source constante, le niveau s'élève de nouveau, et la même série de phénomènes se renouvelle périodiquement.

304. **Fontaines intermittentes naturelles.** — C'est un phénomène naturel qu'on observe dans plusieurs contrées. Il y a de ces fontaines qui, après avoir donné de l'eau pendant plusieurs jours ou plusieurs mois, s'arrêtent tout d'un coup pendant un intervalle plus ou moins long, puis recommencent à couler. Pour d'autres, ces périodes successives d'écoulement et de repos se renouvellent plusieurs fois par heure. On peut expliquer aisément ce singulier phénomène, en assimilant la fontaine à une sorte de vase de Tantale, de grandes dimensions, constitué par une série de cavités et de conduites souterraines (fig. 342). Le vase se remplit, plus ou moins vite, par l'apport des eaux provenant de sources voisines, et commence à se vider dès que le siphon naturel, formé par les fissures du sol, est amorcé. L'écoulement s'arrête quand le siphon est désamorcé par suite de la rentrée de l'air, et il reprend dès que l'amorçage est rétabli par l'arrivée des eaux extérieures

---

CHAPITRE III

NOTIONS DE CAPILLARITÉ.

305. **Phénomènes capillaires : Définitions.** — Il se produit au contact soit des solides avec les liquides, soit des liquides entre eux, une série de phénomènes qui paraissent en contradiction avec les principes d'hydrostatique. Tels sont, par exemple, les phénomènes suivants.

Lorsqu'on plonge un corps solide dans un liquide qui est de nature à le mouiller, — par exemple une tige de verre bien propre dans de l'eau, — le liquide, *comme s'il n'était plus soumis*

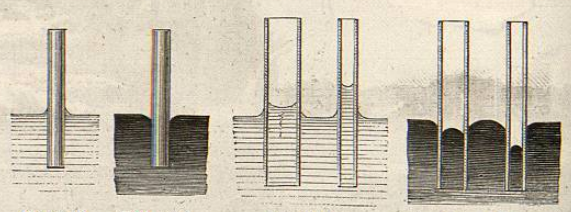

Fig. 343. Fig. 344. Fig. 345. Fig. 346.

aux lois de l'hydrostatique, est soulevé autour du corps solide, et sa surface, cessant d'être horizontale, prend une forme concave (fig. 343).

Si au contraire le corps solide plongé n'est pas mouillé par le

liquide, — ce qui a lieu pour le verre en contact avec le mercure, — le liquide, au lieu de s'élever, se déprime, et sa surface prend une forme convexe tout autour du corps plongé (fig. 344).

En outre, la surface du liquide affecte la même courbure, concave ou convexe, sur les bords du vase qui le contient, suivant qu'il en mouille ou n'en mouille pas les parois.

Ces phénomènes deviennent plus apparents lorsque, au lieu d'une tige pleine, on plonge dans le liquide des tubes de verre creux d'un petit diamètre. Selon que ces tubes sont ou ne sont pas mouillés, il s'y produit une ascension ou une dépression du liquide, d'autant plus grande que le diamètre est plus petit (fig. 345 et 346). De plus, lorsque les tubes sont mouillés, la surface libre du liquide y prend la forme d'une surface courbe concave, analogue à un segment sphérique : c'est ce qu'on appelle un *ménisque concave* (fig. 345); quand ils ne sont pas mouillés, la colonne déprimée se termine par une surface courbe convexe, qu'on appelle *ménisque convexe* (fig. 346).

Les tubes qui servent à ces expériences sont dits *capillaires*, parce que leur diamètre intérieur est assez fin pour être comparable à celui d'un cheveu (*capillus*). Les phénomènes qu'on y observe sont appelés eux-mêmes *phénomènes capillaires*, et ils servent de type à un grand nombre d'autres phénomènes analogues, qu'on rattache à la même cause et qu'on désigne sous le même nom.

La partie de la physique qui étudie ces phénomènes s'appelle *capillarité*. On appliquait également ce nom autrefois à la force moléculaire qu'on avait imaginée pour les expliquer.

On voit, d'après ce qui précède, qu'il y a, dans les phénomènes fondamentaux de la capillarité, deux cas bien distincts : celui des liquides qui mouillent les parois solides du corps, plein ou creux, avec lequel ils sont en contact, et le cas des liquides qui ne les mouillent pas. Le premier cas est défini par l'ascension de l'eau et le second par la dépression du mercure, dans les tubes en verre. Le premier est le seul dont les phénomènes soient parfaitement nets et les lois rigoureusement établies. C'est celui que nous étudierons tout d'abord. Après en avoir vérifié les lois par l'expérience, nous les expliquerons par la théorie actuellement admise. Cela nous permettra d'exposer ensuite plus aisément les phénomènes de dépression capillaire, ainsi que les autres phénomènes qui se rattachent à la capillarité.

I — PHÉNOMÈNES PRODUITS AU CONTACT DES SOLIDES PAR LES LIQUIDES QUI LES MOUILLENT.

306. **Lois de l'ascension des liquides dans les tubes capillaires.** — 1re Loi ou loi de Jurin. — *Pour un même liquide, et à une même température, les hauteurs moyennes soulevées dans divers tubes capillaires sont en raison inverse des diamètres de ces tubes* (fig. 345).

On appelle *hauteur moyenne* la hauteur d'un cylindre à bases circulaires qui aurait exactement le même volume que la colonne liquide soulevée. En appelant h cette hauteur et $2r$ le diamètre du tube, la loi de Jurin peut s'exprimer par l'équation

$$[1] \qquad rh = \text{constante}.$$

La valeur de cette *constante* sera déterminée plus tard, comme conséquence de la théorie.

2e Loi. — *Pour un même liquide et à une même température, les hauteurs moyennes soulevées sont indépendantes de la forme du tube capillaire, au-dessus et au-dessous du ménisque, ainsi que de la substance des parois du tube et de leur épaisseur.*

La première partie de cette loi signifie que la forme du tube capillaire, au-dessus ou au-dessous de la région où se fait le ménisque, n'intervient pas dans le phénomène. Les colonnes soulevées seraient très inégales en poids, mais égales en hauteur, dans un tube évasé, ou dans un tube à large base, ou encore

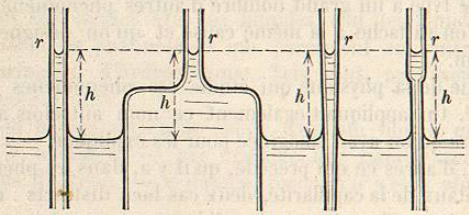

Fig. 347.

dans un tube exactement cylindrique, qui auraient tous le même diamètre à l'endroit où s'arrête le liquide (fig. 347). Le coefficient r qui entre dans la formule [1] est donc le diamètre qui correspond à la région du ménisque.

