gomme laque brune et l'ébonite peuvent servir à la construction d'isoloirs parfaits; mais le verre, qui est *hygroscopique*, doit être desséché avec soin.

910. **Isolateur Mascart.** — L'*isolateur parfait* de Coulomb a été réalisé dans ces derniers temps par M. Mascart. C'est un support en verre de forme particulière. Il est constitué par un flacon A (fig. 861) dont le fond se relève à l'intérieur même du vase et émerge verticalement, à l'extérieur, en passant par le goulot. Ce redressement du fond, qui a l'aspect d'un tube cylindrique creux, constitue le support des conducteurs à isoler, plateaux métalliques, sphères, etc. La dessiccation du tube et de l'air qui l'environne est maintenue complète par une couche d'acide sulfurique monohydraté versée dans le flacon. L'air se renouvelle assez difficilement dans le flacon, parce que l'intervalle laissé entre le tube et le goulot est toujours très petit.

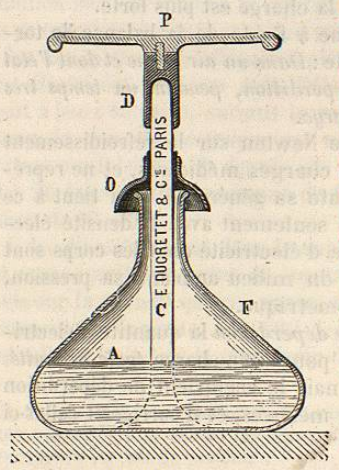

Fig. 861.

911. **Déperdition de l'électricité dans le vide.** — L'électricité étant retenue à la surface des corps par la mauvaise conductibilité de l'air, quand celui-ci se raréfie, la déperdition augmente. Dans le vide, où la résistance est nulle, il semble que toute électricité devrait se dissiper. C'est, en effet, ce qu'on a d'abord admis, et la conséquence à laquelle on était arrivé par le calcul. Cependant Hawksbee, Gray, Harris, Becquerel et Grove ont montré que, dans le vide, de faibles charges électriques peuvent être conservées. Becquerel a même observé que, dans le vide à un millimètre, un corps conservait encore de l'électricité après quinze jours.

CHAPITRE IV

CONSÉQUENCES DES LOIS DE COULOMB. — NOTIONS FONDAMENTALES SUR LE POTENTIEL ÉLECTRIQUE.

912. **Potentiel d'un conducteur électrisé : Définition expérimentale.** — L'expression de *potentiel électrique*, que nous avons déjà employée précédemment, fut introduite dans la science par Green,

en 1828. Elle correspond à une propriété de l'électricité nettement distincte de celles que nous avons étudiées, ou indiquées plus haut sous les noms de *charge* ou *masse électrique*, et de *densité* ou *épaisseur*. On peut donner une définition *expérimentale* du potentiel électrique dans le cas d'un corps conducteur isolé, chargé d'une certaine couche d'électricité en équilibre. Cette définition résulte des deux faits suivants.

1er Fait. — Si l'on touche le conducteur en différents points avec un plan d'épreuve et qu'on porte le plan, après chaque contact, dans la balance de Coulomb, on constatera chaque fois, en général, une répulsion différente. Cela prouve que *la densité électrique n'est pas en général la même* aux différents points du conducteur, bien que celui-ci soit dans un état électrique permanent. Mais si, à l'aide d'un fil métallique très long et très fin, on relie un point quelconque du corps à la petite boule fixe d'une balance de Coulomb, la boule mobile, ayant été préalablement électrisée de la même manière, subira une certaine répulsion, mesurée par un certain angle d'écart. Or, si l'on relie un autre point quelconque du conducteur, *on constatera toujours la même répulsion*. Cette force de répulsion est donc caractéristique de l'état électrique du conducteur. C'est un caractère analogue à celui que donne un thermomètre, lorsqu'on le plonge dans une région quelconque d'un corps uniformément échauffé.

Si l'on a eu soin de prendre pour plan d'épreuve une sphère ayant pour rayon 1 centimètre et de la mettre en communication avec un point quelconque du conducteur électrisé, par l'intermédiaire d'un fil *long et fin*, la charge que prend cette boule dans ces conditions s'appelle le *potentiel* du conducteur.

2e Fait. — Soient deux corps A et B ayant chacun un potentiel différent V_a et V_b : supposons $V_a > V_b$.

Mettons ces corps en communication par deux points quelconques à l'aide d'un fil métallique long et fin. On constate, toujours par le même procédé expérimental, que le potentiel de A diminue et que le potentiel de B augmente jusqu'à ce qu'ils aient atteint l'un et l'autre une valeur intermédiaire V′ telle, qu'on ait $V_a > V' > V_b$ [1].

