le faisceau Lb, réfléchi une première fois sur le miroir M, puis une deuxième fois sur le miroir N, fournit l'image I′ à une distance $nI' = nI$; de même le faisceau Lc, après deux réflexions sur M et une sur N, forme l'image I″ à une distance $mI'' = mI'$; et ainsi de suite jusqu'à l'infini. Quant aux images i, i', i'', elles sont formées de la même manière par les rayons de lumière qui, partis de l'objet L, tombent d'abord sur le miroir N.

On vérifiera aisément ce cas de la réflexion si MN est la section d'un tube de verre dont la surface extérieure serait noircie, tandis que la surface interne constituerait un miroir cylindrique. L'œil étant placé à l'ouverture MN, l'autre côté serait fermé par un disque opaque, percé en son centre d'un petit trou bien éclairé par la lumière L. Deux arêtes opposées du tube sont comme deux miroirs linéaires parallèles, et donnent les deux séries d'images I, I′, I″,... et i, i', i''...; donc, par raison de symétrie, on verra dans le tube deux séries de cercles lumineux, concentriques au trou lumineux, dont les rayons seront égaux à LI, LI′, LI″,... pour une série, et à Li, Li', Li'',... pour l'autre. Leur éclat diminue d'ailleurs rapidement à mesure que leur diamètre augmente.

CHAPITRE III

CATOPTRIQUE (SUITE)

—

MIROIRS COURBES.

423. **Miroirs sphériques. — Définitions.** — On a déjà vu (415) qu'on distingue plusieurs sortes de miroirs courbes; les plus fréquemment employés sont les *miroirs sphériques* et les *miroirs paraboliques*.

On appelle *miroirs sphériques* ceux dont la surface est une portion ou *calotte* de sphère. Suivant qu'on en polit la face interne ou la face externe, on a un miroir *concave* ou *convexe*. Le centre C de la sphère dont le miroir fait partie (fig. 466) en est le *centre de courbure;* le point A, milieu de l'arc MN, en est le *sommet*. La droite indéfinie AL, menée par les points A et C, est l'*axe principal* du miroir; toute droite qui passe par le centre C sans passer par le point A est un *axe secondaire*.

On nomme *section principale* du miroir toute section plane qui passe par l'axe principal. Enfin, l'*ouverture* d'un miroir est l'angle au centre MCN, sous-tendu par une section principale.

L'application des lois de la réflexion aux miroirs courbes se fait aisément en considérant leur surface comme formée d'une

infinité d'*éléments* plans, infiniment petits. La *normale* à la surface courbe, en un point donné, est alors la perpendiculaire à l'élément correspondant ou, ce qui est la même chose, au plan tangent qui le contient: dans le cas des miroirs sphériques, la normale est donc simplement le *rayon* géométrique du point considéré.

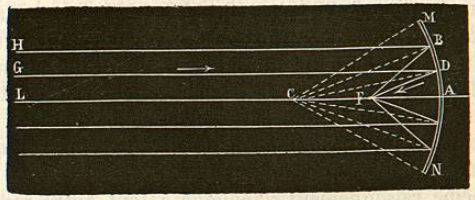

Fig. 466.

424. **Miroirs concaves. — Étude géométrique et expérimentale. (Cas des rayons centraux.)** — Cette étude est fondée sur l'application des lois de la réflexion à des miroirs de *petite ouverture*, c'est-à-dire dont l'angle au centre ne dépasse pas 8 ou 9 degrés et n'admettant que des *rayons centraux* c'est-à-dire des rayons parallèles à l'axe principal ou très peu inclinés sur cet axe.

Dans les miroirs sphériques, et dans tous les miroirs de révolution, lorsque l'objet lumineux est symétriquement placé par rapport à l'axe principal, tous les phénomènes sont eux-mêmes symétriques par rapport à l'une des sections principales. Cette remarque permet de simplifier les constructions relatives à la détermination des images en les réduisant, dans tous les cas, *à des constructions planes*, faites dans le plan de la section principale.

425. **Définition des foyers.** — Dans ces conditions, *l'expérience prouve* qu'un miroir concave donne, d'un objet lumineux placé devant lui, une image nette, réelle ou virtuelle. On doit en conclure qu'à chaque point lumineux de l'objet correspond un point lumineux *unique* dans l'image; ce dernier est soit le point de concours de tous les rayons réfléchis qui proviennent d'un même point lumineux, soit le point de concours de leurs prolongements : dans le premier cas, on l'appelle *foyer réel*, et dans le deuxième cas *foyer virtuel*.

426. **Foyer principal. — Définition et détermination.** — On appelle *foyer principal* celui correspond à un point lumineux placé à l'infini sur l'axe principal, c'est-à-dire à un faisceau incident, parallèle à l'axe principal. *Il est situé sur l'axe principal, à égale distance du centre et du sommet.* Il est toujours *réel*.

En effet, soit un faisceau de rayons parallèles à l'axe principal et soit GD un de ces rayons (fig. 466). Ce rayon se réfléchit, sur l'élément qui correspond au point D, selon les lois de la réflexion sur les miroirs plans; c'est-à-dire que, CD étant la normale au point d'incidence D, l'angle de réflexion CDF est égal à l'angle d'incidence GDC et situé dans la même section principale. Par suite, dans le triangle DFC, les côtés DF et CF sont égaux comme opposés à des angles égaux; car les angles DCF et FDC sont tous deux égaux à l'angle CDG, le premier comme alterne-interne, le second d'après les lois de la réflexion. D'ailleurs FD est d'autant plus près d'égaler FA que l'arc AD est plus petit, et dans les miroirs de *petite ouverture* on peut admettre que *les droites* AF *et* FC *sont rigoureusement égales, et que le point* F *est le milieu de* AC. Le même raisonnement s'applique à tout autre rayon HB du faisceau : donc *tous les rayons vont sensiblement, après la réflexion, concourir en un même point* F *situé à égale distance du centre de courbure et du miroir.*

Cette propriété du foyer principal en indique la construction : on n'a qu'à prendre FA = AC. La distance FA est la *distance focale principale.* On la désigne par f; en appelant R le rayon de courbure du miroir, on a $f = \frac{1}{2}R$.

