bioyde de manganèse bien lavé. Ayant superposé 7 ou 8 de ces feuilles, on les découpe avec un emporte-pièce en disques de 25 millimètres de diamètre qu'on superpose dans le même ordre, de manière que l'étain de chaque disque soit en contact avec le manganèse du suivant. Ayant ainsi empilé 1200 à 1800 couples, on termine la pile, à chaque bout, par un disque de cuivre, et l'on serre tout le système fortement avec des fils de soie, pour établir les contacts. C'est au disque de cuivre en contact avec le manganèse que correspond le pôle positif; au disque de l'autre extrémité, c'est-à-dire au pôle étain, est le pôle négatif. C'est le papier qui est la substance organique et hygroscopique.

Propriétés des piles sèches. — Les piles sèches peuvent fonctionner d'une manière continue pendant plusieurs années. Leur énergie dépend beaucoup de la température et de l'état hygrométrique de l'air. Elle est plus grande en été qu'en hiver, et une forte chaleur peut la raviver lorsqu'elle semble éteinte. Une pile sèche de 2000 couples ne donne ni commotion ni étincelle, mais elle peut charger la bouteille de Leyde et les autres condensateurs. Toutefois il faut pour cela un certain temps, parce que, la pile étant peu conductrice, l'électricité ne se meut que lentement dans son intérieur.

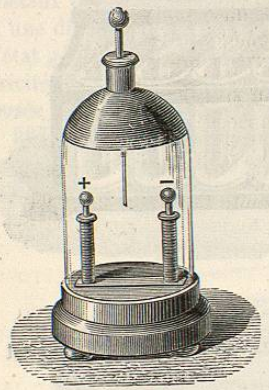

Fig. 930.

989. **Application des piles sèches : Électromètre de Bohnenberger.** — Nous donnons ici cet appareil comme application des piles sèches. C'est une sorte d'électroscope à feuilles d'or d'une extrême sensibilité. La tige ne porte qu'une seule feuille d'or, suspendue à égale distance des pôles contraires de deux piles sèches placées verticalement, dans l'intérieur de la cloche (fig. 930). Ces piles ont leurs pôles contraires à la partie inférieure, et réunis par une lame métallique, de manière que tout le système forme une pile unique. Lorsqu'on communique une quantité même très faible d'électricité à la feuille d'or, elle est attirée par un des pôles et repoussée par l'autre : son électricité est évidemment contraire à celle du pôle vers lequel elle se dirige.

CHAPITRE II

CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE. — LOIS DE POUILLET. FORMULE D'OHM.

990. **Conductibilité électrique.** — L'expérience a démontré que l'intensité d'un courant électrique varie lorsqu'on modifie le circuit fermé que parcourt ce courant. Étant donnée une pile supposée constante, l'*intensité* du courant qu'elle fournit, c'est-à-dire la quantité d'électricité qui circule, en une seconde, dans le circuit

métallique extérieur, dépend de la substance, de la section et de la longueur de ce circuit. L'étude des relations qui existent entre l'intensité d'un courant et les éléments du circuit constitue le problème de la *conductibilité électrique*.

Ce problème a été traité par deux méthodes : 1° la méthode expérimentale, appliquée par Pouillet : elle a conduit aux lois expérimentales de Pouillet; 2° la méthode analytique, méthode *à priori* appliquée par Ohm : elle a conduit aux lois de la conductibilité électrique, comprises dans la formule d'*Ohm*. Ces résultats sont d'ailleurs parfaitement conformes à ceux de la méthode expérimentale ; ils sont confirmés par les lois de Pouillet, et réciproquement.

991. **Définitions préliminaires.** — 1° *Loi des conducteurs équivalents.* — Si l'on relie les deux pôles d'une pile par un circuit métallique, dit *circuit interpolaire*, on constate à l'aide d'un rhéomètre[1] quelconque (boussole ou voltamètre) que le courant a une certaine intensité. Si l'on augmente la longueur du circuit, ou qu'on substitue un fil fin à un gros fil, on constate que l'intensité I du courant est notablement diminuée, et devient $I' < I$. L'affaiblissement est incomparablement plus fort quand on substitue à une petite portion du circuit métallique une colonne d'un liquide conducteur.

Avant Pouillet, Davy était le premier qui eût comparé les différents conducteurs au point de vue de l'affaiblissement qu'ils font subir à l'intensité d'un courant, quand on les introduit dans le circuit interpolaire. Il était arrivé à la loi suivante, dite *loi des conducteurs équivalents :*

L'affaiblissement produit par deux conducteurs de même substance, introduits successivement dans un même circuit, est le même lorsque leurs longueurs et leurs sections sont dans le même rapport, c'est-à-dire lorsqu'on a

$$[1] \qquad \frac{l}{l'} = \frac{s}{s'}, \quad \text{ou} \quad \frac{l}{s} = \frac{l'}{s'}.$$

On dit alors que ces deux fils sont *équivalents*, c'est-à-dire qu'ils *s'équivalent* au point de vue de l'affaiblissement du courant.