Expériences. — On peut réaliser ces expériences en électrisant deux conducteurs sphériques A et B, l'un de rayon R et l'autre de

1. Pendant la durée de l'état variable du potentiel, il y a passage d'électricité de A en B, c'est-à-dire du corps qui a le potentiel le plus élevé sur celui qui a le potentiel le moins élevé : le fil conducteur est alors le siège d'un *courant électrique* qui cesse dès que l'égalisation du potentiel s'est établie. C'est ainsi que l'électricité *statique* passe à l'état d'électricité *dynamique*.

rayon 2R, et par suite de surfaces S et 4S. Si on leur donne des charges Q et Q', qui soient dans le même rapport que leurs surfaces, *la densité électrique sera la même* sur les deux conducteurs, puisqu'on a

$$\delta = \frac{Q}{S} \quad \text{et} \quad \delta' = \frac{4Q}{4S}.$$

On pourra s'en assurer par l'expérience en touchant, avec le plan d'épreuve, deux points quelconques M et N des deux conducteurs. Or, si l'on met les deux conducteurs en communication par un fil métallique long et fin, reliant les deux points M et N, on constatera qu'il passe de l'électricité de la grande sphère sur la petite : cela tient à ce que le potentiel sur la grande sphère est *plus élevé* que sur la petite.

Remarque. — Le second fait éclaircit la portée et le sens du premier. En effet, quand on relie avec la boule fixe un point quelconque d'un conducteur électrisé, il se produit un courant électrique du conducteur vers la boule, jusqu'à ce que celle-ci se soit chargée d'une quantité d'électricité telle, que son potentiel soit égal à celui du conducteur.

Comme la boule est très petite et le fil conducteur très fin, la quantité d'électricité nécessaire pour donner ce potentiel au fil et à la boule est insignifiante vis-à-vis de la charge du conducteur. C'est pourquoi il faut prendre une boule très petite et un fil très fin, si l'on veut constater le premier fait. On prend en outre un fil *long*, pour que la boule soit à une grande distance du conducteur et qu'il n'y ait pas entre eux d'*influence électrostatique*.

Tout se passe ici comme dans le cas où l'on évalue la température d'un milieu à l'aide d'un thermomètre à mercure. La masse de l'instrument est toujours prise assez faible ; de cette manière la quantité de chaleur qu'il absorbe pour se mettre en équilibre de température avec le milieu est négligeable vis-à-vis de la quantité de chaleur totale du milieu.

Conclusion. — Ainsi, toutes les fois qu'un conducteur électrisé, relié à un autre conducteur par un fil métallique long et fin, cède ou prend de l'électricité à ce dernier, c'est qu'il a un potentiel *plus* ou *moins élevé* que lui ; toutes les fois qu'il n'y a pas transmission d'électricité de l'un à l'autre, c'est que le potentiel est le même sur tous les deux.

La notion de potentiel correspond donc à une propriété de l'électricité qui joue, dans les échanges d'électricité entre deux conducteurs, le même rôle que la *force élastique des gaz* ou que la *pression hydrostatique des liquides* dans les échanges de gaz ou de

liquides entre deux récipients, ou enfin que la *température* dans les échanges de chaleur. C'est à cause de cette analogie qu'on donne quelquefois au potentiel électrique les noms de *niveau électrique*, ou de *température électrique*.

913. **Définition mathématique du potentiel électrique en un point.** — On ne peut définir tout d'abord le *potentiel d'un conducteur électrisé*, le seul dont il ait été question jusqu'ici. On commence par définir le *potentiel d'un point* (ou *en un point*) où l'on suppose concentrée l'unité d'électricité positive.

Le cas le plus simple est celui d'un point M qui se trouve dans un *champ électrique* réduit lui-même à une masse électrique q concentrée en un autre point A. Soit r la distance du point M au point A.

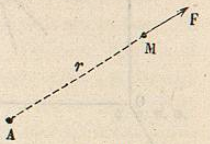

Fig. 862.

On appelle *potentiel du point* M *le rapport*, $\frac{q}{r}$, de la masse agissante à sa distance au point M (fig. 862). Ce rapport est donc une fonction très simple de la distance r ; il a le signe de q. On le désigne ordinairement par la lettre V, et l'on écrit

$$V = \pm \frac{q}{r},$$

V étant positif ou négatif suivant que la masse électrique agissante est positive ou négative.