Réciproque. — Si l'on suppose en F un point lumineux, les rayons émis par ce point prennent, après la réflexion, des directions DG, BH..., parallèles à l'axe principal; en effet les angles de réflexion deviennent des angles d'incidence, et inversement, mais ces angles restent toujours égaux. Donc, un point lumineux étant placé au foyer principal d'un miroir concave, le *faisceau divergent* parti de ce point est transformé par sa réflexion sur le miroir en un *faisceau parallèle à l'axe.*

427. **Cas des points lumineux. — Foyers conjugués.** — On appelle *foyers conjugués* tout point lumineux et son image. Les foyers conjugués peuvent être, l'un ou l'autre, *réels* ou *virtuels.* Voici comment on les détermine.

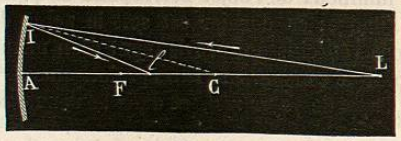

Fig. 467.

I. *Point lumineux situé sur l'axe principal.* — Supposons le point L (fig. 467) au delà du foyer principal et à une distance *finie :* les rayons incidents ne sont plus parallèles, mais divergents. Le foyer conjugué l étant le point de concours de tous les rayons

réfléchis, il suffit de construire deux de ces rayons. Remarquons d'abord que le rayon émis par L, suivant l'axe principal, est réfléchi suivant la même direction, puisqu'il est normal au miroir : le foyer conjugué sera donc sur l'axe principal (fig. 467). Il suffit alors de mener un autre rayon incident tel que LI, la normale IC, puis le rayon réfléchi Il faisant un angle CIl = LKC : le point de rencontre l avec l'axe principal est le foyer conjugué cherché.

Remarques. — 1° L'un quelconque des rayons incidents tels que LK (fig. 468), faisant avec la normale CK un angle d'incidence LKC, plus petit que l'angle SKC du rayon SK parallèle à l'axe, l'angle de réflexion correspondant au rayon LK devra être aussi plus petit que l'angle CKF correspondant au rayon SK : le rayon LK devra donc, après la réflexion, rencontrer l'axe en un point l situé plus près du centre C que le foyer principal F.

2° Les deux points L et l sont *réciproques* l'un de l'autre, c'est-à-dire que, si le point lumineux était transporté en l, son foyer conjugué le serait en L, lK devenant le rayon incident et KL le rayon réfléchi.

3° A l'inspection de la figure 468, on reconnaît facilement que, lorsque le point L s'approche ou s'éloigne du centre C, son foyer

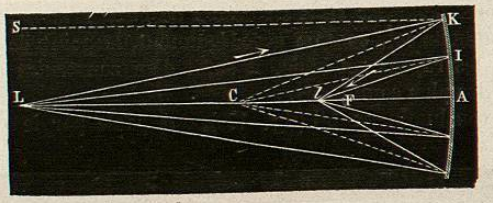

Fig. 468.

conjugué s'en approche ou s'en éloigne avec lui; car les angles d'incidence et de réflexion croissent ou décroissent en même temps.

4° Si L vient à coïncider avec le centre C, l'angle d'incidence est nul, et comme il en doit être de même de l'angle de réflexion, le rayon incident revient sur lui-même : *le foyer coïncide avec le point lumineux.*

5° Lorsque celui-ci passe en deçà du centre C, entre ce point et le foyer principal, le foyer conjugué passe de l'autre côté du centre, et il s'en éloigne à mesure que le point lumineux se rapproche du foyer principal.

6° Si le point lumineux vient coïncider avec le foyer principal

les rayons réfléchis, étant parallèles à l'axe, ne se rencontrent plus, et, par conséquent, *il n'y a plus de foyer*. On exprime quelquefois ce fait en disant que *le foyer est rejeté à l'infini sur l'axe principal*.

7° *Foyer virtuel*. — Supposons enfin le point lumineux placé (fig. 469) entre le foyer principal et le miroir. Un rayon quelconque LM fait alors avec la normale CM un angle d'incidence LMC plus grand que FMC ; l'angle de réflexion doit donc être plus grand que l'angle CMS. Il s'ensuit que le rayon réfléchi ME est divergent par rapport à l'axe AK. La même chose ayant lieu pour tous les rayons émis du point L, les rayons réfléchis eux-mêmes ne se rencontrent pas, mais leurs prolongements vont concourir en un même point *l* situé sur l'axe derrière le miroir : ce point lumineux *virtuel* est le foyer conjugué du point lumineux réel.

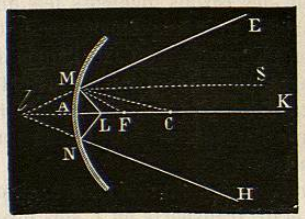

Fig. 469.

II. *Point lumineux situé en dehors de l'axe principal*. — Son foyer conjugué est, comme précédemment, le point de concours de tous les rayons réfléchis. Il suffit d'en construire deux : on choisira les plus commodes.