3e Loi. — *Pour divers liquides et à une même température, les hauteurs moyennes soulevées, dans un même tube capillaire, varient avec la nature du liquide.*

Par exemple, dans un tube en verre de diamètre égal à $1^{mm},295$, l'alcool de densité égale à 0,819 s'élève à $9^{mm},182$; l'alcool de densité 0,941 s'élève jusqu'à $9^{mm},997$; l'essence de térébenthine, jusqu'à $9^{mm},952$, etc. (Expériences de Gay-Lussac.)

4e Loi. — *Pour tous les liquides, les hauteurs moyennes soulevées dans un même tube capillaire diminuent (jusqu'à devenir nulles) quand la température s'élève.*

En même temps que les hauteurs *s'abaissent*, les ménisques *s'aplatissent*, de sorte que, à partir d'une certaine température, qui est variable pour les divers liquides, la surface capillaire est devenue plane et horizontale, et son niveau coïncide avec le niveau extérieur.

307. **Loi de l'ascension des liquides entre deux lames parallèles.** — *Pour un même liquide et à une même température, la hauteur moyenne soulevée entre deux lames parallèles* (fig. 348) *est moitié de la hauteur moyenne qui serait soulevée dans un tube capillaire de diamètre égal à la distance des lames.*

On peut encore dire que *la hauteur soulevée est la même que dans un tube capillaire de rayon égal à la distance des lames parallèles.*

Le phénomène de l'élévation de l'eau entre deux lames en verre, parallèles et suffisamment rapprochées, est aussi net que celui de l'élévation dans les tubes capillaires, et il se prête aussi aisément aux mesures de précision.

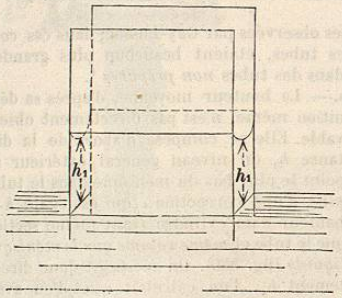

Fig. 348.

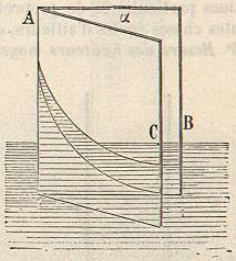

Fig. 349.

308. **Loi de l'ascension des liquides entre deux lames inclinées.** — *Entre deux lames inclinées l'une sur l'autre (d'un très petit angle), plongées verticalement dans un liquide qui les mouille, celui-ci s'élève de manière que sa surface terminale concave ait pour section verticale, dans le plan bissecteur, une hyperbole équilatère.*

Cette loi ne se confirme que dans le cas où l'angle α des lames AB et BC est suffisamment petit (fig. 349). On voit alors le liquide s'élever le long de l'arête verticale du dièdre, et deux courbes analogues à des hyperboles équilatères se dessiner sur les faces B et C.

309. **Vérification des lois. — Expériences de Gay-Lussac.** — La plupart des lois précédentes ont été d'abord trouvées *à priori* par Laplace, à l'aide de l'analyse mathématique. Elles ont ensuite été vérifiées expérimentalement par divers savants, entre autres par Gay-Lussac, le premier, puis, longtemps après lui, par Édouard Desains, Frankenheim, Simon (de Metz), Quet, M. Valson, M. Wilhelmy et M. Quincke (de Heidelberg), M. Van der Mensbrugghe et M. Wolf, etc.

Ce fut à la demande de Laplace, et pour vérifier les formules de ce dernier, que Gay-Lussac entreprit ses expériences. Ce n'étaient pas les premières mesures qui eussent été faites sur les phénomènes capillaires, mais toutes les mesures précédentes, depuis celles de Haüy jusqu'à celles de Newton, étaient complètement discordantes, pour avoir été faites en l'absence de certaines précautions indispensables. Ce sont ces précautions mêmes qui caractérisent la méthode de Gay-Lussac et en ont rendu les résultats rigoureusement précis et parfaitement concordants.

1° *Lavage des tubes capillaires.* — Gay-Lussac reconnut qu'une des princi-

pales causes d'erreur dans les expériences antérieures, c'était le défaut de propreté de la surface intérieure des tubes. Un voile, aussi mince qu'il soit, d'une impureté quelconque suffit pour transformer le verre en une autre substance et pour empêcher le contact parfait du liquide, — condition nécessaire à la vérification des lois. — Avant d'employer un tube ou une lame de verre, Gay-Lussac avait donc soin de les laver d'abord à l'alcool, puis aux acides.

2° *Remplissage des tubes capillaires.* — Les tubes étant parfaitement propres et complètement secs, Gay-Lussac ne les plongeait point sans précautions. Il faisait monter le liquide, en l'aspirant, jusqu'à l'extrémité supérieure du tube. Une gaine liquide restait alors adhérente à la surface parfaitement nette du verre ou de toute autre substance. C'est dans cette gaine liquide que le liquide montait ou descendait, et se fixait à un niveau déterminé, comme dans un tube du même liquide, auquel le tube solide n'aurait servi que de support.

Remarque. — Les hauteurs moyennes observées par Gay-Lussac, dans ces conditions particulières de propreté des tubes, étaient beaucoup plus grandes, toutes choses égales d'ailleurs, que dans des tubes *non préparés* [1].

3° *Mesure des hauteurs moyennes.* — La hauteur moyenne, d'après sa définition même, n'est pas directement observable. Elle se compose d'abord de la distance h_1 du niveau général extérieur au point le plus bas du ménisque dans le tube, *plus* d'une correction ε qui est égale à la hauteur d'un cylindre ayant même section que le tube et *même volume que le ménisque liquide* (fig. 350). On mesurait donc directement h_1, l'on calculait ε, et l'on avait $h = h_1 + \varepsilon$.

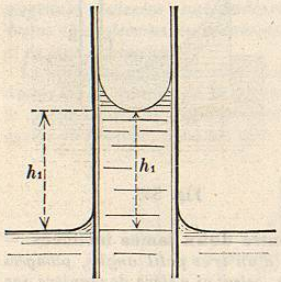

Fig. 350.