2° *Longueur réduite.* — Si, par exemple, le deuxième fil introduit a une section égale à l'unité de surface, soit 1 millimètre carré, on déduit de la formule [1] qu'il faut lui donner

1. *Rhéomètre*, signifie instrument mesureur de l'intensité des courants (de ῥεῖν, couler, et μέτρον, mesure).

une longueur $\lambda = \frac{l}{s}$ pour qu'il soit *équivalent* au premier fil.

λ est ce qu'on appelle la *longueur réduite* du fil (l, s).

Étant donnée une série de fils (l, s), (l', s'), (l'', s''), ... de substances différentes, on aura immédiatement leurs *longueurs réduites* en posant $\lambda = \frac{l}{s}$, $\lambda' = \frac{l'}{s'}$, ...

λ, λ', λ''... représentent les longueurs des fils, de section 1, *équivalents* aux fils considérés et de même substance que ces fils.

3° *Résistances.* — Ces *longueurs réduites* ne sont pas comparables entre elles, parce qu'elles sont de substances différentes. On a cherché à les rendre comparables en les ramenant toutes à des longueurs d'une même substance, prise pour terme de comparaison.

Soit un fil (l, s), de substance quelconque, par exemple en cuivre; cherchons la longueur d'une colonne de mercure de 1 millimètre carré de section qui lui soit équivalente. Au lieu de trouver $\frac{l}{s}$ pour la longueur de la colonne de mercure équivalente, nous trouverons $\frac{1}{cs}$, c étant un certain coefficient. En appelant r cette longueur de mercure, nous aurons $r = \frac{l}{cs}$. Pour un autre fil (l', s') de la *même substance*, nous trouverions $r' = \frac{l'}{cs'}$, et le coefficient c serait le même, car il ne dépend que de la substance. Pour un fil (l, s) d'une autre substance, par exemple de maillechort, nous trouverions $r_1 = \frac{l}{c_1 s}$. Les coefficients r_1, r_1'... s'appellent *longueurs réduites en mercure* ou, plus fréquemment, *résistances* des fils (l, s), (l', s')... (nous verrons tout à l'heure pourquoi).

4° *Coefficients de conductibilité.* — Quand aux constantes c, c_1..., on les appelle *coefficients de conductibilité* du cuivre, du maillechort, etc. Il est aisé de voir la signification physique de ces coefficients. Si l'on cherchait la *longueur réduite en mercure* d'un fil de cuivre de section 1 et de longueur 1, on trouverait $\rho = \frac{1}{c}$.

Par conséquent, la longueur ρ de la colonne de mercure équivalente varie en raison inverse de ce coefficient c; ce coefficient est donc *caractéristique* de la conductibilité de la substance: de là son nom.

5° *Lois de la résistance.* — D'après la formule ci-dessus

$$r = \frac{l}{cs},$$

on voit que la *longueur réduite en mercure* ou la *résistance* d'un conducteur métallique est :

1° Proportionnelle à la longueur l;

2° Inversement proportionnelle à la section s;

3° Inversement proportionnelle au coefficient de conductibilité.

992. — **Unités de résistance électrique : unité absolue et unité pratique** (*ohm*). — On a rapporté la résistance électrique (au moyen d'une formule de définition que nous indiquerons plus loin) aux unités fondamentales : centimètre-gramme-seconde. L'unité de résistance ainsi définie est appelée *unité absolue* ou unité C.G.S. Comme cette unité est extrêmement petite, on emploie dans la pratique une unité secondaire, qui vaut *cent millions d'unités* absolues : on l'appelle l'*ohm*[1]. On évalue toutes les résistances en *ohms*, comme on évalue les capacités en *farads*, les potentiels en *volts* et les quantités d'électricité en *coulombs*.

L'ohm a été réalisé matériellement, comme le mètre, et l'on a construit un *ohm-étalon*, comme on a fait un *mètre-étalon*.

L'ohm-étalon est exactement égal à la résistance à 0° d'une colonne de mercure ayant une section de 1 millimètre carré et une longueur de $1^m,106$.

Remarque. — La résistance d'un ohm est *à peu près* celle de 100 mètres de fil de fer télégraphique (4 millimètres de diamètre), ou encore celle de 48 mètres de fil de cuivre de 1 millimètre de diamètre.