Le rayon lumineux LC (fig. 470), qui passe par le centre de

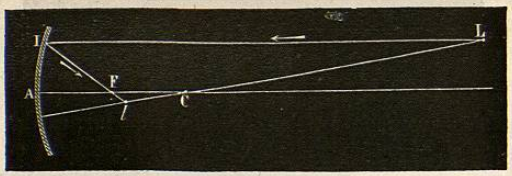

Fig. 470.

courbure, tombe normalement sur le miroir et se réfléchit suivant sa propre direction. L'image est donc sur cette ligne, qui joue ainsi, par rapport au point lumineux, le même rôle que l'axe principal dans le cas précédent : c'est pourquoi on l'appelle *axe secondaire* du point L. Si maintenant on mène le rayon LI parallèle à l'axe principal, son rayon réfléchi doit passer par le foyer principal (426) et on l'obtient immédiatement en menant la droite

IF ; celle-ci, prolongée, va couper l'axe secondaire LC en un point *l* qui est évidemment le foyer conjugué cherché.

Remarque. — Ce foyer conjugué peut être *réel* ou *virtuel*, suivant la position du point conjugué par rapport au plan du foyer principal.

III. *Détermination expérimentale des foyers*. — 1° *Foyer principal*. — On reçoit sur le miroir un faisceau solaire, dans une direction parallèle à l'axe principal, et l'on cherche, avec un écran de verre dépoli ou de carton, le lieu où la lumière réfléchie se concentre avec le plus d'éclat : c'est là que se trouve le *foyer principal*.

2° *Foyers conjugués*. — Les foyers conjugués se déterminent de même en plaçant une bougie allumée au point dont on veut avoir le foyer, et en cherchant le lieu où le sommet du faisceau réfléchi présente le maximum d'éclat.

428. Cas d'objets lumineux : Construction des images. — Un objet lumineux quelconque étant composé de points lumineux, son image se construira par points, dans tous les cas, en appliquant les règles précédentes.

1° *Objet situé au delà du centre*. — Soit un objet AB, placé devant un miroir concave perpendiculairement à l'axe principal (fig. 471).

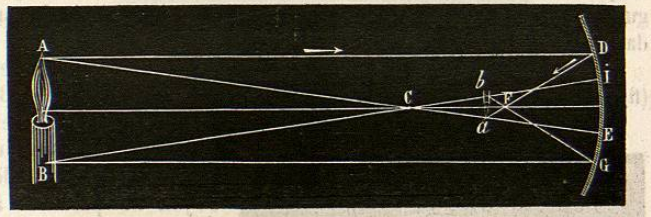

Fig. 471.

Menons l'axe secondaire AE du point A, puis le rayon AD parallèle à l'axe principal ; ce rayon va passer, après la réflexion, par le foyer principal F (456), et former en *a*, sur l'axe secondaire AE, l'image du point A. De même, le rayon BG, mené du point B parallèlement à l'axe, va former l'image du point B en *b* sur l'axe secondaire de ce point. On a donc en *ab* l'image de AB. *Cette image est réelle, renversée, placée entre le centre de courbure et le foyer principal, et d'autant plus petite par rapport à l'objet que celui-ci est plus éloigné.*

2° *Objet situé en deçà du centre*. — *Réciproquement*, si l'objet lumineux ou éclairé, dont on cherche l'image, était placé en *ab* (fig. 471), entre le foyer principal et le centre, son image se for-

merait en AB. Elle serait encore *réelle et renversée*, mais *plus grande que l'objet*, et d'autant plus grande que *ab* serait plus près du foyer principal.

3° *Objet situé dans le plan focal principal.* — Il ne se produit alors aucune image (fig. 472). En effet, le faisceau des rayons tels

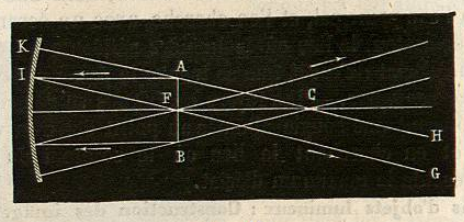

Fig. 472.

que AI et AK, venus du point A, donne après la réflexion un faisceau KIGH parallèle à l'axe secondaire CK, et les rayons émis du point B un faisceau parallèle à BC (426, réciproque) : ces faisceaux ne peuvent donc former ni foyers ni images, et les foyers conjugués de chacun des points de l'objet sont *rejetés à l'infini*, chacun dans la direction de son axe secondaire.

4° *Objet situé en deçà du plan focal principal.* — Soit AB l'objet (fig. 473). On trace d'abord les axes secondaires des points A et B, en ayant soin de les prolonger au delà du miroir. Puis tirant le rayon AD parallèle à l'axe principal, et, par le foyer F, le rayon réfléchi DF, ce dernier, prolongé, donne en *a* l'image virtuelle du point A. Et il est évident que le rayon réfléchi DF doit couper l'axe secondaire *derrière* le miroir et non en avant, car la figure DAFC est un trapèze, dont AD est la petite base, par suite de la position de l'objet. De même le rayon mené du point B parallèlement à l'axe donne en *b* l'image du point B. L'œil qui reçoit le faisceau réfléchi voit donc en *ab* une image de AB, *virtuelle*, *droite* et *plus grande que l'objet*. La figure 474 montre l'image virtuelle d'une flamme de bougie dans un miroir concave.

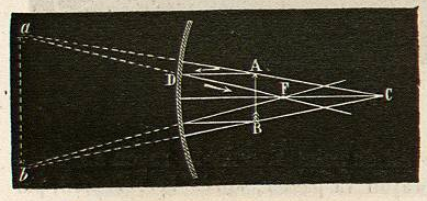

Fig. 473.