Mesure de h_1. — Le tube capillaire était fixé perpendiculairement à une planchette, qu'on posait sur les bords bien dressés d'une éprouvette en verre *ee*, à moitié pleine du liquide (fig. 351). L'ascension du liquide dans le tube capillaire ayant été réalisée (par le procédé de l'aspiration), on relevait au cathétomètre le niveau *lln* du point le plus bas du ménisque concave. Puis on substituait au tube une vis à pointe *b*, portée soit par une seconde plaque horizontale, soit par la même plaque, et l'on en visait l'extrémité, après l'avoir amenée au contact de la surface plane du liquide dans l'éprouvette [2]. La différence des deux lectures donnait h_1.

Calcul de ε. — Gay-Lussac calculait ε d'après la *correction de Laplace*. Celle-ci consiste à considérer la surface extérieure du ménisque liquide comme assimilable à un hémisphère, de rayon égal à celui du tube. Le volume v de ce ménisque liquide est alors égal à la différence de deux volumes : 1° celui d'un cylindre, de hauteur r et de base égale à la section du tube, πr^2 (ce volume est donc πr^3) ; 2° celui d'une demi-sphère de rayon r, c'est-à-dire $\frac{2}{3}\pi r^3$. On a donc

$$v = \pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}\pi r^3.$$

1. Elles étaient à peu près doubles de celles qu'avaient observées Newton, puis Haüy, dans des conditions analogues (Violle, *Physique*, t. Ier).
2. On enlevait, avant de viser, un peu du liquide, de manière à dégager la pointe à viser.

D'autre part, le cylindre équivalent à ce ménisque aurait pour expression de son volume $v = \pi r^2 \varepsilon$. En égalant ces deux expressions de v, il vient

$$\pi r^2 \varepsilon = \frac{1}{3}\pi r^3, \qquad \text{d'où} \qquad \varepsilon = \frac{r}{3}.$$

Remarque. — Telle est la formule de correction proposée par Laplace; et

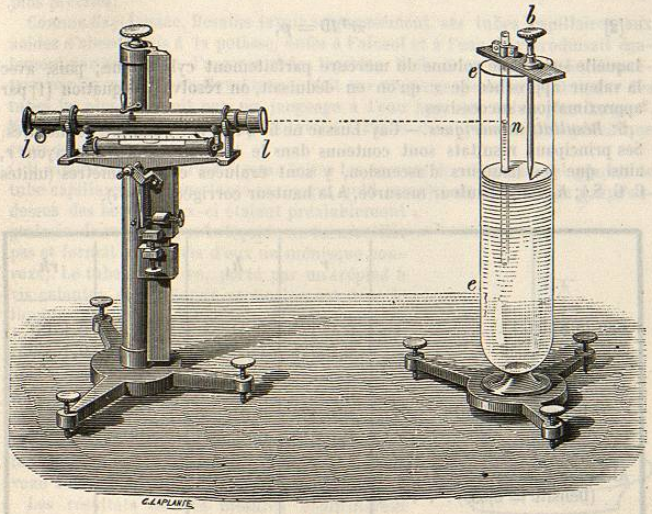

Fig. 351.

adoptée par Gay-Lussac. Elle ne convient qu'à des tubes *très étroits* (de 1 millimètre à 2 millimètres), pour lesquels l'assimilation du ménisque à un hémisphère est suffisamment rigoureuse. Pour des tubes plus larges on peut calculer ε à l'aide d'autres formules, proposées par Poisson, par Hagen, par Ed. Desains et par M. Quet. Celle de Quet est la plus générale. Elle consiste en une série qui donne le rapport de la hauteur h à la hauteur observée h_1, en fonction de celle-ci et du rayon r du tube capillaire.

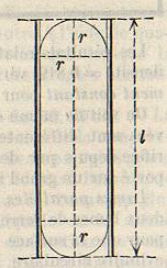

Fig. 352.

4° *Mesure des diamètres des tubes capillaires.* — Les diamètres, ou les rayons des tubes, qui entrent dans la loi de Jurin, sont ceux de la région où se forme le ménisque. Gay-Lussac les mesurait à l'aide d'un jaugeage au mercure. Il prenait un bout du tube, de longueur l, et le remplissait de mercure (fig. 352). Ce liquide y formait un cylindre, de longueur l, terminé par deux ménisques convexes, qu'on pouvait assimiler à deux hémisphères de rayon r.

L'expression géométrique de ce volume était évidemment

$$\pi r^2 (l - 2r) + \frac{4}{3}\pi r^3.$$

On pesait ce mercure : soit p son poids. On pouvait exprimer ce poids en fonction du volume et de la densité D du mercure. On avait ainsi l'équation

$$[1] \qquad \left[\pi r^2 (l - 2r) + \frac{4}{3}\pi r^3\right] D = p.$$

C'était une équation du 3e degré en r. On commençait par résoudre celle-ci,

$$[2] \qquad \pi r^2 l D = p,$$

laquelle suppose le volume du mercure parfaitement cylindrique; puis, avec la valeur approchée de r qu'on en déduisait, on résolvait l'équation [1] par approximations successives.

5° *Résultats numériques.* — Gay-Lussac ne fit qu'un petit nombre de mesures. Ses principaux résultats sont contenus dans le tableau suivant. Les rayons r, ainsi que les hauteurs d'ascension, y sont évaluées en centimètres (unités C. G. S.); h_1 est la hauteur mesurée, h la hauteur corrigée $(h_1 + \varepsilon)$.

	r	h_1	h	rh
Eau (à 8°,5 C.)	0c,06472	2c,31634	2c,33791	0,15131
	0,09519	1,55861	1,59054	0,15139
Alcool (à 8° C.). (Densité = 0,81916)	0,06472	0,918235	0,939808	0,060824
	0,09519	0,608597	0,640127	0,060933
Alcool (à 8° C.). (Densité = 0,859)	0,06472	0,93010	1,14580	
Alcool. (Densité = 0,941)	0,06472	0,99970	1,02127	
Essence de térébenthine . . .	0,06472	0,99320	1,01677	

Les résultats relatifs à l'eau (prise à la température de 8° C.), et à l'alcool de densité = 0,819, vérifient la loi de Jurin. On voit que le produit rh est *sensiblement constant* pour chacun de ces liquides.

On voit de même que, dans un même tube (r = 0c,064), les hauteurs soulevées sont différentes pour différents liquides (3e loi). Cette même loi a été vérifiée depuis par des mesures de Frankenheim et de Simon (de Metz), ayant porté sur un grand nombre d'autres liquides.

Lames parallèles. — Gay-Lussac vérifia également la loi de l'ascension entre deux lames de verre, parallèles et verticales. Il les prenait assez rapprochées pour que la surface du ménisque concave pût être assimilée à celle d'un demi-cylindre circulaire. Dans ce cas, *la hauteur moyenne h* se déduit de la hauteur observée h_1, en ajoutant à celle-ci un terme correctif ε qu'on calcule par la formule

$$\varepsilon = e\left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0{,}107\, e,$$

e étant la distance des deux lames.

