Connaissant la valeur absolue d'ut_3, on aura les autres notes $ré_3$, mi_3, fa_3..., en multipliant 261 par $\frac{9}{8}$, par $\frac{5}{4}$, par $\frac{4}{3}$.... Quant à ut_2, il égale $\frac{ut_3}{2} = 130\frac{1}{2}$ et $ut_1 = \frac{ut_2}{2} = 65\frac{1}{4}$.

La valeur anciennement adoptée pour ut_1 était 64; son accroissement résulte de l'élévation du diapason normal.

370. **Limites de l'échelle musicale.** — 1° *Limite instrumentale.* — En musique, on emploie des notes encore plus graves que l'ut_1 de Sauveur. On descend encore de deux octaves au-dessous de l'octave ($ut_1 - ut_2$). On note la première octave inférieure ut_{-1}... et l'octave la plus grave, ut_{-2}.... Leurs nombres de vibrations se déduisent aisément des précédents. On a (en vibrations simples) $ut_{-1} = \frac{261}{2} = 130{,}5$ et $ut_{-2} = \frac{130{,}5}{2} = 32{,}625$. Cette limite des sons graves est donnée par le plus grand tuyau des grandes orgues.

Les pianos actuels vont du la_{-2} à l'ut_6 : leur registre comprend donc un peu moins de sept octaves. La limite des sons aigus est donnée par la petite flûte : c'est le $ré_6$.

Nous avons dit précédemment (356) que, d'après M. Helmholtz, les sons d'un bon emploi en musique vont environ de 40 vibrations simples à 8000. Par conséquent l'échelle musicale proprement dite ne comprend que sept octaves [1].

2° *Limite vocale.* — L'échelle des voix humaines est encore plus restreinte. Elle va du fa_{-1}, note extrême du registre des basses-tailles, à l'ut_6, note extrême du registre des soprani.

CHAPITRE IV

VIBRATIONS DES CORDES.

371. **Cordes vibrantes. — Définitions.** — On nomme *cordes*, en acoustique, des corps filiformes, en métal ou en boyau, qui sont *élastiques par tension*.

On provoque dans les cordes deux sortes de vibrations : les unes *transversales*, qui se font dans une direction perpendiculaire aux cordes; les autres *longitudinales*, qui se font dans le sens de

1. Le son de 73 700 vibrations simples, indiqué par Despretz comme la limite supérieure des sons perceptibles, affecte douloureusement l'oreille même la moins musicale.

leur longueur. On excite les premières, soit en frottant les cordes avec un archet, comme sur le violon, soit en les pinçant, comme on le fait sur la harpe et la guitare. Quant aux vibrations longitudinales, on les fait naître en frottant les cordes, dans le sens de leur longueur, avec un morceau d'étoffe saupoudré de colophane.

372. **Sonomètre.** — Le *sonomètre* est un appareil qui sert à étudier les vibrations transversales des cordes. On l'appelle aussi *monocorde*, parce que souvent il ne porte qu'une seule corde.

Il se compose d'une caisse sonore de bois mince, destinée à renforcer le son. Sur cette caisse sont deux chevalets fixes A et B (fig. 406), distants l'un de l'autre d'un mètre. D'un chevalet à l'autre s'étend une échelle divisée en millimètres, et à gauche

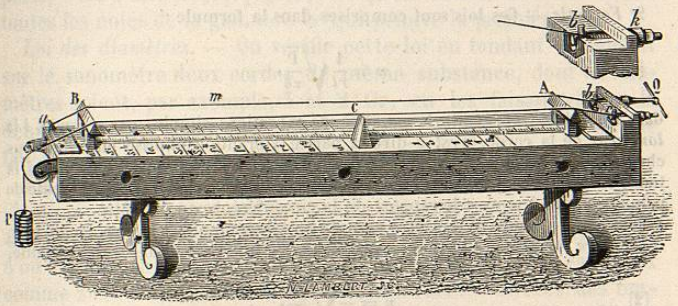

Fig. 406.