Remarque. — 1° Lorsque l'objet *ab* a tous ses points hors de

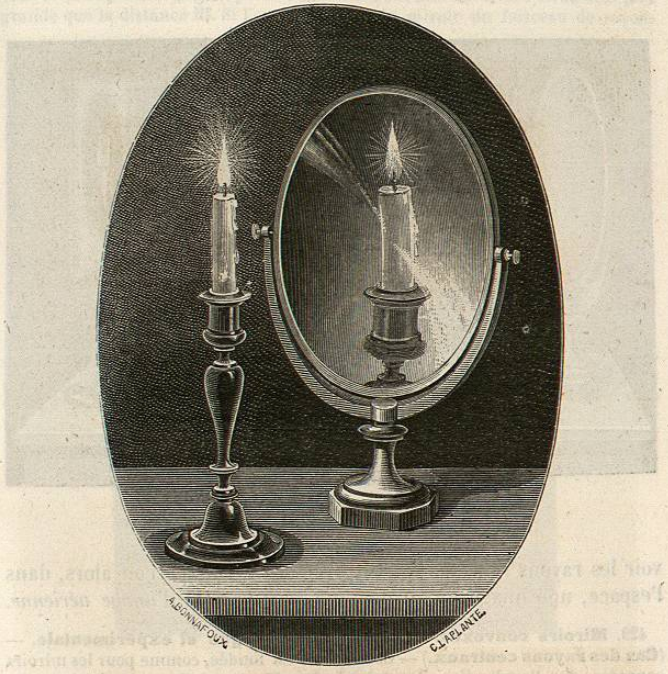

Fig. 474.

l'axe principal (fig. 475), on trouve par la construction ci-dessus que l'image se forme en *a'b'*, de l'autre côté de l'axe AB.

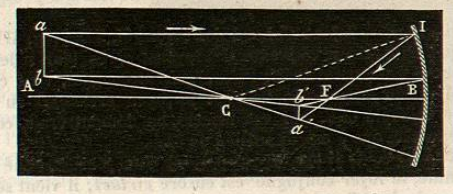

Fig. 475.

2° *Images aériennes.* — Il est à remarquer qu'on peut voir les images réelles de deux manières : 1° en les recevant sur un écran

qui, par diffusion, les rend visibles dans toutes les directions (fig. 476); 2° en plaçant l'œil au delà de l'image, de façon à rece-

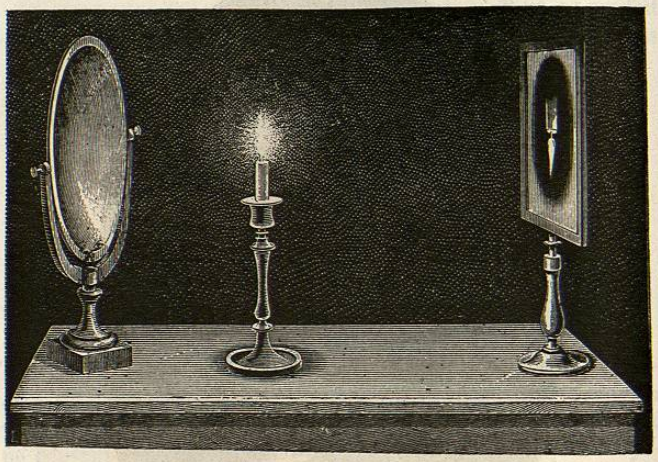

Fig. 476.

voir les rayons réfléchis qui la produisent. On aperçoit alors, dans l'espace, une image qu'on désigne sous le nom d'*image aérienne*.

429. **Miroirs convexes. — Étude géométrique et expérimentale. — (Cas des rayons centraux.)** — Cette étude est fondée, comme pour les miroirs concaves, sur l'application des lois de la réflexion à des miroirs de *petite ouverture*, n'admettant que des *rayons centraux*. Toutes les constructions sont planes, comme dans les cas précédents et pour les mêmes raisons. — Les miroirs convexes ne donnent que des *foyers virtuels* quand les points lumineux sont *réels* et leur envoient des *faisceaux divergents*, ce qui est le cas général. Mais ils peuvent donner, comme les miroirs plans, des images *réelles*, dans le cas particulier de faisceaux incidents qui convergent vers des *points lumineux virtuels*.

1° *Foyer principal.* — Soient d'abord des rayons SI, TK... (fig. 477) parallèles à l'axe principal d'un miroir convexe. Ces rayons, après leur réflexion, prennent des directions divergentes IM, KH,... qui, prolongées, vont concourir en un point F qui est un *foyer virtuel :* c'est le *foyer principal* du miroir. En considérant le triangle CKF, qui est isocèle, on démontrerait, comme dans les miroirs concaves, que F est le milieu de CA.

2° *Foyers conjugués.* — Si les rayons partent d'un point L, situé sur l'axe, à une distance finie, le foyer conjugué est encore *virtuel;* il vient se faire en *l*, *entre le foyer principal* F *et le miroir*. Lorsque le point lumineux se déplace, sur l'axe principal, depuis l'infini jusqu'au sommet A, son foyer conjugué, *toujours virtuel*, se déplace depuis le foyer principal F jusqu'au sommet A.