Par exemple, pour l'ascension de l'eau entre deux lames de verre, distantes de 0,1069, il trouva h_1 = 4c,5574 et h = 1,5689; par suite, le produit eh = 0,14633 et il est à peu de chose près égal à la constante 0,151 qui correspondrait à un tube de verre de rayon égal à 0,1069.

310. **Expériences d'Édouard Desains.** — Les expériences de Gay-Lussac furent reprises par Édouard Desains, dans des conditions plus variées et encore plus précises.

Comme Gay-Lussac, Desains lavait soigneusement ses tubes capillaires, aux acides d'abord, puis à la potasse, enfin à l'alcool et à l'eau. Il y produisait également par aspiration l'ascension des liquides. Enfin il en mesurait les diamètres par le procédé de Gay-Lussac, soit par un jaugeage au mercure pour les tubes les plus fins, soit par un jaugeage à l'eau pour les tubes plus larges [1]. Mais il mesurait les hauteurs soulevées à l'aide d'un procédé plus précis que celui de Gay-Lussac.

Il supprimait l'éprouvette, pour éviter les erreurs de réfraction, et plaçait le tube capillaire dans une large soucoupe, qu'il remplissait du liquide jusqu'au-dessus des bords (ceux-ci étaient préalablement graissés, de manière que le liquide ne les mouillât pas et formât au-dessus d'eux un ménisque convexe). Le tube capillaire, porté par un trépied à vis calantes, était plongé verticalement dans le liquide (fig. 353) : on relevait au cathétomètre la hauteur h_1 du point le plus bas du ménisque. Quant au niveau extérieur, il était déterminé par une pointe i qu'on amenait à y affleurer exactement ; on relevait ensuite la hauteur de la pointe i et celle de l'image i' de cette pointe, réfléchie par le liquide; la moyenne de ces deux lectures donnait évidemment la hauteur du niveau extérieur.

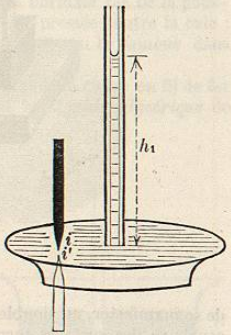

Fig. 353.

Les résultats de ces mesures confirmèrent l'exactitude de la loi de Jurin.

Desains vérifia également la loi de l'ascension entre les lames. Il employait pour cela un petit appareil spécial (fig. 354). Il se composait de deux lames de verre, préalablement nettoyées, qu'on séparait aux quatre angles par quatre bouts de fil de cuivre coupés dans le même morceau, et qu'on serrait l'une contre l'autre à l'aide de quatre petites presses à vis. On ne relevait la hauteur soulevée que lorsque la ligne de raccordement du liquide et de la paroi était des deux côtés horizontale, dans sa plus grande étendue.

311. **Influence de la température. — Expériences de M. Wolf.** — La quatrième loi, ci-dessus énoncée, résume l'action de l'élévation de la température sur l'abaissement de la colonne soulevée. L'effet est beaucoup plus grand que ne le supposait Laplace. D'après les expériences d'Edouard Desains, de Brünner, de M. Wolf, la diminution de la hauteur moyenne est beaucoup plus rapide que la diminution de densité, qui résulte pour le liquide de la même élévation de température. Ainsi pour l'eau, tandis que la diminution moyenne de densité est d'environ 0,00045 par degré entre 0° et 100°, la diminution moyenne de hauteur moyenne est environ quatre fois plus grande (0,00182).

M. Wolf a poussé beaucoup plus haut l'étude de cette influence. En opérant en vase clos, il a pu atteindre et dépasser la température à laquelle le liquide bout normalement, sous la pression atmosphérique. Il a opéré sur plusieurs

1. Il s'est servi de tubes qui avaient jusqu'à 4mm,6 de rayon.

liquides, l'*eau*, l'*éther*, l'*alcool*, le *sulfure de carbone*, l'*huile de naphte*. On voit ces liquides baisser rapidement dans les tubes capillaires, à mesure que la température s'élève, et en même temps la concavité de leur ménisque s'aplatir; on finit par atteindre une température pour laquelle la capillarité cesse

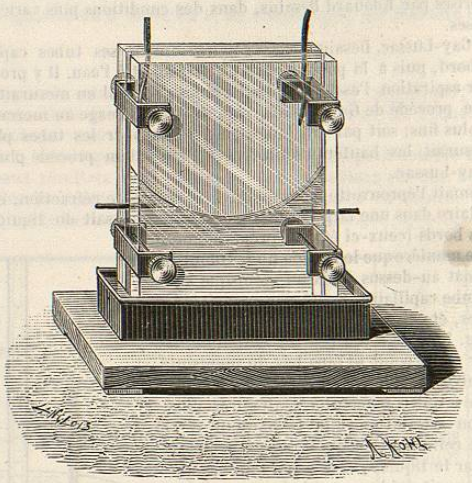

Fig. 354

de se manifester, au double point de vue de l'ascension dans les tubes et de la courbure des surfaces terminales. Cette température est variable avec les divers liquides. Elle n'est pour l'éther que de 191°,1, tandis qu'elle dépasse 500° pour l'eau.

312. **Tension superficielle.** — A l'étude expérimentale de la capillarité on doit rattacher le phénomène de la *tension superficielle*, qu'on peut présenter comme *un fait* et établir *expérimentalement*, en dehors de toute idée théorique préconçue.

1° *Définitions.* — La surface libre d'un liquide est le siège d'une traction ou *tension* tangentielle, égale dans toutes les directions, et comparable en tous points à celle que présenterait une mince membrane de caoutchouc enveloppant le liquide [1]. Il en résulte que, si l'on imagine la couche superficielle du liquide coupée normalement par un plan quelconque, il existe une *force de réunion* du liquide pour lui-même, s'exerçant dans le plan tangent et uniformément en tous les points, qui *maintiendrait réunis* les deux bords de la section.

C'est cette force de réunion qu'on appelle proprement la *tension superficielle* du liquide. On donne aussi ce nom à la mesure même de cette force, qu'on a l'habitude d'exprimer *en milligrammes* et de rapporter au *millimètre* de lon-

1. Cette assimilation est très ancienne. Ce fut le physicien Segner qui en eut la première idée (1752); et elle servit ensuite à Young, pour établir sans calcul la théorie des phénomènes capillaires.

gueur. On désigne également ce coefficient sous le nom de *constante de cohésion* ou de *constante capillaire*.

