que le coefficient de dilatation de l'air soit égal à 0,004, au lieu de 0,00366.

Pour la latitude de 45°, $\cos 2\lambda = 0$, et la formule devient

$$z = 18405 \left[1 + \frac{2(t + t')}{1000}\right] \log \frac{H}{H'}.$$

3° *Énoncé de la formule de Babinet*. — Pour les hauteurs moindres que 1000 mètres, Babinet a donné la formule simplifiée :

$$z = 16000^m \left(\frac{H' - H}{H' + H}\right) \left[1 + \frac{2(t + t')}{1000}\right],$$

qui dispense de l'usage des logarithmes.

4° *Applications des formules*. — La plus fréquente application de ces formules consiste dans la mesure de la hauteur d'une montagne. Il faudra choisir un temps calme, afin de se rapprocher de l'état d'équilibre atmosphérique supposé par la formule. Si la hauteur à mesurer n'est pas très grande, on peut opérer seul ; mais si elle est un peu considérable et exige un temps d'ascension un peu long, pendant lequel la pression atmosphérique peut varier, il faut être deux, et avoir deux baromètres comparables. L'un des observateurs reste au pied de la montagne, l'autre se transporte au sommet ; puis, à une heure convenue, ils observent simultanément la hauteur du baromètre et la température. En prenant ces précautions, on fait une mesure exacte à quelques mètres près.

Remarquons que ces formules barométriques peuvent servir à réduire les hauteurs barométriques au niveau de la mer, quand on connaît les différentes altitudes z des lieux d'observation.

1. Voir dans l'*Annuaire du bureau des longitudes* la formule barométrique complète, avec les coefficients numériques, et telle qu'on l'emploie dans la pratique.

5° *Baromètres employés.* — Pour le nivellement barométrique, on doit employer de préférence les instruments qui, tout en étant portatifs, sont des baromètres de précision, tels que le baromètre de Gay-Lussac et surtout le baromètre de Fortin. Cependant les instruments les plus usuels sont les baromètres dits *métalliques* ou *anéroïdes :* leur infériorité au point de vue de la précision est compensée par leur grande supériorité au point de vue de la commodité : nous en décrirons plus loin les principaux types.

208. **Calcul de la formule barométrique.** — *Soit z l'altitude d'une station, où la hauteur barométrique réduite est* H ; *à un accroissement d'altitude* Δz *correspond un accroissement négatif de hauteur barométrique que nous appellerons* — ΔH ; H *est donc une fonction de z qu'il s'agit de déterminer.*

Exprimons que la diminution de poids de la colonne mercurielle est précisément égale au poids de la colonne d'air ayant même section que le baromètre et une hauteur Δz. Soit m le poids spécifique normal du mercure (c'est-à-dire au niveau de la mer, à la latitude de 45° et à la température de 0°) ; soit a le poids spécifique de l'air dans la région atmosphérique considérée, on aura

$$-m\Delta H = a\Delta z.$$

Si nous supposions que a fût une constante, comme m, nous retrouverions ici la même équation que dans le calcul approximatif que nous avons fait plus haut; mais ici a est une quantité variable, c'est une fonction de la pression atmosphérique, c'est-à-dire de H. D'après la loi de Mariotte (168), le poids spécifique d'un gaz est proportionnel à la pression qu'il supporte. En supposant que la pression soit H tout le long de la colonne Δz (ce qui sera vrai, à la limite, quand Δz tendra vers 0), on aura

$$a = KH,$$

K étant une constante qui représente le poids spécifique qu'aurait ce même air sous une pression égale à 1 mètre de mercure. L'équation ci-dessus devient alors

$$-m\,\Delta H = KH\Delta z,$$

ou

$$\frac{\frac{\Delta H}{\Delta z}}{H} = -\frac{K}{m},$$

ou bien, comme l'équation n'est vraie qu'à la limite,

$$\lim.\left(\frac{\frac{\Delta H}{\Delta z}}{H}\right) = -\frac{K}{m}.$$

On sait que le premier membre de cette équation est la dérivée de log nép. H, H étant une fonction de z.