914. **Propriétés du potentiel.** — Cette fonction possède les propriétés suivantes :

I. *Si l'on prend le rapport* $\left(\frac{\Delta V}{\Delta r}\right)$ *de l'accroissement* ΔV *de la fonction* V *à l'accroissement* (Δr) *de la variable* r, *et qu'on fasse tendre* Δr *vers zéro, le rapport* $\frac{\Delta V}{\Delta r}$ *tend vers une limite, qui, prise en signe contraire, représente en grandeur et en signe la force électrique en ce point.*

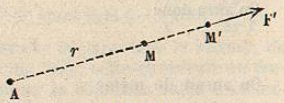

Fig. 863.

En effet, si la charge q est positive, elle exerce en M (fig. 863), sur une masse positive égale à 1, une force répulsive représentée par $F = \frac{q}{r^2}$, F étant positif.

Or le potentiel en M est positif et égal à $\frac{q}{r}$; si l'on donne à r l'accroissement ΔV le potentiel devient $\frac{q}{r + \Delta r} = V + \Delta V$ et l'on a

$$\frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{1}{\Delta r}\left(\frac{q}{r + \Delta r} - \frac{q}{r}\right) = \frac{-q}{r^2 + r\,\Delta r}.$$

En faisant tendre Δr vers zéro, le dénominateur tend vers r^2 et l'on a

$$\lim.\ \frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{-q}{r^2}, \quad \text{d'où} \quad -\left(\lim.\ \frac{\Delta V}{\Delta r}\right) = \frac{q}{r^2} = F.$$

Remarque. — On arriverait au même résultat en considérant une masse q d'électricité négative [1].

II. Le système des points A et M étant rapporté à trois axes rectangulaires, Ox, Oy, Oz (fig. 864), le point M sera défini par trois coordonnées x, y, z et le point A par trois autres coordonnées x_1, y_1, z_1, et la distance r de ces deux points sera donnée par la formule connue

$$r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}.$$

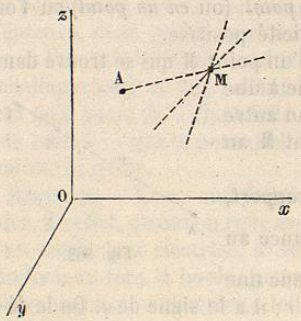

Fig. 864.

Par conséquent, le potentiel V du point M, qui est une fonction de r, sera nécessairement une fonction des trois coordonnées x, y, z. Si l'on donne à r un accroissement Δr, les coordonnées prendront des accroissements correspondants Δx, Δy, Δz. De même qu'on a considéré le rapport $\frac{\Delta V}{\Delta r}$, on pourra considérer l'un des rapports $\frac{\Delta V}{\Delta x}$, ou $\frac{\Delta V}{\Delta y}$, ou $\frac{\Delta V}{\Delta z}$. De même qu'on a calculé la limite du rapport $\frac{\Delta V}{\Delta r}$ quand on fait tendre Δr vers zéro, on pourra calculer de même les limites correspondantes des rapports $\frac{\Delta V}{\Delta x}$, $\frac{\Delta V}{\Delta y}$, $\frac{\Delta V}{\Delta z}$.

Cela posé, si l'on veut obtenir la composante de la force électrique qui s'exerce en M, suivant l'une quelconque des directions Ox, Oy, Oz, on n'aura qu'à appliquer la propriété suivante du potentiel :

La limite du rapport $\frac{\Delta V}{\Delta x}$, prise en signe contraire, représente en grandeur et en signe la composante de la force électrique suivant la direction Ox.

On aura donc

$$F_x = -\lim.\ \left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right).$$

On aurait de même

$$F_y = -\lim.\ \frac{\Delta V}{\Delta y} \quad \text{et} \quad F_z = -\lim.\ \frac{\Delta V}{\Delta z},$$

en appelant F_x, F_y, F_z les composantes de la force F suivant les directions Ox, Oy, Oz.

1. La limite du rapport $\frac{\Delta V}{\Delta r}$ est ce qu'on appelle la *dérivée* de la fonction V par rapport à la variable r. Il est inutile d'introduire ce mot nouveau, qui n'est pas dans le programme de la classe des mathématiques élémentaires; mais il est permis de recourir à la notion de limite, dont on a déjà fait usage, en Mécanique, à propos de la *vitesse dans un mouvement varié, à l'instant* t.