2° *Démonstration expérimentale directe.* — On peut établir expérimentalement de deux manières l'existence de cette tension superficielle : soit en la mettant directement en évidence, soit en vérifiant les conséquences théoriques qu'on en peut déduire. Nous citerons quelques-unes des expériences directes les plus probantes.

Expérience de Dupré. — On prend un vase quadrangulaire plat ABCD (fig. 355), dont la paroi métallique CD est mobile autour d'une charnière coïncidant avec l'arête C. Au moyen d'un fil attaché en E, on applique et l'on maintient la paroi CD contre une cale, suivant la direction CD_1. On verse alors de l'eau jusqu'aux bords du vase, et, quand l'équilibre est établi, on brûle brusquement le fil d'attache D_1E : on voit immédiatement la paroi CD_1 revenir spontanément à sa position normale CD. Or la poussée hydrostatique tendrait au contraire à la maintenir pressée contre la cale : il faut donc qu'il y ait une force de *traction tangentielle* qui la ramène dans la verticale : c'est un effet de la *tension superficielle*.

Fig. 355.

Expérience de M. van der Mensbrugghe. — On prend un cadre en fil de fer de forme quelconque (fig. 356) et on le plonge dans le *liquide glycérique* de

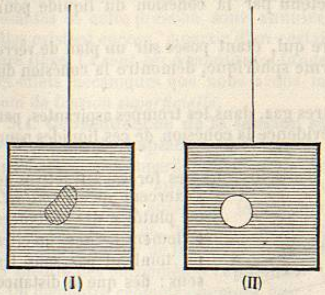

Fig. 356.

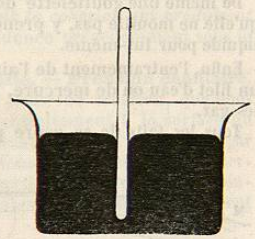

Fig. 357.

Plateau [1]; quand on l'en retire, on obtient une lame liquide plane, limitée aux contours du cadre. Sur cette lame, on pose avec soin une boucle, formée d'un fil de soie très fin, imbibé du même liquide (fig. 356, I); puis, avec un tortillon de papier on traverse la boucle de manière à supprimer le liquide intérieur : on voit immédiatement le contour de la boucle se tendre, jusqu'à prendre la forme d'une circonférence de cercle (fig. 356, II). Cet effet ne peut s'expliquer que par la traction tangentielle que le liquide ambiant exerce uniformément sur toute la périphérie de la boucle.

Expérience de M. Pasteur. — Une ancienne expérience de M. Pasteur n'est

1. Ce liquide glycérique a été préparé par Plateau pour remplacer avantageusement l'eau de savon dans la production des bulles dites de savon et dans les autres expériences de ce genre. Il se compose d'un mélange, fait dans certaines conditions, de trois volumes d'eau de savon (savon de Marseille, 25 grammes par litre) bien filtrée avec deux volumes de glycérine pure.

pas moins démonstrative que les précédentes. Elle consiste à enfoncer verticalement une baguette de verre dans un bain de mercure (fig. 357) dont la surface a été préalablement saupoudrée de grès finement pulvérisé. On voit la poussière disparaître aussitôt dans le trou formé comme si elle était posée sur une membrane que la baguette entraînerait en s'enfonçant. Dès qu'on retire la baguette, le grès reparaît (en même temps, en quelque sorte, que cette membrane hypothétique) et reprend sa position primitive.

On réussit également bien cette expérience dans un bain d'eau saupoudré de poudre de lycopode. On graisse alors la baguette de verre, de façon qu'elle ne soit pas mouillée.

313. **Origine de la tension superficielle. — Cohésion des liquides. — État de la couche superficielle.** — La tension superficielle est manifestement un effet de la *cohésion des liquides*.

On a donné le nom de forces de *cohésion* aux forces attractives qui s'exercent entre les molécules des corps. Ces forces sont parfaitement nettes dans le cas de l'état solide : ce sont elles qui s'opposent à la rupture des corps solides. De nombreuses expériences prouvent que la cohésion existe également, à un degré plus ou moins élevé, soit entre les molécules des liquides, soit entre celles-ci et les molécules des corps solides et même des gaz qui sont en contact avec les liquides.

Une baguette de verre, trempée dans un liquide qui la mouille, entraîne à son extrémité inférieure, quand on la retire du liquide, une gouttelette plus ou moins grosse. La portion du liquide qui est immédiatement en contact avec le verre est évidemment retenue par la cohésion du liquide pour le verre; le reste de la gouttelette est retenu par la cohésion du liquide pour lui-même.

De même une gouttelette de mercure qui, étant posée sur un plan de verre qu'elle ne mouille pas, y prend une forme sphérique, démontre la cohésion du liquide pour lui-même.

Enfin, l'entraînement de l'air et d'autres gaz, dans les trompes aspirantes, par un filet d'eau ou de mercure, met en évidence la cohésion de ces liquides pour les gaz.

Tous les faits de ce genre prouvent d'ailleurs que ces forces attractives ne s'exercent qu'*au contact*, ou plutôt à des distances tellement petites, qu'elles ne tombent pas sous les sens : dès que la distance devient sensible, tout effet de cohésion est annulé. Laplace a appelé *sphère d'activité moléculaire* une sphère comprenant toutes les molécules sur lesquelles une molécule centrale peut exercer une action sensible. Le rayon de cette sphère d'activité représente évidemment la distance maximum à laquelle la cohésion peut se faire sentir : il est variable avec la nature des substances et avec leur état physique.

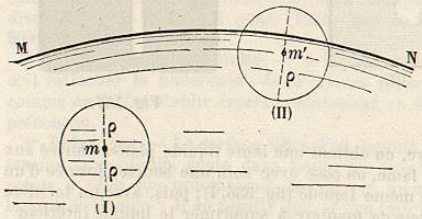

Fig. 358.

Or, soit un liquide quelconque en équilibre : considérons une molécule m située à une distance de la surface libre MN supérieure au rayon d'activité ρ, caractéristique de ce liquide (fig. 358, I). Cette molécule n'est soumise qu'aux attractions des molécules comprises dans la sphère d'activité dont elle est le centre : par suite toutes ces actions égales et symétriques se détruisent. Il ne

reste plus que les pressions hydrostatiques, dépendant de la profondeur du niveau. Il en sera de même pour toutes les molécules situées dans la position (I); il n'y a point pour elles d'action résultant de la cohésion. Mais pour toute molécule m', située dans la position (II), c'est-à-dire à une distance de la surface libre inférieure au rayon d'activité, cette symétrie n'existe plus, puisque la sphère d'activité est coupée par la surface libre, et qu'une portion plus ou moins considérable des molécules liquides est remplacée par des molécules gazeuses de moindre cohésion. Donc cette molécule, et toutes celles qui sont dans le même cas, sont nécessairement soumises à certaines actions, bien distinctes des pressions hydrostatiques, et dépendant uniquement des forces de cohésion. Il existe donc pour une *couche superficielle* (dont l'épaisseur est définie par le rayon d'activité moléculaire) un état dynamique spécial, d'où résulte évidemment la tension superficielle que l'expérience nous a révélée.