Si l'on prend la fonction primitive de chacun des deux membres, considérés acun comme une dérivée par rapport à z, il vient

$$L.H = -\frac{K}{m}z + \text{constante}.$$

Pour déterminer la constante, il suffit d'appliquer la formule à un cas particulier, par exemple à celui d'une station pour laquelle $z = 0$. Soit H_0 la hauteur barométrique réduite, observée en ce lieu, on a

$$L.H_0 = \text{constante},$$

d'où, en remplaçant la constante par sa valeur, et résolvant l'équation par rapport à z, il vient

$$[1] \qquad z = -\frac{m}{K}L.\frac{H}{H_0} = +\frac{m}{K}L.\frac{H_0}{H}$$

et, en remplaçant le log nép. de $\frac{H}{H_0}$ par le log vulgaire (qui est égal à $\frac{1}{\log e}\log\frac{H_0}{H}$), il vient

$$[2] \qquad z = \frac{m}{K\log e}\log\frac{H_0}{H}.$$

En remplaçant m, K et log e par leurs valeurs numériques, en faisant les simplifications indiquées ci-dessus, et en appliquant la formule à l'altitude inconnue z où la pression est H'_0, on aura la formule de Laplace.

Remarque. — De l'équation [1] on déduit, en appliquant simplement la définition des logarithmes népériens,

$$H = H_0\, e^{-\frac{K}{m}z}.$$

Cette équation exprime la loi de variation de la hauteur barométrique avec l'altitude. On peut l'énoncer comme il suit :

Quand les altitudes croissent en progression arithmétique, les hauteurs barométriques décroissent en progression géométrique.

209. **Baromètres métalliques ou anéroïdes.** — 1° *Principe.* — Le principe de ces appareils a été donné par Vidi. Ils indiquent les variations de la pression atmosphérique par les déformations plus ou moins grandes qu'elle fait subir à une boîte métallique, à parois très élastiques, qui est vide d'air et parfaitement close. On les gradue par comparaison avec un baromètre à mercure; mais cette graduation, peu précise, même au début, ne tarde pas à le devenir de moins en moins, par suite d'une variation lente dans l'élasticité du ressort métallique et d'une déformation correspondante de ce dernier.

2° *Baromètre de Vidi.* — L'application la plus heureuse de ce principe est celle que Vidi lui-même en a faite dans le baromètre qui porte son nom. Il se compose d'un tronc de cylindre métallique dont la base inférieure est plane et la base supérieure cannelée circulairement (fig. 227). On y fait le vide intérieurement et la pression atmosphérique s'exerçant, sans contrepoids, sur la face supérieure, tend à aplatir plus ou moins cette espèce de boîte. Les plis métalliques *n'augmentent pas la pression proportionnellement à leur surface*, car la résultante des pressions que l'atmosphère exerce sur eux ne dépend que de la superficie de leur projection horizontale, mais ils accroissent beaucoup la flexion correspondante à une même pression. Cette flexion produit le dé-

placement vertical d'un pilier métallique, court et gros, M, fixé au centre de la base cannelée. Ce mouvement se transmet à une aiguille L, mobile sur un cadran divisé par l'intermédiaire d'un ressort puissant R, des tiges articulées *l* et *m*, de l'axe *r* de la tige articulee *t* et de la chaîne *s*, laquelle vient s'enrouler

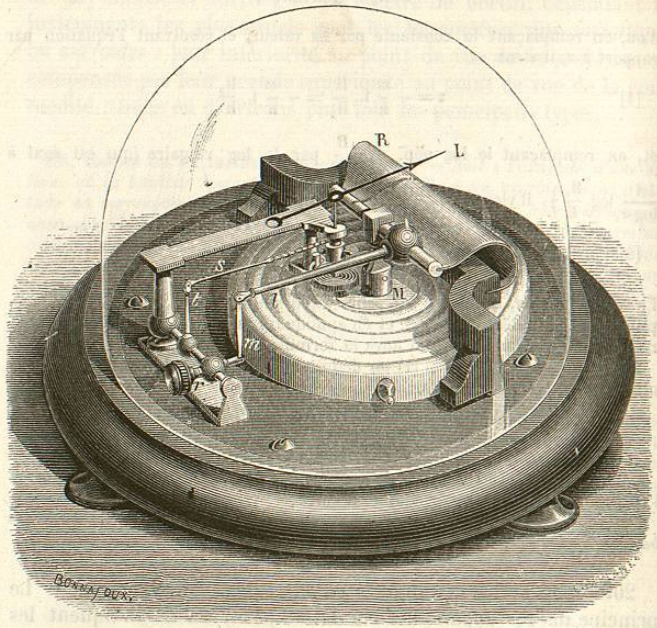

Fig. 227.