On a vu, en effet, en Mécanique (49) que la composante de la force électrique suivant une direction quelconque Ox est en général

$$F_x = F.\ \frac{x-x_1}{r};$$

elle devient

$$[1] \qquad F_x = \frac{q(x-x_1)}{r^3}$$

lorsque $F = \frac{q}{r^2}$. Or, si l'on calcule, par le procédé indiqué précédemment (914, I), la limite du rapport $\frac{\Delta V}{\Delta x}$, on trouv

$$[2] \qquad \lim.\ \frac{\Delta V}{\Delta x} = -\frac{q(x-x_1)}{r^3}.$$

En comparant les équations [1] et [2], on a donc

$$F_x = -\lim.\ \frac{\Delta V}{\Delta x}. \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

On aurait de même

$$F_y = \frac{q(y-y_1)}{r^3} = -\lim.\ \frac{\Delta V}{\Delta y} \quad \text{et} \quad F_z = \frac{q(z-z_1)}{r^3} = -\lim.\ \frac{\Delta V}{\Delta z}.$$

Remarque. — Le potentiel permet donc de trouver, non seulement la valeur de la force électrique au point considéré, mais encore les composantes de cette force suivant une direction quelconque.

III. *Le travail effectué par la force électrique pour déplacer l'unité d'électricité positive entre deux points* M *et* M' *du champ est représenté par la variation (prise en signe contraire) du potentiel entre ces deux points.*

On a donc

$$\mathcal{T} = -(V' - V).$$

Par définition, le potentiel en un point est essentiellement variable, de même que la force électrique, avec la position de ce point dans le champ électrique. Ainsi en un point M' (fig. 863) le potentiel est devenu V' (V' étant plus grand ou plus petit que V) et la force est devenue F' (F' étant égal à $-\left(\lim.\ \frac{\Delta V'}{\Delta r}\right)$.

Si l'on imagine que l'unité de masse positive se déplace dans le champ, de M en M', sous l'action de la force électrique (fig. 863), celle-ci exécute un travail qu'il est facile d'évaluer. Il suffit d'appliquer la définition relative au travail d'une force variable en grandeur et en direction, qui serait de la forme $f = \frac{q}{r^2}$. En appelant r et r' les distances des points M et M', on trouve par le calcul

$$\mathcal{T} = q\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right).$$

Or on a

$$V = \frac{q}{r} \quad \text{et} \quad V' = \frac{q}{r'}; \qquad \text{donc} \qquad \mathcal{T} = -(V' - V). \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

915. **Signification mécanique du potentiel.** — On peut déduire de cette dernière propriété la signification *mécanique* du potentiel en un point.

En effet, si le point M', au lieu d'être un point voisin de M, s'éloignait jusqu'à l'infini, on aurait $r' = \infty$ et par suite $V' = 0$, puisque V' est toujours égal à $\frac{q}{r'}$. En appelant T le travail correspondant, on a, d'après l'équation précédente, $T = V$. On peut donc dire que *le potentiel en un point est égal au travail qu'effectuerait la force électrique en ce point pour repousser l'unité d'électricité positive, depuis* M *jusqu'à l'infini.*

Ce travail serait évidemment le même si la force attirait l'unité de masse positive depuis l'infini jusqu'au point considéré.

Remarque. — On pourrait prendre cette propriété du potentiel pour définition : on en déduirait alors, comme propriété, la formule $V = \pm \frac{q}{r}$.

916. **Potentiel d'un point par rapport à un système quelconque de masses électriques.** — Nous avons examiné jusqu'ici le cas où le *champ électrique* est constitué par une seule masse électrique agissante ; de ce cas simple on passe naturellement à celui d'un champ électrique constitué par un nombre quelconque de masses électriques agissantes. Ces masses peuvent être distinctes, ou bien réunies en un conducteur unique électrisé.

La définition du potentiel est la même : il est égal à la somme des quotients $\frac{q}{r}, \frac{q'}{r'}, \frac{q''}{r''} \ldots$, qui correspondent à chacune des masses agissantes sur le point M. On a donc

$$V = \frac{q}{r} + \frac{q'}{r'} + \frac{q''}{r''} + \ldots = \pm \Sigma \frac{q}{r}.$$

Chacun des termes de cette somme est positif ou négatif, suivant la nature de l'électricité concentrée au point correspondant, et le potentiel est la somme algébrique de ces quotients[1].

Les propriétés du potentiel sont *exactement les mêmes* dans le cas d'un système de masses électriques que dans le cas d'une seule masse agissante.

La force électrique en M est la résultante des forces concourantes qui proviennent des diverses masses (fig. 865).