3° *Détermination expérimentale du foyer principal.* — On recouvre le miroir d'une feuille de papier, en ayant soin de réserver dans celle-ci, à égale

distance du centre de figure A, et dans une même section principale (fig. 478), deux petits trous en H et en I, qui laissent le miroir à nu. On place ensuite devant le miroir un écran MN, percé à son centre d'une ouverture circulaire plus grande que la distance HI. Si l'on reçoit sur le miroir un faisceau de rayons

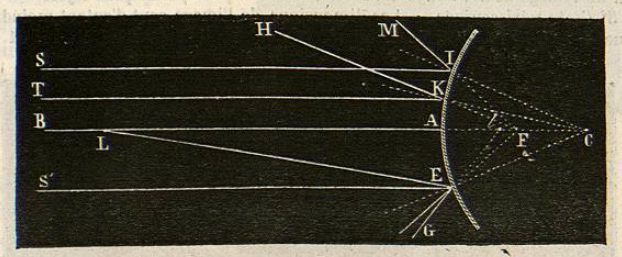

Fig. 477.

solaires SH, S'I, parallèles à l'axe, la lumière se réfléchit en H et en I sur les points où le miroir est à découvert, et va former deux images brillantes en *h* et en *i* sur l'écran. En reculant celui-ci, ou en l'approchant, on trouve une

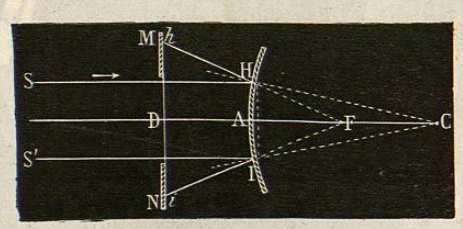

Fig. 478.

position pour laquelle $hi = 2\,HI$: *la distance* AD *de l'écran au miroir représente alors la distance focale principale.*

En effet, le petit arc HAI se confondant sensiblement avec sa corde, les triangles semblables FHI et F*hi* donnent $\frac{HI}{hi} = \frac{FA}{FD}$; mais, HI étant la moitié de *hi*, FA est la moitié de FD; donc AD est sensiblement égal à AF. D'ailleurs, puisque les rayons SH et S'I sont parallèles à l'axe, FA est la distance focale principale; donc AD représente bien cette distance.

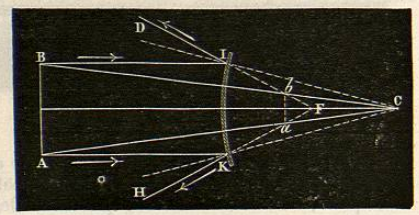

Fig. 479.

4° *Construction des images.* — Soit un objet AB (fig. 479) placé à une distance quelconque, perpendiculairement à l'axe principal. On mène les axes secondaires AC et BC, et les rayons AK et BI parallèles

à l'axe principal : on sait que le prolongement du rayon réfléchi en K doit aller passer en F ; joignant donc le point K au point F par la droite KF, celle-ci coupe l'axe secondaire AC en un point *a* qui est le foyer virtuel de A. Celui de B s'obtient de même en *b*. L'œil qui reçoit les rayons réfléchis ID et KH voit en *ab* l'image de AB, *image virtuelle, droite et plus petite que l'objet.*

5° *Globe périscopique.* — Les dimensions de l'image sont d'autant moindres que l'objet est plus éloigné du miroir. Si donc toutes les parties de l'objet ne

Fig. 480.

sont pas sensiblement à la même distance, ce qui a lieu soit quand l'objet n'est pas symétrique par rapport à l'axe principal, soit quand les rayons lumineux qu'il envoie de ses différents points sont les uns centraux et les autres périphériques, on observera une déformation plus ou moins accusée de l'image. C'est ce qui arrive dans le *globe périscopique*, représenté par la figure 480. C'est un miroir convexe en verre noir ou en verre étamé, analogue à ceux qu'on place dans les jardins et qui reflètent, en les déformant, le paysage et les objets environnants.

430. Formules des miroirs sphériques concaves de petite ouverture. — 1° *Équation aux foyers conjugués.* — On appelle ainsi la relation qui existe entre la distance d'un point lumineux au sommet du miroir et celle de son image. Considérons un miroir concave MN ; soient R son rayon de courbure, p la distance LA du point lumineux L au miroir (fig. 481) et p' la distance lA de l'image. Dans le triangle LMl, la normale MC partageant l'angle LMl en deux parties égales, on a, d'après le *théorème de la bissectrice*,

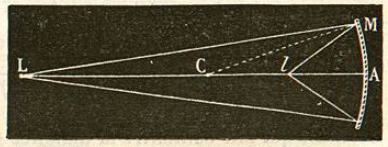

Fig. 481.

$$\frac{Cl}{CL} = \frac{lM}{LM}, \quad \text{d'où} \quad Cl \times LM = CL \times lM.$$

Or si l'arc AM ne dépasse pas 8 à 9 degrés, les lignes ML et Ml sont très sensiblement égales à AL et Al, c'est-à-dire à p et à p'. D'ailleurs

$$Cl = CA - Al = R - p' \quad \text{et} \quad CL = AL - AC = p - R.$$

Substituant ces diverses valeurs dans l'égalité qui précède, il vient

$$(R - p')\,p = (p - R)\,p', \quad \text{ou} \quad Rp - pp' = pp' - Rp';$$

transposant et réduisant, on trouve

$$Rp + Rp' = 2\,pp'.$$

Si l'on divise tous les termes de cette égalité par le produit pp'R, et qu'on supprime les facteurs communs, elle devient

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R},$$

et comme on a

$$f = \frac{R}{2}, \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{f} = \frac{2}{R},$$

l'équation prend la forme

$$[1] \qquad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}.$$

Telle est la forme ordinaire de l'équation aux foyers conjugués, qu'on appelle aussi *formule des miroirs concaves*.