et à droite de cette échelle sont tracées sur la caisse deux séries de divisions, marquant, l'une la gamme vraie ou diatonique, l'autre la gamme *tempérée*. Sur les chevalets passent deux cordes : l'une, *m*, s'enroule d'un bout sur un boulon de fer *a*, qui est fixe, et de l'autre bout sur un boulon *b*, qui est lié à une vis horizontale; on le recule plus ou moins en faisant tourner un écrou *k*, dans lequel passe la vis, de manière à tendre la corde à volonté. La deuxième corde, fixée de la même manière à son extrémité *r*, passe sur une poulie par son autre extrémité. Là elle est tendue par des poids de plomb P, qu'on augmente jusqu'à ce qu'on lui ait donné la tension voulue. Enfin, un chevalet mobile C peut se déplacer sous la corde pour en faire varier la longueur.

La première corde *m* rend un son fixe qui est déterminé par une tension invariable; c'est à ce son qu'on compare ensuite les sons successivement rendus par l'autre corde, à mesure qu'on en modifie la tension ou la longueur. Ou bien les deux cordes passent chacune sur une poulie, et alors elles sont tendues par des

poids qui sont égaux, ou qui sont entre eux dans un rapport donné.

373. **Lois des vibrations transversales.** — 1° *Énoncé.* — Le calcul et l'expérience font voir que les vibrations transversales des cordes sont soumises aux lois suivantes :

1° *La tension étant constante, le nombre des vibrations qu'exécute une corde, en une seconde, est en raison inverse de sa longueur.*

2° *Toutes choses égales d'ailleurs, le nombre des vibrations est en raison inverse du rayon de la corde.*

3° *Le nombre des vibrations d'une corde est directement proportionnel à la racine carrée du poids qui la tend.*

4° *Toutes choses égales d'ailleurs, le nombre des vibrations d'une corde est inversement proportionnel à la racine carrée de sa densité.*

2° *Formule.* — Ces lois sont comprises dans la formule

$$[1] \qquad n = \frac{1}{rl}\sqrt{\frac{P}{\pi\delta}},$$

dans laquelle n représente le nombre de vibrations simples par seconde, l la *longueur* de la corde, c'est-à-dire la partie vibrante comprise entre les deux chevalets A et B (fig. 406), r le rayon de la section de la corde, P le poids qui la tend, et enfin δ la densité de la corde, c'est-à-dire la masse sous l'unité de volume; quant à π, c'est le rapport de la circonférence au diamètre.

Dans cette formule, P doit être compté en kilogrammes, r et l en décimètres.

3° *Autre formule.* — On peut exprimer ces lois à l'aide d'une autre formule,

$$[2] \qquad n = \frac{1}{rl}\sqrt{\frac{gP}{\pi d}}.$$

Dans celle-ci, d représente le poids spécifique de la substance et les autres coefficients sont les mêmes que dans la précédente. En effet, Lagrange a trouvé la formule des vibrations transversales des cordes sous la forme

$$[3] \qquad n = \sqrt{\frac{gP}{lp}},$$

dans laquelle, n, P et l ayant la même signification que ci-dessus, g représente l'intensité de la pesanteur, et p le poids de la partie vibrante de la corde. Or, d'après la formule connue $P = VD$, on a $p = \pi r^2 l d$, d étant le poids spécifique de la corde et $\pi r^2 l$ son volume, puisqu'elle n'est autre chose qu'un cylindre de rayon r et de hauteur l; portant cette valeur de p dans la formule de Lagrange, on trouve

$$n = \sqrt{\frac{gP}{\pi r^2 l^2 d}} = \frac{1}{rl}\sqrt{\frac{gP}{\pi d}}.$$

Tant que l'on ne considérera que des nombres relatifs de vibrations, il sera plus simple de faire usage de la formule [1]; mais si l'on veut calculer le nombre absolu de vibrations que fait la corde par seconde, on devra avoir recours à la formule [2], en ayant soin de compter g en décimètres.

4° *Application musicale.* — Ces lois trouvent leur application dans les instruments à cordes; c'est en faisant varier la longueur, le diamètre, la tension et la nature de leurs cordes qu'on leur fait rendre les différentes notes de l'échelle musicale.