On démontre[1], en effet, en s'appuyant uniquement sur les hypothèses précédentes, les deux propositions suivantes :

1° A l'intérieur d'un liquide en équilibre, il existe, indépendamment de la pression hydrostatique, une autre pression, qu'on peut nommer *pression moléculaire*, qui est constante et normale à chaque élément, quelle qu'en soit l'orientation.

2° Dans la *couche superficielle* (d'épaisseur égale au rayon d'activité moléculaire), la pression moléculaire décroît progressivement, depuis sa valeur normale jusqu'à zéro; en outre, elle décroît plus rapidement dans le sens perpendiculaire à la surface que dans le sens parallèle.

Il résulte évidemment de cette dernière proposition que, tandis que les composantes de cette pression sont annulées *perpendiculairement à la surface*, elles existent encore, à partir d'un certain niveau, *tangentiellement à la surface libre. Ce sont ces composantes tangentielles de la cohésion qui produisent* les effets mécaniques que nous avons mis en évidence précédemment sous le nom de *tension superficielle*.

314. **Conséquences de la tension superficielle. — Pression capillaire. — Formule de Laplace.** — L'existence de cette force de traction, que nous appelons tension superficielle et qui s'exerce tangentiellement à la surface du liquide, peut donc être considérée comme démontrée, non seulement par l'expérience, mais aussi par le raisonnement. Nous allons en déduire certaines conséquences, qui nous permettront d'abord de mesurer expérimentalement la valeur de la tension superficielle et puis d'établir très simplement la théorie des phénomènes capillaires.

On démontre géométriquement que :

1° Lorsque la surface libre d'un liquide *est plane*, il ne résulte du fait de la tension superficielle aucune force ou pression verticale;

2° Lorsque la surface libre d'un liquide est *courbe* (convexe ou concave), il résulte de la tension superficielle qui s'y exerce en chaque point une force (ou pression verticale), qui *s'ajoute* ou *se retranche* à la pression hydrostatique, dans la couche superficielle, suivant que la surface est *convexe* ou *concave*.

Cette pression s'appelle quelquefois la *pression capillaire* au point considéré. Elle est exprimée par la formule

$$[1] \qquad N = \pm S\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right),$$

où S est la *constante de cohésion*, définie précédemment, et R et R' les rayons de courbure principaux de la surface liquide au point considéré.

1. Voir la *Physique* de Violle, t. Ier, ch. III.

La pression capillaire est positive ou négative, c'est-à-dire additive (fig. 359, I ou soustractive (II) par rapport à la pesanteur, suivant que la surface libre est convexe ou concave, c'est-à-dire suivant que le liquide ne mouille pas ou mouille les parois du vase qui le contient.

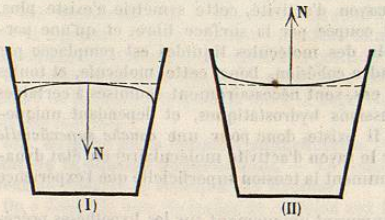

Fig. 359.

La formule [1] s'appelle *formule de Laplace*[1].

315. **Vérification de la formule de Laplace. — Expériences de Plateau.** — Avant de tirer de la formule de Laplace les conséquences que nous avons annoncées précédemment, nous allons la vérifier expérimentalement à l'aide d'expériences très curieuses, dues au physicien belge Plateau.

Imaginons en effet qu'on puisse réaliser un liquide *sans poids*, et qu'on en place une petite masse à l'abri de l'attraction moléculaire de toute paroi solide. La condition d'équilibre de cette masse liquide, c'est qu'elle prenne une surface telle, que la pression capillaire y soit partout normale et uniforme. Cette condition sera exprimée par la formule de Laplace, où l'on supposera N = constante. En divisant les deux membres par le coefficient S (qui est une constante pour un liquide déterminé), on aura l'équation

$$[2] \qquad \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = \text{constante}.$$

Telle est l'équation générale des surfaces extérieures que peut prendre une masse liquide dénuée de poids, et soustraite à toute autre action moléculaire que sa propre cohésion. Or on sait, en géométrie, que toutes les surfaces *à courbure moyenne constante* satisfont à cette équation. Telles sont, par exemple, la *sphère*, le *plan*, la *surface latérale d'un cylindre circulaire droit*.

M. Plateau a pu réaliser ces différentes figures d'équilibre à l'aide de petites masses d'huile, mises en suspension dans une plus grande masse d'eau alcoolisée, *de même densité*. En vertu du principe d'Archimède la masse d'huile était ainsi absolument soustraite à l'action de la pesanteur. Les expériences se faisaient dans un appareil, devenu classique, qui consiste en un vase cubique, dont les parois sont des glaces à faces parallèles (fig. 360). On le remplit d'abord presque entièrement avec l'eau alcoolisée; puis on y introduit, à l'aide d'une petite seringue à bec effilé et recourbé, une petite quantité d'huile.

Première expérience. — On voit d'abord l'huile s'arrondir en une sphère parfaite (fig. 361, I). En augmentant peu à peu sa masse, on peut l'amener jusqu'à un diamètre de 10 centimètres. Cette forme sphérique est parfaitement stable : elle se reproduit spontanément dès qu'on l'a altérée.

Deuxième expérience. — Une fois qu'on a obtenu cette sphère liquide, on peut, en la soumettant à l'action de la force centrifuge, réaliser une autre expérience curieuse. Il suffit pour cela de la traverser, suivant son diamètre vertical, par une tige très fine, à laquelle on peut imprimer un mouvement de rotation sur elle-même, plus ou moins rapide.

1. C'est Laplace qui l'a établie le premier par une autre méthode. Le calcul de Laplace est plus compliqué que celui qui est fondé sur l'existence de la tension superficielle et il a le grand inconvénient de ne point définir l'état de la couche superficielle d'un liquide en équilibre.