Remarque. — En résolvant l'équation [1] par rapport à p', on en tire

$$[2] \qquad p' = \frac{pf}{p-f},$$

formule qui fait connaître la distance de l'image au miroir quand on connaît celle du point lumineux et le rayon de courbure.

431. **Discussion de la formule des miroirs concaves.** — Cherchons maintenant les différentes valeurs que prend p' suivant celles qu'on donne à p.

I. $p = \infty$, c'est-à-dire que *le point lumineux est placé sur l'axe principal à une distance infinie.*

Pour interpréter la valeur que prend alors p', il faut préalablement diviser par p les deux termes de la fraction, ce qui donne une nouvelle forme de la formule générale

$$[3] \qquad p' = \frac{f}{1-\frac{f}{p}}.$$

Or, en introduisant dans cette formule la condition que p est infini, la fraction $\frac{f}{p}$ devient nulle, et on a $p' = f$, c'est-à-dire que *l'image se fait au foyer principal;* ce qui devait être, puisque les rayons incidents forment alors un faisceau parallèle à l'axe.

II. p *décroît*, c'est-à-dire que *le point lumineux se rapproche du miroir.*

Alors le dénominateur de la formule [2] diminue et la valeur de p' augmente : par conséquent, l'image s'approche du centre en même temps que l'objet. Elle reste d'ailleurs comprise entre le foyer principal et le centre tant que p est $>$ R, car pour une valeur de p égale à $2f + \varepsilon$ on a à la fois

$$\frac{f}{1-\frac{p}{f}} > f \quad \text{et} \quad < 2f.$$

III. $p = \mathrm{R} = 2f$, c'est-à-dire que *le point lumineux coïncide avec le centre.*

En faisant $p = 2f$ dans la formule [3], elle donne $p' = 2f$, c'est-à-dire que *l'image coïncide avec le point lumineux.*

IV. $p < 2f$, c'est-à-dire que *le point lumineux est entre le centre et le foyer principal.*

La formule [3] montre que p' est $> 2f$, c'est-à-dire que *l'image se fait alors de l'autre côté du centre.*

V. $p = f$, c'est-à-dire que *le point est au foyer principal.*

La formule donne $p' = \frac{\mathrm{R}}{0} = \infty$, c'est-à-dire que *l'image est rejetée à l'infini.*

En effet, les rayons réfléchis sont alors parallèles à l'axe.

VI. $p < f$, c'est-à-dire que *le point lumineux est entre le foyer principal et le miroir.*

Le dénominateur de la formule [4] étant alors négatif, il en est de même de p', ce qui indique que la formule ne convient pas à ce cas. Cela n'est pas

étonnant, puisqu'on l'avait établie en supposant qu'il existait une image réelle. Or, si l'on recommençait le même calcul en faisant la supposition inverse, c'est-à-dire en admettant l'existence d'une image virtuelle, on trouverait l'équation aux foyers conjugués sous la forme suivante,

$$[1\ bis] \qquad \frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f},$$

d'où l'on tirerait la formule

$$[2\ bis] \qquad p' = \frac{pf}{f-p}.$$

Celle-ci, pour toutes les valeurs de p inférieures à f, donnerait pour p' des valeurs positives et parfaitement admissibles. Cela prouve que pour toutes les positions du point lumineux comprises entre le foyer principal et le sommet *on a une image virtuelle,* dont la distance au miroir est donnée par la formule [2 *bis*].

Remarque. — Pour représenter les divers cas qui peuvent se présenter dans la réflexion sur un miroir concave, il faut donc employer les deux équations [1] et [1 *bis*]. Toutefois on peut n'en prendre qu'une, en admettant les conventions algébriques relatives à l'interprétation des quantités négatives. Si l'on convient d'avance que les valeurs négatives de p' correspondront aux images virtuelles, l'équation

$$[1] \qquad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

comprendra tous les cas.

432. **Formules des miroirs convexes de petite ouverture.** — 1° *Équation aux foyers conjugués.* — Il est facile de la trouver directement, par la même méthode que pour les miroirs concaves. En se plaçant dans le cas d'une image virtuelle, on arrive à l'équation

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = -\frac{2}{\mathrm{R}}.$$

En posant

$$\frac{\mathrm{R}}{2} = f, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{1}{f} = \frac{2}{\mathrm{R}},$$

et en changeant les signes des deux membres, l'équation devient

$$[1] \qquad \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}.$$

Telle est la *formule des miroirs convexes.*

Remarque. — On pourrait la déduire de l'équation fondamentale

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f},$$

en changeant de signe toutes les grandeurs géométriques qui ont changé de sens *par rapport au cas initial d'un miroir concave donnant une image réelle d'un point lumineux réel.* En effet, p' et f changeant de sens changeraient de signe, et l'équation deviendrait

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = -\frac{1}{f}, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}. \qquad [1]$$

Discussion. — De cette équation on déduit

$$[2] \qquad p' = \frac{pf}{p+f}.$$

En discutant la formule comme précédemment, on verrait qu'elle donne toujours une valeur admissible, quel que soit p : ce qui prouve qu'elle s'applique à tous les cas, et que *l'image d'un point lumineux réel est toujours virtuelle dans un miroir convexe.*

433. **Cas des objets lumineux.** — 1° *Distance de l'image au miroir.* — Les équations aux foyers conjugués qui correspondent soit aux miroirs concaves, soit aux miroirs convexes, expriment aussi la relation qui existe entre la distance de l'objet au sommet du miroir et la distance de son image. En

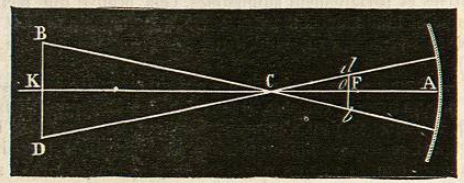

Fig. 482.

effet, AK et AO étant ces deux distances (fig. 482), comme les points K et O sont deux foyers conjugués, on peut leur appliquer l'une des formules ci-dessus. On aura

$$p' = \frac{pf}{p-f}$$

pour le cas des miroirs concaves, et

$$p' = \frac{pf}{p+f}$$

pour celui des miroirs convexes.