374. **Lois des vibrations transversales. — Vérifications.** — *Loi des longueurs.* — Pour vérifier cette loi, rappelons que les nombres relatifs de vibrations des notes de la gamme sont

ut	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*ut.*
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2

Cela posé, si l'on fait vibrer la corde du sonomètre d'abord dans son entière longueur, puis en lui donnant, à l'aide du chevalet mobile, des longueurs qui soient en raison inverse de ces rapports, c'est-à-dire 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{15}$ et $\frac{1}{2}$, on obtient successivement toutes les notes de la gamme : ce qui prouve la première loi.

Loi des diamètres. — On vérifie cette loi en tendant également sur le sonomètre deux cordes de même substance, dont les diamètres soient, par exemple, 3 et 2. Or, en les faisant vibrer, la deuxième donne la quinte de la première : ce qui fait voir qu'elle fait 3 vibrations pendant que la première en fait 2.

Loi des tensions. — Ayant placé sur le sonomètre deux cordes identiques, on les tend par des poids qui soient entre eux comme 4 et 9. Or la deuxième donne encore la quinte de la première; d'où l'on conclut que leurs nombres de vibrations sont entre eux comme 2 est à 3, c'est-à-dire comme les racines carrées des tensions. Si les deux poids étaient entre eux comme 16 et 25, on obtiendrait la tierce majeure, ou $\frac{5}{4}$.

Loi des densités. — On fixe sur le sonomètre deux cordes de même rayon, mais de densités différentes d et d'. Leur ayant donné la même tension, on promène sous la plus dense le chevalet mobile jusqu'à ce qu'elle soit à l'unisson avec l'autre corde. Soient alors l et l' les longueurs de ces deux cordes qui rendent la même note n, on trouve que le rapport $\frac{l}{l'}$ est égal à $\sqrt{\frac{d}{d'}}$. Or soit n' la note que rendrait la corde la plus dense si on lui donnait la même longueur l qu'à l'autre corde; il est facile de déterminer n' d'après la loi des longueurs; on doit avoir $\frac{n'}{n} = \frac{l'}{l}$. Or l'expérience vient de donner $\frac{l'}{l} = \sqrt{\frac{d'}{d}}$; donc on a $\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{d}{d'}}$.

375. **Nœuds et lignes nodales. — Sons harmoniques des cordes.** — Lorsqu'un corps sonore vibre, non seulement il vibre dans son ensemble, mais il se divise généralement en un certain nombre de parties aliquotes, dont chacune est animée de vibrations qui lui sont propres. Entre ces portions vibrantes,

il existe des points ou des lignes *relativement fixes*. Ce sont ces points et ces lignes qu'on désigne sous les noms de *nœuds* et de *lignes nodales*. Les parties vibrantes comprises entre deux lignes nodales ou deux nœuds consécutifs se nomment *concamérations*. Le milieu d'une concamération s'appelle un *ventre de vibration* : c'est là que les vibrations atteignent leur maximum d'amplitude.

Les cordes vibrantes présentent des exemples curieux de nœuds et de ventres quand on ne fait vibrer qu'une partie aliquote de leur longueur, c'est-à-dire un tiers, un quart, un cinquième. Pour cela, on fixe la corde à ses deux bouts et l'on fait glisser dessous un petit chevalet, en l'arrêtant successivement au tiers, au quart, au cinquième de la corde. Le chevalet étant au tiers, comme le représente la figure (407, I), on fait vibrer la portion BD avec un archet;

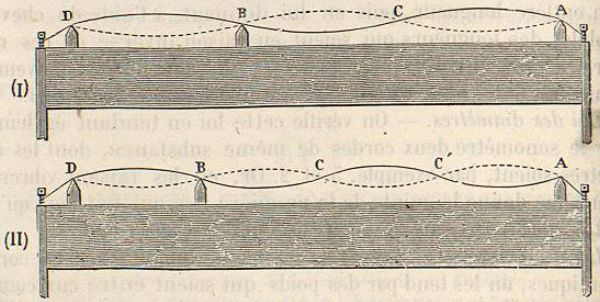

Fig. 407.

l'autre portion AB se subdivise alors spontanément en deux parties AC et CB, qui vibrent séparément, le point C demeurant sensiblement fixe. En effet, en plaçant de petits chevrons de papier, l'un en C, un autre entre B et C, un troisième entre C et A, celui qui est en C n'éprouve qu'un léger ébranlement, tandis que les deux autres sont projetés au loin. Il y a donc un nœud au premier point et des ventres aux deux autres. Si le chevalet B est au quart de la corde, il se produit entre A et B deux nœuds et trois ventres (fig. 407, II); s'il est au cinquième, il se forme entre les mêmes points trois nœuds et quatre ventres, et ainsi de suite.