993. **Expériences de Pouillet. — Lois des courants thermo-électriques.** — Pouillet a commencé par étudier le cas simple des courants thermo-électriques. Nous verrons bientôt qu'on appelle *élément thermo-électrique* un système électromoteur formé de deux tiges de cuivre soudées aux extrémités d'une tige de bismuth (fig. 931). Quand on maintient l'une des soudures à 100° et l'autre à 0°, on obtient un courant. Pouillet prit donc un de ces éléments, et en réunit les deux pôles successivement par une série de fils conducteurs dont il avait déterminé d'avance les *résistances* ou *lon-*

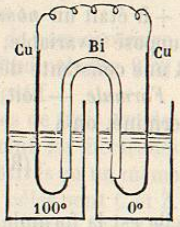

Fig. 931.

1. Du nom du physicien allemand Ohm, à qui l'on doit la théorie complète de la conductibilité électrique.

gueurs réduites en mercure, r, r', r''... A l'aide d'une boussole, il mesurait l'intensité que prend le courant dans chaque cas : il avait ainsi i, i', i''... En comparant entre elles ces deux séries de valeurs, il arriva à la loi suivante :

Le produit de la résistance du fil interpolaire par l'intensité correspondante du courant est un nombre constant pour un même élément.

On a donc

$$ir = i'r' = i''r'' = \text{constante}.$$

Soit E ce produit constant, caractéristique de l'élément, on a

$$ir = E, \quad \text{d'où} \quad i = \frac{E}{r}.$$

Cette formule, qui exprime la première loi découverte par Pouillet, montre que l'*intensité d'un courant thermo-électrique* est inversement proportionnelle à la *longueur réduite* du conducteur interpolaire. Plus cette *longueur réduite* est grande, plus l'intensité est faible. Le conducteur interpolaire agit donc comme un obstacle au passage du courant. De là le nom de *résistance* qu'on donne plus habituellement à la *longueur réduite en mercure*.

994. **Loi des courants hydro-électriques.** — Pouillet répéta les mêmes expériences de mesure avec un élément hydro-électrique dit *constant*[1]. Il réunissait successivement les deux pôles avec des conducteurs de résistances variables r, r' ... déterminées d'avance Il introduisait dans chacun des circuits un rhéomètre dont *la résistance était négligeable* par rapport à celle du circuit total. Il avait ainsi i, i', i''....

Loi. — En comparant ces deux séries de valeurs, il trouva que

$$i\,(r + R) = i'\,(r' + R) = i''\,(r'' + R) = \text{constante},$$

c'est-à-dire que le *produit de l'intensité du courant par la somme* $r + R$ était un *nombre constant* pour un même élément de pile supposé invariable, r étant la résistance du circuit interpolaire et R une constante dépendant de l'élément de la pile.

Formule. — Soit E la valeur de ce produit pour un élément déterminé, on a

$$i\,(R + r) = E, \quad \text{d'où} \quad i = \frac{E}{R + r};$$

telle est la formule générale qui donne l'intensité d'un courant électrique.

1. C'est un perfectionnement de l'élément Volta. Il y en a de plusieurs sortes : nous les décrirons plus loin.

995. **Constantes d'un élément voltaïque.** — On voit que l'intensité du courant fourni par un élément voltaïque quelconque est *déterminée* par les deux coefficients constants R et E. C'est ce qu'on appelle les *constantes* de l'élément.

Résistance intérieure. — La constante R, caractéristique de l'élément, joue dans la formule le même rôle que r. On peut donc l'assimiler à une résistance propre à l'élément de pile. On l'appelle, en effet, *résistance intérieure* de l'élément.

L'expérience prouve d'ailleurs que cette assimilation est bien fondée, car, en modifiant les surfaces polaires d'un élément de manière à diminuer ou à augmenter sa résistance $\left(\text{d'après la formule } r = \frac{ls}{c}\right)$, on diminue ou on augmente R.

Force électromotrice. — La constante E, également caractéristique de l'élément, a été appelée *force électromotrice*. On voit que, si la somme des deux résistances $(R + r)$ devenait égale à l'unité de résistance, l'intensité nouvelle serait précisément égale à E.

Par conséquent, la force électromotrice d'un élément est *l'intensité du courant que fournirait cet élément si la somme des résistances (intérieure et extérieure) était égale à l'unité.*

Cette définition *expérimentale* fait comprendre pourquoi cette constante est caractéristique de la force, de l'énergie de l'élément employé.

996. **Couplage des piles.** — Étant donnés un certain nombre d'éléments de pile, sensiblement égaux entre eux, on peut les associer, ou, comme on dit, les *coupler* de plusieurs manières.

Considérons, par exemple, le cas de six éléments voltaïques. (Nous représenterons le pôle positif de chacun d'eux par un petit cercle blanc haché, et le pôle négatif par une circonférence noire de plus grand diamètre, fig. 932-935.) On peut former avec ces six éléments les quatre combinaisons suivantes :

1° En réunissant les éléments par leurs pôles de nom contraire, comme l'avait fait Volta, on a une seule série longitudinale (fig. 932), dont C représente le pôle positif et Z le pôle négatif.