sur la poulie qui porte l'aiguille et y est tendue au moyen d'un petit ressort antagoniste. La figure 228 montre en perspective un de ces baromètres, dont le mécanisme est légèrement modifié : c'est une ancre, au lieu d'une chaîne, qui transmet le mouvement à l'aiguille.

3° *Baromètre de Bourdon.* — Il est formé (fig. 229) d'un tube métallique aplati (dont la section est représentée en S), dans lequel on a fait le vide et qu'on a fixé par son milieu. Quand la pression atmosphérique augmente, comme elle n'est pas équilibrée intérieurement, le tube s'aplatit davantage, sa section s'élargit et sa longueur diminue : il en résulte que la courbure s'accentue et que les deux extrémités se rapprochent. C'est le mouvement contraire qui se produit lorsque la pression atmosphérique diminue. Ces déplacements sont transmis à l'aiguille par l'intermédiaire de deux tiges articulées à un levier mobile autour de son point fixe.

Ce levier est fixé par ses deux bras aux tiges articulées et par son centre à un secteur denté, auquel il transmet les mouvements du tube métallique; le secteur engrène avec un pignon qui porte l'aiguille et la fait mouvoir sur un cadran divisé où l'on a marqué les indications *variable*, *beau*, *beau fixe*, etc.

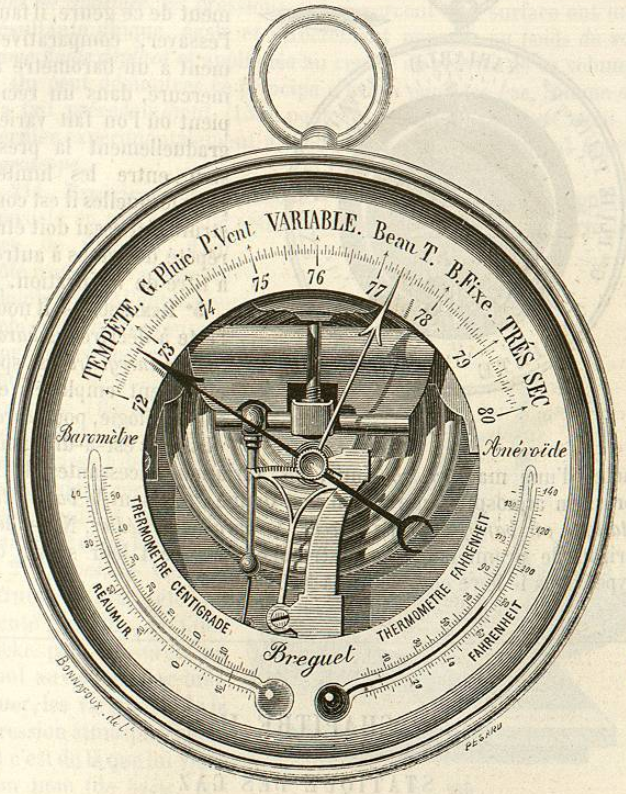

Fig. 228.

4° *Avantages et inconvénients des baromètres métalliques.* — Ces baromètres sont très commodes, très portatifs, très sensibles, mais peu précis. L'élasticité du métal se modifie, par le jeu même de l'instrument, de manière que celui-ci, après avoir été bien réglé au début, ne l'est plus au bout de peu de temps. Ce défaut est

particulièrement sensible dans les baromètres (de poche) qui servent aux courses et aux ascensions aérostatiques, où ils subissent des variations de pression brusques et considérables. Pour apprécier la précision d'un instrument de ce genre, il faut l'essayer, comparativement à un baromètre à mercure, dans un récipient où l'on fait varier graduellement la pression entre les limites pour lesquelles il est construit. Cet essai doit être répété de temps à autre, à titre de vérification.