Les composantes X, Y, Z de la force électrique suivant les trois axes sont encore

$$F_x = -\lim. \frac{\Delta V}{\Delta x}, \quad F_y = -\lim. \frac{\Delta V}{\Delta y}, \quad F_z = -\lim. \frac{\Delta V}{\Delta z}.$$

Car la limite du rapport $\frac{\Delta V}{\Delta x}$ est égale à la somme des limites des accroissements des fonctions partielles $\frac{q}{r}$ qui composent la fonction totale V ou $\Sigma \frac{q}{r}$; or la première de ces limites partielles représente la projection sur l'axe des Ox

1. Dans le cas où les masses électriques sont distinctes, on obtient le potentiel en faisant une simple somme algébrique. Dans le cas où le fluide occupe une surface continue, de forme géométrique définie, on calcule le potentiel à l'aide des procédés du Calcul intégral.

de la force électrique correspondante, et F_x est précisément la somme de ces projections. Il en est de même pour F_y et pour F_z.

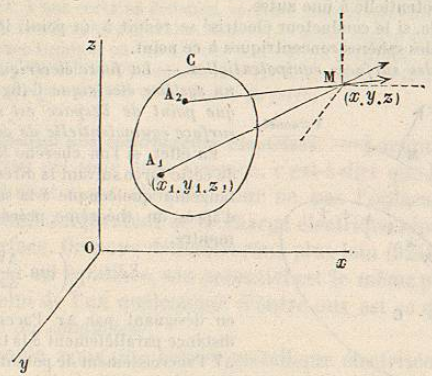

Fig. 865.

917. **Exemples.** — *Potentiel d'un point par rapport à une couche sphérique en équilibre.* — Nous savons qu'une couche sphérique en équilibre est nécessairement homogène, c'est-à-dire de même épaisseur en tous ses points. Il y a deux cas à considérer.

1° *Point extérieur*, situé à une distance x du centre. — On sait (905, II) que l'action est la même que si *toute la couche électrique* était concentrée au centre de la sphère. Donc la force est $F = \frac{Q}{x^2}$, en appelant Q la masse totale.

On a donc $$F = -\lim. \frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{Q}{x^2}.$$

Pour trouver V, il faut calculer la fonction qui a pour limite du rapport de son accroissement à l'accroissement de sa variable, la quantité $-\frac{Q}{x^2}$. On trouve $\frac{Q}{x}$. Donc le potentiel d'un point M extérieur à une couche électrique sphérique en équilibre par rapport à cette couche est $\frac{Q}{x}$.

2° *Point intérieur à la sphère.* — On sait que dans ce cas l'action de la couche *est nulle* (905, I). On a donc $F = 0$: on en conclut que $-\left(\lim. \frac{\Delta V}{\Delta x}\right)$ est une *constante.*

Pour déterminer cette constante, on peut choisir un point intérieur quelconque. Prenons le centre. On a, pour ce point, en appelant R le rayon de la sphère,

$$V = \frac{q}{R} + \frac{q'}{R} + \ldots = \frac{1}{R}\left(q + q' + \ldots\right) = \frac{Q}{R}.$$

918. **Surfaces équipotentielles** ou **Surfaces de niveau.** — Étant donné un conducteur électrisé d'une certaine forme C (fig. 866), les divers points de l'espace ambiant n'ont pas le même potentiel par rapport à ce conducteur; mais on peut supposer l'espace partagé en surfaces géométriques sur lesquelles le potentiel a la même valeur en tous les points : chacune de ces surfaces est

appelée *surface équipotentielle* ou *surface de niveau*, par rapport au système électrique donné; la valeur du potentiel ne varie que lorsqu'on passe d'une surface équipotentielle à une autre.

Par exemple, si le conducteur électrisé se réduit à un point, les surfaces de niveau sont des sphères concentriques à ce point.

Propriété des surfaces équipotentielles. — La force électrique exercée par un système électrique C (fig. 866) *en chaque point de l'espace est normale à la surface équipotentielle de ce point.*

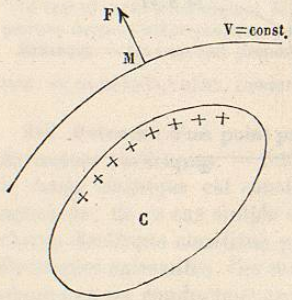

Fig. 866.

En effet, si l'on cherche la composante de cette force suivant la direction Ox d'une tangente quelconque à la surface, on a, d'après un théorème précédemment démontré,

$$F_x = -\left(\lim.\frac{\Delta V}{\Delta x}\right),$$

en désignant par Δx l'accroissement de distance parallèlement à la tangente et par ΔV l'accroissement de potentiel correspondant. Or la tangente à la surface au point M tend à se confondre avec la surface elle-même : par suite, l'accroissement de potentiel suivant la tangente tend à se confondre avec l'accroissement de potentiel suivant une ligne de la surface. Mais, par définition, tout accroissement de potentiel suivant une ligne quelconque de la surface est *nul*, puisque la surface est équipotentielle. On a donc

$$\Delta V = 0 \quad \text{et} \quad -\lim.\frac{\Delta V}{\Delta x} = 0, \quad \text{et par suite} \quad F_x = 0.$$

Il en serait de même de toute autre composante de la force suivant une direction quelconque qui serait tangente à la surface au point M : donc la force est perpendiculaire sur toutes les tangentes autour du point considéré et, par suite, *normale* à la surface.