Lorsqu'une corde un peu longue vibre dans son entier, une oreille exercée distingue, outre le son fondamental, les *harmoniques* 2, 3, 4, 5, c'est-à-dire l'octave aiguë du son fondamental, la quinte de l'octave, la double octave et la tierce majeure.

Le même phénomène se produit dans tous les corps vibrants, ainsi qu'on le verra bientôt dans les tuyaux sonores (380). La production de ces harmoniques est une conséquence directe de la subdivision spontanée du corps sonore en concamérations plus ou moins nombreuses.

376. **Vibrations longitudinales des cordes.** — On a déjà vu que, pour déterminer dans une corde tendue des vibrations longitudinales, on la frotte dans le sens de sa longueur avec un morceau de drap saupoudré de colophane. Les lois des vibrations longitudinales des cordes ont été trouvées par le calcul. Il y en a qui sont analogues aux lois des vibrations transversales, et qui sont résumées par une formule analogue à la formule précédente :

$$n = \frac{1}{rl}\sqrt{\frac{gE}{\pi d}}.$$

Dans cette formule les coefficients n, r, l, g et d ont la même signification que dans la formule des vibrations transversales, et E représente le *coefficient d'élasticité* de la corde. On nomme ainsi le *poids par lequel il faudrait tendre la corde pour qu'elle s'allongeât d'une quantité égale à elle-même* (allongement qui ne peut jamais se réaliser, la rupture ayant lieu bien auparavant). Ce coefficient étant toujours un nombre considérable, il en résulte que la fraction $\frac{gE}{\pi d}$ est beaucoup plus grande (toutes choses égales d'ailleurs) que la fraction $\frac{gP}{\pi d}$ et que, par suite, les vibrations longitudinales d'une corde sont beaucoup plus rapides que ses vibrations transversales : les sons rendus par une corde qui vibre *longitudinalement* sont donc *beaucoup plus aigus* que les sons rendus quand elle vibre *transversalement*.

CHAPITRE V

VIBRATIONS DE L'AIR DANS LES TUYAUX SONORES.

377. **Tuyaux sonores : Définitions.** — Dans les divers appareils décrits jusqu'ici, le son résulte des vibrations des corps solides que nous avons appelés *corps sonores;* l'air n'en est que le véhicule. Pour les sons rendus par les instruments à vent, c'est la colonne d'air contenue dans leurs tuyaux qui seule est le corps sonore. Cela résulte de ce fait d'expérience que *la matière des tuyaux est sans influence sur le son des instruments à vent; il est le même pour des tuyaux de dimensions égales, mais de substances différentes* (*bois, cristal ou métal*); *le timbre seul est modifié.*

On nomme en général *tuyaux sonores* des tubes, à parois résistantes, dans lesquels on produit des sons en faisant vibrer la colonne d'air qui y est contenue.

Si l'on ne faisait que souffler dans les tuyaux, il n'y aurait pas de son, mais seulement un mouvement progressif continu de l'air. Pour qu'un son se produise, il faut, par un moyen quelconque, exciter dans l'air une succession rapide de condensations et de raréfactions qui se communiquent à toute la colonne d'air. De là la nécessité de donner au tuyau sonore une *embouchure*, c'est-à-dire une ouverture de forme convenable pour que l'air qu'on y insuffle n'y puisse entrer que par intermittences, et non d'une manière continue. D'après la disposition adoptée pour mettre ainsi l'air en vibration, les tuyaux sonores se divisent en deux catégories, les *tuyaux à bouche* et les *tuyaux à anche*.