2° *Grandeur de l'image.* — A l'aide des formules ci-dessus, on peut aussi facilement calculer la grandeur d'une image quand on connaît la distance de l'objet, sa grandeur et le rayon du miroir. En effet, si l'on représente l'objet par BD (fig. 482), son image par bd, et si l'on suppose connus la distance $KA = p$ et le rayon $AC = 2f$, on calcule $Ao = p'$ au moyen de l'une des deux formules ci-dessus. Or, les deux triangles BCD et dCb étant semblables, on a, entre leurs bases et leurs hauteurs, la proportion $\frac{bd}{BD} = \frac{Co}{CK}$.

Or

$$\frac{Co}{CK} = \frac{R-p'}{p-R},$$

et l'on a vu précédemment que

$$\frac{R-p'}{p-R} = \frac{p'}{p};$$

donc

$$\frac{bd}{BD} = \frac{p'}{p} = \frac{f}{p-f}.$$

434. **Aberration de sphéricité. — Caustiques par réflexion.** — Nous avons dit plus haut que les rayons émanés d'un point ne sont réfléchis de manière à concourir en un point unique qu'autant que l'ouverture du miroir ne dépasse pas 8 à 9 degrés. Pour une ouverture plus grande, les rayons réfléchis près des bords vont rencontrer l'axe plus près du miroir que ceux qui se sont réfléchis à une petite distance du centre de figure. Par suite, à un point lumineux unique correspondent en réalité une série de foyers conjugués, disposés en ligne droite, sur l'axe secondaire du point, le foyer des rayons périphériques étant toujours le plus voisin du sommet. La distance entre les foyers extrêmes s'appelle *aberration longitudinale* de sphéricité. Lorsqu'il s'agit d'un point lumineux situé sur l'axe principal, et à l'infini, l'aberration correspondante s'appelle *aberration principale :* c'est la distance du foyer principal des rayons périphériques au foyer principal des rayons centraux. Ce dernier foyer était le seul que nous eussions à considérer dans le cas des miroirs de petite ouverture. De là résulte, dans les images, un défaut de netteté plus ou moins grand, qui a fait rejeter l'emploi des miroirs concaves sphériques de grande ouverture et leur a fait substituer, dans la construction des instruments d'optique, les miroirs concaves *paraboliques.*

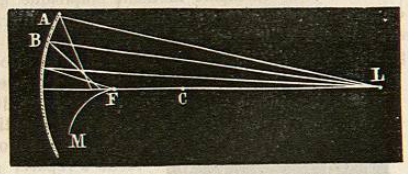

Fig. 483.

Les rayons réfléchis se coupant successivement deux à deux, comme on le voit au-dessus de l'axe FL (fig. 483), leurs points d'intersection forment dans l'espace une surface brillante qu'on nomme *caustique par réflexion.* La courbe FM représente une des branches de la section principale de cette surface, qui est *de révolution* autour de l'axe principal.

435. **Miroirs paraboliques.** — Les *miroirs paraboliques* sont des miroirs concaves dont la surface est engendrée par la révolution d'un arc de parabole AM autour de son axe AX (fig. 484).

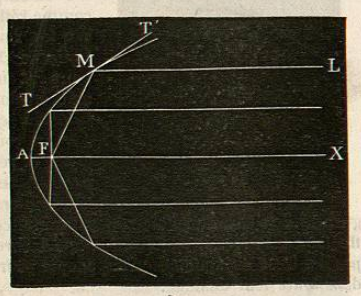

Fig. 484.

On a vu ci-dessus que, dans les miroirs sphériques, les rayons parallèles à l'axe ne viennent qu'approximativement concourir au foyer principal ; il en résulte que, réciproquement, une source de lumière étant placée au foyer principal de ces miroirs, les rayons réfléchis ne forment pas un faisceau rigoureusement parallèle à l'axe. Or ce défaut ne se rencontre pas dans les miroirs paraboliques. En effet, c'est une propriété connue de la parabole qu'en un point quelconque M de cette courbe *le rayon vecteur* FM *et la droite* ML, *parallèle à l'axe, font avec la tangente* TT' *des angles égaux.* Par suite, les angles avec la normale seront aussi égaux : donc, dans ces sortes de miroirs, tout rayon parallèle à l'axe tel que LM sera réfléchi suivant MT et ira rigoureusement passer au foyer géométrique F du miroir. *Réciproquement,* une source de lumière étant placée en ce foyer, les rayons lumineux qui tombent

sur le miroir se réfléchissent en un faisceau rigoureusement parallèle à l'axe Les miroirs qui possèdent cette propriété sont appelés *aplanétiques*.

436. **Construction et emploi des miroirs aplanétiques.** — Dans ces conditions la lumière ainsi réfléchie conserve la même intensité jusqu'à une grande distance de la source; car c'est surtout la divergence des rayons qui en affaiblit l'intensité. Aussi, bien que les miroirs paraboliques soient plus difficiles à construire et plus coûteux que les miroirs sphériques, ils leur sont préférés comme *objectifs* de *télescopes*.