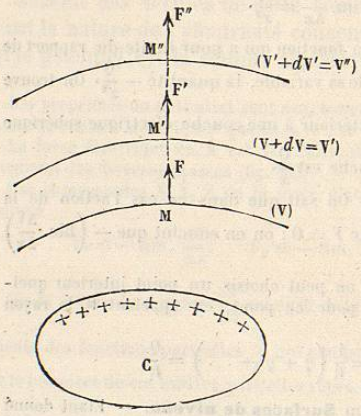

Fig. 867.

919. **Lignes de force.** — Imaginons une série de surfaces de niveau infiniment voisines. En un point M de la première (fig. 867), la force est dirigée suivant la normale. Celle-ci coupe la seconde surface en un point M'; en ce point la direction de la force est encore normale, et ainsi de suite. La série de ces éléments infiniment petits de normale forme une courbe : c'est ce qu'on appelle une *ligne de force*. Elle est définie par cette propriété qu'*en chacun de ses points la force électrique est tangente à la courbe.*

En chaque point de l'espace il passe une *ligne de force*, ainsi qu'une *surface équipotentielle*.

Étant donné un système quelconque de masses électriques, leurs actions attractives ou répulsives ne s'exercent pas à des distances infinies, dans l'espace ambiant. A une certaine distance, variable avec la quantité d'électricité, ces actions deviennent négligeables. Nous avons défini *champ électrique* la portion de l'espace ambiant où ces actions sont encore sensibles. C'est seulement dans le champ électrique d'un conducteur électrisé qu'il y a lieu de considérer les surfaces *équipotentielles* et les *lignes de force*.

920. **Potentiel des conducteurs électrisés.** — Lorsqu'un conducteur électrisé est *isolé* dans l'espace, c'est-à-dire que les corps environnants sont assez éloignés pour ne pas l'*influencer*, son potentiel dépend uniquement de la charge électrique répandue sur sa propre surface. Or nous démontrerons plus loin (924) que lorsque la charge est en équilibre, son potentiel est le même pour tous ses points : celui de l'un quelconque d'entre eux est ce qu'on appelle *le potentiel du conducteur*.

Par exemple, pour une sphère métallique électrisée, on aura le potentiel en calculant la fonction pour le centre. Si R est le rayon, on a

$$V = \Sigma\frac{q}{R} = \frac{q + q' + q'' \cdots}{R} = \frac{Q}{R},$$

Q étant la charge totale de la sphère.

Remarque. — On voit qu'une sphère de rayon 1 qui aurait une charge égale à l'unité, aurait un potentiel égal à l'unité.

921. **Potentiel de la terre.** — On peut considérer la terre comme un conducteur de dimensions infinies, et si on la suppose dans un état d'équilibre électrique, son potentiel doit être constant en tous ses points. En calculant celui de son centre, on a $V = \Sigma\frac{q}{r}$. On peut admettre que dans chaque terme le numérateur est négligeable par rapport au dénominateur et que la fraction est nulle. On a donc $V = 0$.

L'expérience confirme ce calcul, car tout conducteur électrisé, positif ou négatif, étant mis en communication avec la terre, repasse immédiatement à l'état neutre; son potentiel devient donc nul, et, d'après la théorie, il doit être, à ce moment, égal à celui du sol.

922. **Condition d'équilibre électrique sur un conducteur.** — *L'équilibre ne peut exister sur un conducteur électrisé que si tous ses points ont le même potentiel.*

En effet, soient deux points M, M' dans un champ électrique. Supposons qu'ils fassent partie d'un même conducteur et qu'ils aient des potentiels différents V et V'. On sait que le travail développé par la force électrique pour transporter l'unité d'électricité positive de M en M' est égal à $-(V' - V)$. Donc, en appe-

lant F la force, supposée constante, qui s'exerce entre ces deux points, on a

$$V - V' = Fe, \quad \text{d'où} \quad F = \frac{V - V'}{e}.$$

Si $V - V'$ est > 0, la force est positive, et par suite répulsive et dirigée de M vers M', c'est-à-dire dans *le sens du potentiel décroissant*. C'est le contraire si $V - V'$ est < 0, c'est-à-dire si le potentiel va en croissant, au lieu d'aller en décroissant, de M vers M'. Dans les deux cas, il doit se produire un mouvement d'électricité de M vers M' ou inversement. Il ne peut y avoir équilibre que si $V - V' = 0$. c'est-à-dire $V = V'$.