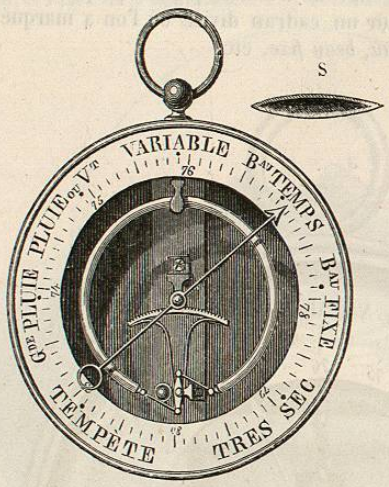

Fig. 229.

5° Remarque. — Il nous reste à décrire les *baromètres enregistreurs*, spécialement employés en météorologie, pour *enregistrer*, c'est-à-dire pour noter d'une manière continue, les variations incessantes de la pression atmosphérique en un lieu donné : tels sont le *baromètre statique* ou *barographe de Secchi*, le *baromètre Rédier*. Nous décrirons le premier de ces instruments, qui peut leur servir de type, dans le livre consacré à la Météorologie.

CHAPITRE II

STATIQUE DES GAZ

—

PRINCIPE D'ARCHIMÈDE ET AÉROSTATS.

210. **Extension du principe d'Archimède au cas des gaz.** — Tous les gaz en général, et l'atmosphère en particulier, étant fluides et pesants, exercent, comme les liquides pesants en équilibre,

des pressions normales sur les corps solides qui y sont immergés. Ces pressions ont, dans chaque cas, une résultante unique, qui est déterminée, comme pour les liquides pesants, par le principe d'Archimède. On peut donc généraliser, comme il suit, l'énoncé de ce principe fondamental :

Lorsqu'un corps solide est entièrement plongé dans *un fluide pesant en équilibre*, les pressions qui s'exercent à sa surface ont une résultante unique, égale et directement opposée au poids *du volume fluide déplacé* et appliquée au centre de gravité de ce volume.

On peut démontrer ce principe *à priori* pour les gaz, comme on l'a fait précédemment (158) pour les liquides. On peut aussi le vérifier expérimentalement à l'aide d'un petit instrument appelé *baroscope*.

211. **Expérience du baroscope.** — 1° *Description.* — Cet appareil consiste en une sorte de petite balance dont le fléau supporte, au lieu de plateaux, d'un côté une petite masse de plomb *b*, et de l'autre une sphère de cuivre creuse *a*, dont le volume est environ d'un demi-centimètre cube (fig. 230). On peut régler la distance de la masse *b* de manière que les deux corps se fassent équilibre, soit dans l'air, soit dans le vide.

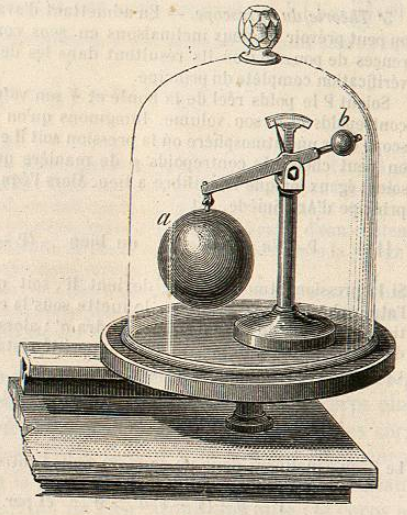

Fig. 230.

2° *Usages.* — Cet instrument avait été inventé par Otto de Guericke pour mesurer, ou tout au moins pour indiquer, les variations de la pression atmosphérique : et c'est de là que lui vient son nom (de βάρος, pesanteur, et σκοπεῖν, examiner). Cet usage a été abandonné depuis l'invention du baromètre, et le baroscope ne sert plus qu'à manifester l'existence de la poussée des gaz et à vérifier le principe d'Archimède, sous la forme suivante :

Tout corps plongé dans une atmosphère gazeuse paraît y perdre une partie de son poids égale au poids du gaz qu'il déplace.