1° Les premiers miroirs aplanétiques pour télescopes furent construits en 1777 par l'opticien anglais Mudge. C'étaient tout simplement des miroirs sphériques en métal, qu'il polissait ensuite de manière à enlever un peu plus de matière au centre que sur les bords. On comprend en effet qu'en augmentant progressivement le rayon de courbure depuis le centre jusqu'au bord, on puisse annuler la distance entre le foyer des rayons marginaux et celui des rayons centraux. C'est la même méthode empirique qui servit à lord Ross pour la construction de l'objectif aplanétique de son grand télescope. Cette méthode avait le grave inconvénient d'être très longue, très délicate, et d'exiger un grand nombre d'essais et de tâtonnements. Elle a été considérablement perfectionnée, grâce à la découverte de l'argenture chimique du verre par Stemheil. Cela a permis de substituer au bronze le verre argenté, qui est moins lourd, moins coûteux, plus facile à réparer et susceptible d'un poli plus parfait. On construit d'abord des miroirs sphériques, on les rend ensuite aplanétiques en travaillant les différentes régions par la méthode dite des *retouches locales*, de Foucault : on sait à chaque instant de combien l'on s'écarte de la forme parabolique et dans quel sens, ce qui supprime les tâtonnements et les lenteurs de l'ancienne méthode.

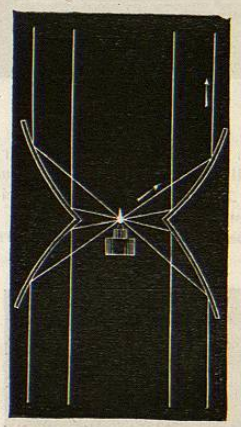

Fig. 485.

2° On emploie encore les miroirs paraboliques comme réflecteurs pour les lampes qu'on place sur les voitures publiques, ainsi que sur les trains de chemins de fer. Ces sortes de réflecteurs ont aussi longtemps servi pour les phares, mais on emploie de préférence aujourd'hui des *systèmes réfringents* (lentilles de Fresnel).

3° En coupant par un plan passant par le foyer et perpendiculaire à l'axe deux miroirs paraboliques égaux, et les réunissant suivant leurs intersections, comme le montre la figure 485, en sorte que leursdeux foyers coïncident, on obtient un double réflecteur avec lequel une seule lampe éclaire à la fois dans deux directions opposées. C'est ce système qu'on adopte pour les escaliers, afin de les éclairer dans toute leur étendue.

437. **Applications des miroirs.** — On connaît les applications des miroirs plans dans l'économie domestique. Ces miroirs sont aussi d'un fréquent usage dans plusieurs appareils de physique, pour donner à la lumière une direction déterminée.

Héliostat. — Si c'est la lumière solaire qu'on veut ainsi diriger, on ne peut conserver aux rayons réfléchis une direction constante qu'autant que le miroir est mobile. Il faut, en effet, donner à celui-ci un mouvement qui compense le changement de direction que prennent sans cesse les rayons incidents, en vertu du mouvement apparent du soleil. Ce résultat s'obtient à l'aide d'un mouvement d'horlogerie qui fait varier l'inclinaison du miroir au moyen d'une tige à laquelle celui-ci est fixé. L'appareil ainsi construit a reçu le nom d'*héliostat*.

Goniomètre. — La réflexion de la lumière a encore été utilisée pour mesurer les angles des cristaux avec une grande précision, au moyen d'instruments connus sous le nom de *goniomètres à réflexion*.

Les miroirs concaves sphériques ou paraboliques ont aussi reçu de nombreuses applications. On s'en sert comme miroirs grossissants : tels sont les miroirs à barbe. On les a utilisés comme miroirs ardents. Enfin, nous venons de voir l'usage qu'on en fait soit comme *objectifs* dans les télescopes, soit comme réflecteurs pour porter au loin les rayons d'une source lumineuse placée à leur foyer principal.

CHAPITRE IV

DIOPTRIQUE

—

LOIS DE LA RÉFRACTION SIMPLE.

438. **Définitions.** — La *réfraction* est une déviation qu'éprouvent les rayons lumineux lorsqu'ils traversent *obliquement* la surface de séparation de deux milieux transparents, tels que l'air et l'eau (fig. 486, I). Si les rayons tombent perpendiculairement à cette surface, ils ne subissent aucune déviation, ils continuent à se propager en ligne droite (fig. 486, II).

Soit SO un *rayon incident* et AO la normale en O à la surface de séparation des deux milieux. Prenons pour plan de la figure 487 le plan d'incidence SOA : la surface réfringente est représentée par la droite *mn*. On nomme *rayon réfracté* la direction OH que prend la lumière dans le second milieu; les angles SOA et HOB, que forment ces rayons avec la normale AB, sont nommés, l'un *angle d'incidence*, et l'autre *angle de réfraction*.

La lumière qui se présente pour passer d'un milieu dans un autre ne pénètre jamais en totalité dans celui-ci : une partie se réfléchit à la surface de séparation, une autre partie s'y diffuse, et le reste seulement pénètre dans le second milieu. La réfraction d'un faisceau lumineux est donc toujours accompagnée d'une perte plus ou moins grande de lumière.

Dans les milieux non cristallisés, comme l'air, les liquides, le verre ordinaire, le rayon lumineux, *simple* à l'incidence, reste encore *simple* après la réfraction; mais dans certains corps cristallisés, comme le spath d'Islande ou le gypse, le rayon incident