Conséquence. — La surface d'un conducteur électrisé en équilibre est elle-même une *surface de niveau*.

923. **Expression de la densité en un point d'un conducteur électrisé en équilibre.** — La couche électrique homogène qui recouvre un conducteur en équilibre, forme donc une surface de niveau. Mais si la composante tangentielle de la force électrique est nulle pour un point quelconque de la couche, la composante normale a une valeur bien déterminée en chaque point, car *c'est la force électrique elle-même*. L'électricité, répandue à la surface d'un conducteur, en est donc repoussée normalement en chaque point; et elle n'est maintenue à la surface que par la résistance du milieu ambiant.

Cas d'une sphère. — La couche d'électricité est homogène; et, si l'on appelle ρ la densité, R le rayon de la sphère, Q la charge, on a d'une part

$$[1] \qquad F = \frac{Q}{R^2} \quad \text{et} \quad Q = 4\pi R^2 \rho, \qquad [2]$$

d'où l'on déduit

$$[3] \qquad F = 4\pi\rho \quad \text{et} \quad \rho = \frac{1}{4\pi} \cdot F. \qquad [3\ bis]$$

Cas d'un conducteur quelconque. — La formule [3] est générale et s'applique à un conducteur de forme quelconque. Dans le cas général, la force F en un point peut s'exprimer en fonction de la variation du potentiel. Soit V' la valeur du potentiel sur une surface de niveau infiniment voisine de celle du conducteur, et soit e la portion de normale comprise entre les deux surfaces. On a, comme on l'a vu précédemment,

$$F = -\frac{V' - V}{e}.$$

En portant cette valeur dans l'équation [3 *bis*], il vient

$$\rho = -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{V' - V}{e}.$$

924. **Principe des conducteurs électrisés communicants.** — Ce principe est une conséquence directe de la condition d'équilibre d'une couche électrique sur un conducteur.

Sur deux conducteurs électrisés, mis en communication à l'aide d'un fil métallique, l'équilibre ne peut exister que lorsque le potentiel est devenu le même partout.

En effet, ces deux conducteurs n'en forment plus qu'un seul auquel s'applique la condition générale d'équilibre électrique.

Lorsqu'on mettra en communication deux conducteurs de potentiels inégaux, il se fera nécessairement un mouvement de fluide de l'un vers l'autre. Tout se passera comme si le conducteur de potentiel le plus élevé envoyait de l'électricité au conducteur de potentiel le moins élevé, jusqu'à ce que l'égalisation soit faite. Cette propriété se vérifie par l'expérience et c'est par elle que nous avons défini précédemment le potentiel.

925. **Capacité électrique.** — *Le potentiel d'un conducteur électrisé en équilibre est proportionnel à sa charge électrique totale.*

En effet, on a par définition $V = \Sigma \frac{q}{r}$. Par conséquent, le potentiel est une somme de fractions dont chacune a pour numérateur la masse de chacun des points du conducteur. Si chacune de ces masses devient double, triple, quadruple, etc., chaque terme $\frac{q}{r}$ de la somme sera multiplié dans le même rapport, et il en sera de même de leur somme.

On peut donc poser l'équation

$$\frac{V}{Q} = C, \qquad \text{ou bien} \qquad Q = CV,$$

où Q représente la charge totale du conducteur, V son potentiel et C une constante qui dépend à la fois du conducteur et du champ électrique où il se trouve. Cette constante C s'appelle la *capacité électrique* du conducteur.

D'après l'équation qui définit la capacité, on voit qu'elle représente la quantité d'électricité dont il faut charger le conducteur pour lui donner un potentiel égal à 1.

Remarque. — Lorsqu'on met un conducteur en communication avec une source de potentiel constant V, il prend une charge Q complètement déterminée par sa capacité électrique C. De même, lorsqu'on met un certain poids d'une substance en communication avec une source calorifique de température constante T, elle gagne une quantité de chaleur Q complètement déterminée par la capacité calorifique C, et l'on a

$$Q = CT.$$

926. **Unités de capacité électrique : unité absolue** (C. G. S.) **et unité pratique.** — On évalue les capacités électriques à l'aide d'une unité particulière, qui a été rattachée, au moyen d'une formule de définition (que nous verrons plus loin, 000), aux unités fondamentales C. G. S. (centimètre-gramme-seconde). C'est ce qu'on

appelle l'*unité absolue* ou l'unité C. G. S. de capacité électrique.