Pour une vitesse ordinaire, la sphère s'aplatit aux pôles et prend la forme du sphéroïde terrestre (fig. 361, II). Pour une vitesse plus grande, une partie de

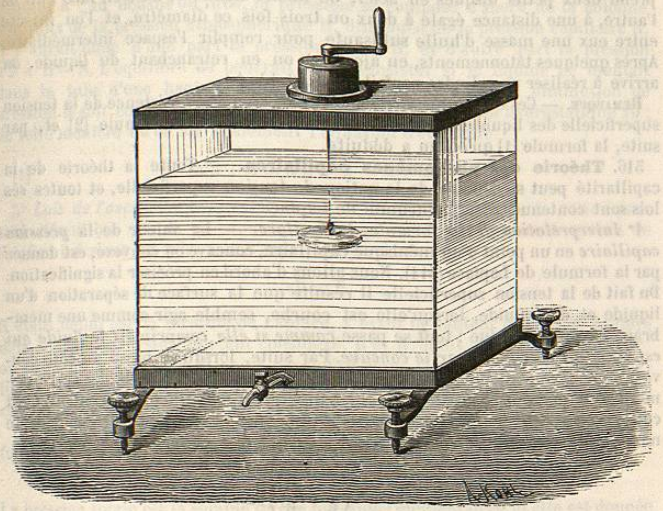
Fig. 360.

la masse d'huile se détache, dans le plan de l'équateur, et forme autour du noyau central, qui reste sphérique, un anneau concentrique, qui rappelle l'anneau de Saturne (fig. 361, III).

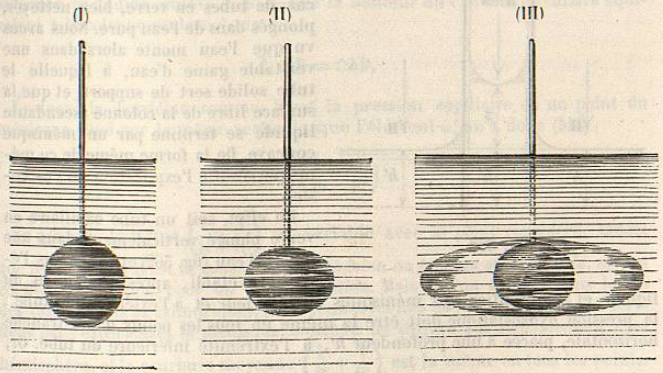

Fig. 361.

Troisième expérience. — Pour réaliser d'autres surfaces satisfaisant à l'équation [2], il est nécessaire d'assujettir la masse d'huile à passer par certaines

pièces solides fixes, qui servent en quelque sorte de carcasses ou de supports à la surface liquide. Ainsi, pour faire un cylindre droit à base circulaire, on prend deux petits disques en acier, de même diamètre, fixés en face l'un de l'autre, à une distance égale à deux ou trois fois ce diamètre, et l'on injecte entre eux une masse d'huile suffisante pour remplir l'espace intermédiaire. Après quelques tâtonnements, en ajoutant ou en retranchant du liquide, on arrive à réaliser un cylindre parfaitement stable [1].

Remarque. — Ces expériences vérifient indirectement l'existence de la tension superficielle des liquides, en démontrant directement la formule [2] et, par suite, la formule [1] qu'on en a déduite.

316. **Théorie des phénomènes capillaires.** — Toute la théorie de la capillarité peut se déduire de la notion de tension superficielle, et toutes ses lois sont contenues dans la formule de Laplace.

1° *Interprétation de la formule de Laplace.* — La valeur de la *pression capillaire* en un point d'un ménisque capillaire, concave ou convexe, est donnée par la formule de Laplace (314). Nous allons d'abord en préciser la signification. Du fait de la tension superficielle il résulte que la surface de séparation d'un liquide et d'un fluide, lorsqu'elle est courbe, semble agir comme une membrane élastique tendue : tout se passe *comme si elle comprimait le fluide qui est situé du côté de sa partie concave.* Par suite, lorsqu'on passe du côté convexe au côté concave d'un ménisque capillaire, on trouve un brusque accroissement de la pression hydrostatique en chaque point des milieux en contact. C'est cet accroissement de pression hydrostatique que nous avons désigné sous le nom de *pression capillaire*, et qui est exprimé par la formule de Laplace :

$$N = S\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

2° *Ascension des liquides dans les tubes capillaires.* — Le phénomène le plus simple et le plus net de la capillarité, c'est l'ascension des liquides dans les tubes capillaires. Il y a ascension toutes les fois que le liquide mouille parfaitement la substance du tube : c'est le cas de tubes en verre, bien nettoyés, plongés dans de l'eau pure. Nous avons vu que l'eau monte alors dans une véritable gaine d'eau, à laquelle le tube solide sert de support, et que la surface libre de la colonne ascendante liquide se termine par un ménisque concave. De la forme même de ce ménisque résulte l'explication de l'ascension.

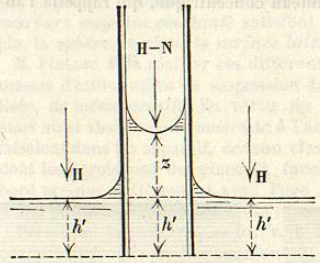

Fig. 362.

En effet, soit un tube capillaire en verre plongé verticalement dans une masse d'eau (fig. 362) et supposons l'équilibre établi, après l'ascension du liquide et la formation des ménisques à l'intérieur et à l'extérieur du tube : la pression hydrostatique doit être la même en tous les points d'une tranche horizontale, placée à une profondeur h', à l'extrémité inférieure du tube. Or,

1. Plateau a réalisé de cette manière plusieurs autres surfaces de révolution, qui satisfont à l'équation [2]. Elles se rattachent toutes à trois types, qu'il nomme, d'après la forme de leur courbe méridienne, l'*onduloïde*, la *caténoïde*, (dont la méridienne est une *chaînette*) et la *nodoïde*.

en dehors du tube, elle est égale à la pression atmosphérique H, augmentée du poids $h'D$ d'une colonne de liquide, ayant pour section l'unité de surface et pour hauteur h' ; au dedans du tube, la pression se compose d'abord de la colonne $h'D$, *plus* de la pression atmosphérique H, diminuée de la pression capillaire N. Il y aurait donc d'une part la pression $h'D + H$, et d'autre part la pression $h'D + H - N$. L'équilibre ne pourrait donc subsister si le liquide ne montait dans le tube d'une hauteur telle, qu'au point considéré la diminution de pression N soit compensée par un accroissement de pression hydrostatique zD : de telle manière qu'on ait finalement l'équation d'équilibre

$$[1] \qquad h'D + H = h'D + H - N + zD.$$

3° *Lois de l'ascension capillaire dans les tubes.* — Il résulte de cette équation d'équilibre que la pression hydrostatique zD en un point du niveau de l'orifice inférieur du tube peut s'exprimer par la formule

$$zD = N,$$

N étant défini par la formule de Laplace, z étant la hauteur du liquide soulevé dans le tube au-dessus du point considéré, R et R' étant les rayons de courbur au point où la verticale du point considéré perce la surface du ménisque. Évaluons la pression totale supportée par la tranche liquide, placée dans le tube capillaire, au niveau de l'orifice inférieur.