Dans la pratique, cette unité serait trop grande pour les usages courants. Aussi lui a-t-on substitué une unité secondaire de capacité, qui vaut $\frac{1}{10^9}$ de l'unité absolue. C'est ce qu'on appelle le *farad*. On exprime donc les capacités en *farads*, comme on exprime les potentiels en *volts* et les quantités d'électricité en *coulombs*.

927. **Partage de l'électricité entre divers conducteurs. — Équations de l'équilibre électrique.** — Soient un nombre quelconque de conducteurs électrisés en équilibre (nous en prendrons trois comme exemple) dont les capacités sont C', C'', C''' et les potentiels V', V'', V''' : leurs charges Q', Q'', Q''' se trouvent complètement déterminées. Tant qu'ils restent isolés l'un de l'autre, l'équilibre électrique persiste indéfiniment sur chacun d'eux. Si on les met en communication l'un avec l'autre, il se produit un mouvement d'électricité suivi d'un nouvel état d'équilibre. Celui-ci est atteint lorsque le potentiel est devenu le même partout. Il est évident d'ailleurs que la quantité totale d'électricité n'a pas changé : elle s'est simplement distribuée de manière à égaliser les potentiels. L'ensemble des conducteurs forme maintenant un conducteur unique dont la capacité C est égale à la somme des capacités. On a

$$[1] \qquad C = C' + C'' + C'''$$

en même temps que

$$[2] \qquad Q = Q' + Q'' + Q'''.$$

Ces deux équations déterminent le nouveau potentiel V. On a, en effet, par définition

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{Q' + Q'' + Q''' + \ldots}{C} = \frac{V'C' + V''C'' + V'''C'''}{C' + C'' + C''' + \ldots}.$$

Remarques. — 1° On peut écrire cette équation sous la forme générale

$$V \Sigma (C') = \Sigma (V'C'),$$

c'est-à-dire que *le produit du potentiel final par la capacité totale est égal à la somme des produits analogues faits pour chaque conducteur partiel.*

2° Cette équation rappelle l'équation du mélange des gaz,

$$VP = \Sigma (vp),$$

où VP représente le produit de la pression finale du mélange gazeux par le volume total, et $\Sigma (vp)$ la somme des produits analogues pour chacun des gaz mélangés. Cela montre une fois de plus l'analogie, signalée plus haut, entre le potentiel électrique et la force élastique d'un gaz.

928. **Conséquences et cas particuliers.** — 1° Pour deux conducteurs électrisés, la formule devient

$$V = \frac{V'C' + V''C''}{C' + C''}.$$

2° Si les deux charges et les deux capacités sont identiques, on a

$$V = \frac{2V'C'}{2C'} = V' \quad \text{et la charge totale} \quad Q = 2V'C' = 2Q';$$

le potentiel reste donc le même, et la charge totale est doublée.

3° Si les deux charges sont égales et de signes contraires,

$$V = \frac{V'C' - V'C'}{C' + C'} = 0, \qquad Q = 2C' \times 0 = 0,$$

c'est-à-dire que les deux conducteurs sont ramenés à l'état neutre.

4° Si l'un des conducteurs est seul électrisé,

$$V = \frac{Q'}{C' + C''} = \frac{V'C'}{C' + C''} = V' \frac{C'}{C' + C''},$$

et si $C' = C''$,

$$V = \frac{1}{2} V'.$$

Le potentiel varie donc en raison inverse de la capacité.

5° *Méthode de mesure des potentiels.* — Si la capacité C' de l'un des conducteurs est très grande par rapport à celle de l'autre, de manière que cette dernière soit négligeable dans leur somme, on aura, en admettant que le deuxième conducteur soit à l'état neutre,

$$V = V'.$$

Le potentiel ne changera pas.

C'est ce cas particulier qu'on applique dans la mesure expérimentale du potentiel d'un conducteur électrisé.

CHAPITRE V

INFLUENCE OU INDUCTION ÉLECTROSTATIQUE.

929. **Électrisation par influence** ou **par induction.** — Nous avons vu précédemment deux modes d'électrisation des conducteurs : l'un direct, par frottement, et l'autre indirect, par le contact d'un corps électrisé. Il en existe un troisième : c'est l'électrisation à distance, qu'on réalise en plaçant un corps conducteur neutre dans un champ électrique suffisamment intense, c'est-à-dire dans le voisinage de corps conducteurs électrisés. C'est ce phénomène qui constitue l'*influence* ou l'*induction électrostatique*.