Sur un élément de surface ω, la pression est ωzD, et elle est exprimée par la formule

$$\omega zD = \omega N.$$

La pression totale est la somme de ces pressions élémentaires, et elle est donnée par la formule

$$[2] \qquad \sum \omega zD = \sum \omega N.$$

Calculons chacune de ces sommes. La première, $\sum \omega zD$, représente le poids total du liquide soulevé : en appelant Ω la section du tube, et h la *hauteur moyenne* du liquide soulevé (c'est-à-dire la hauteur du cylindre circulaire équivalent à la colonne soulevée), on a

$$\sum \omega zD = \Omega hD.$$

Évaluons la deuxième somme. N est la pression capillaire en un point du ménisque situé sur la même verticale que l'élément ω ; on a donc (314)

$$N = S\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

En général, le terme $\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$ est variable avec le point considéré, tandis que le terme S, qui est la *constante de cohésion* ou *tension superficielle*, est un coefficient constant pour un même liquide. Mais si l'on se met dans le cas des tubes étroits et cylindriques, pour lequel les lois de l'ascension ont été vérifiées par l'expérience, le ménisque concave ne diffère pas sensiblement d'un hémisphère, et la courbure moyenne $\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$ est la même en tous les points. En appelant r le rayon de l'hémisphère, lequel est égal à celui du tube, on a

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = \frac{2}{r},$$

et l'on peut écrire

$$\sum \omega N = N \sum \omega = \frac{2S}{r} \Omega.$$

En remplaçant les valeurs des deux sommes dans l'équation [2], il vient

$$\Omega h D = \Omega \frac{2S}{r},$$

d'où

[3] $$rh = \frac{2S}{D}.$$

L'équation [3] contient toutes les lois vérifiées par Gay-Lussac. Le second membre, étant le quotient de deux constantes S et D, est une constante : l'équation exprime donc la *loi de Jurin*. Elle donne, en outre, la valeur de la constante : elle est égale à $\frac{2S}{D}$.

La hauteur moyenne varie donc avec la nature du liquide pour deux raisons : 1° par suite de la variation de la densité D ; 2° par suite de la variation de la tension superficielle S. Celle-ci, variant pour un même liquide avec la température (expériences de Wolf), il en sera de même de la hauteur moyenne. Enfin, la hauteur moyenne est indépendante de la substance des tubes, laquelle n'intervient pas dans la formule.

4° *Ascension des liquides entre deux lames parallèles.* — Soit r la distance des deux lames, D la densité du liquide, z la hauteur d'un point du ménisque au-dessus du niveau général, N la valeur de la pression capillaire en ce point[1]. Par le même raisonnement que dans le cas précédent, nous arriverons à la même équation d'équilibre

$$\sum \omega z D = \sum \omega N.$$

En appelant Ω la surface de la section rectangulaire du volume liquide soulevé et h la hauteur moyenne, c'est-à-dire la hauteur du parallélépipède liquide équivalent à la colonne soulevée, on aura

$$\sum \omega z D = \Omega h D.$$

La pression capillaire N au point considéré est donnée ici par la formule

$$N = 2S \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right),$$

car il y a ici deux tensions superficielles qui proviennent des deux lames et dont les effets s'ajoutent pour produire la pression capillaire en chaque point du ménisque.

Les deux lames étant assez rapprochées pour que le ménisque concave puisse être confondu avec la demi-surface latérale d'un cylindre de révolution, la courbure moyenne $\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$ est constante, et se réduit à $\frac{1}{r}$, puisque l'un des rayons de courbure est infini, tandis que l'autre est égal au rayon de la section même du cylindre, c'est-à-dire à la distance r des deux lames. On a donc

$$\sum \omega N = N \sum \omega = \frac{2S}{r} . \Omega,$$

1. On peut se reporter à la figure 362, à la condition de la considérer, non plus comme la section d'un tube et d'un ménisque hémisphérique, mais comme la section de deux lames parallèles et d'un ménisque hémicylindrique.

et l'équation d'équilibre devient

$$\Omega h D = \Omega \frac{2S}{r},$$

d'où la formule

$$hr = \frac{2S}{D}$$

Cette formule exprime la loi énoncée et vérifiée ci-dessus : *La hauteur moyenne soulevée varie en raison inverse de la distance des lames, et elle est égale à la hauteur qui serait soulevée dans un tube ayant pour rayon la distance des lames.*

5° *Ascension des liquides entre deux lames inclinées.* — Le cas de deux lames inclinées est une conséquence directe du cas des lames parallèles, à la condition que l'inclinaison soit très faible, car alors deux éléments m et m' des lames (fig. 363), placés en regard l'un de l'autre, sur une même perpendiculaire au plan bissecteur, peuvent être considérés comme parallèles (II).

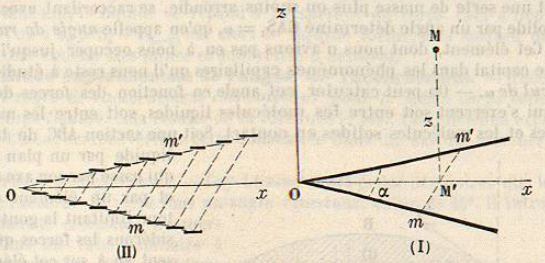

Fig. 363.

Cherchons à déterminer un point M du ménisque, situé dans le plan bissecteur zOx, et prenons pour axes de coordonnées deux droites rectangulaires Ox, Oz situées dans ce plan. L'ordonnée z est fournie par la loi des lames parallèles, en considérant z comme la hauteur correspondante aux deux éléments parallèles m et m'. Soit e la distance de ces deux éléments, on a

[1] $$ez = \frac{2S}{D}.$$

On a d'ailleurs, dans le triangle rectangle $OM'm'$, entre l'abscisse x, la distance e et l'inclinaison α, la relation

[2] $$\frac{e}{2} = x \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}, \quad \text{d'où} \quad x = \frac{e}{2 \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}}.$$

En multipliant membre à membre les équations [1] et [2], il vient

$$zx = \frac{S}{D \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}}.$$

Le point M appartient donc à une hyperbole équilatère, ayant pour asymptotes les droites Ox et Oz : or la courbe des points M est précisément l'inter-