2° On peut former d'abord deux séries parallèles de trois couples chacune (fig. 933), puis réunir en un même point les électrodes positives des deux séries, et leurs électrodes négatives en un même point Z. On a ainsi une nouvelle *pile*, dont les pôles sont C et Z.

3° On peut former de même trois séries parallèles de deux couples chacune (fig. 934), dont les électrodes de même nom vont encore concourir en une seule. Les pôles de cette nouvelle pile sont en C et en Z.

4° Enfin, on peut associer les six éléments comme on associe les jarres d'une batterie électrique, c'est-à-dire en réunissant d'une part tous les pôles positifs et d'autre part tous les pôles négatifs (fig. 935). On obtient alors une nouvelle forme de pile, dont le

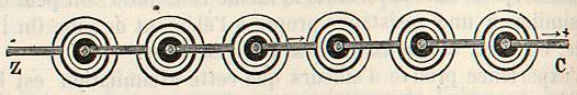

Fig. 932.

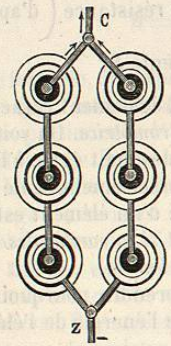

Fig. 933.

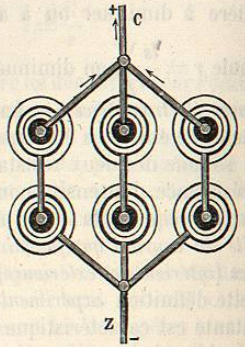

Fig. 934.

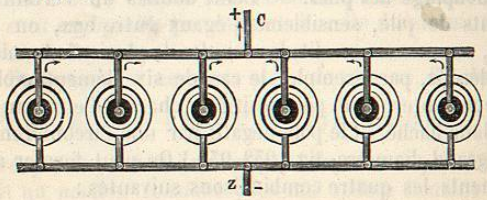

Fig. 935.

pôle positif est en C, c'est-à-dire en un point quelconque de la ligne de jonction des six pôles positifs, et dont le pôle négatif est en Z, c'est-à-dire en un point quelconque de la ligne de jonction des six pôles négatifs.

Avec douze éléments, on pourrait réaliser six combinaisons différentes, et ainsi de suite à mesure qu'on prend un plus grand nombre d'éléments. Mais sous ces combinaisons variées il n'y a en réalité que trois modes distincts de *couplage :*

1° Le couplage par les pôles contraires employé par Volta, qu'on appelle couplage *en série* ou *en tension* (fig. 932);

2° Le couplage par les pôles de même nom, qu'on appelle couplage *en batterie* ou *en quantité* (fig. 935) ;

3° Enfin, le couplage *mixte*, en série et en tension, représenté par l'une des figures 933 et 934.

997. **Constantes d'une pile hydro-électrique.** — Ces divers modes d'association ont une grande influence sur l'intensité du courant de la pile. A chaque groupement correspond une *force électromotrice totale* et une *résistance intérieure totale* qui déterminent l'intensité du courant résultant. Pouillet a déterminé dans chaque cas la relation qui existe entre ces *constantes* de la pile et les *constantes des éléments*.

Il prit pour cela six éléments autant que possible identiques. Il détermina pour chacun d'eux les constantes. En général, ces constantes n'étaient pas absolument égales, mais elles différaient peu les unes des autres. On avait e, e', e''... et ρ, ρ', ρ'' ..

Il forma une pile avec ces six éléments : 1° d'abord en les couplant en série; 2° puis en les couplant en batterie; 3° en les couplant à la fois des deux manières.

Il retrouva dans tous les cas la loi générale

$$I(R + r) = I'(R + r'),$$

Par conséquent, dans le cas d'une pile, montée d'une manière quelconque, comme dans le cas d'un seul élément, l'intensité du courant est exprimée par la formule

$$I = \frac{E}{R + r}.$$

E et R sont les *constantes* de la pile. En les déterminant dans chaque cas, il trouva qu'elles avaient des valeurs différentes suivant l'arrangement des éléments.

1° *Pile en série.* $E = e + e' + \ldots = \Sigma(e)$,
$R = \rho + \rho' + \ldots = \Sigma(\rho)$.

Dans le cas où les éléments sont supposés égaux, les formules deviennent

$$E = 6e, \quad R = 6\rho \quad \text{et} \quad I = \frac{6e}{6\rho + r}.$$

2° *Pile en batterie.* — En supposant que les éléments soient

identiques, Pouillet trouva

$$E = e \quad \text{et} \quad R = \frac{\rho}{6}.$$

Par conséquent la formule était

$$I = \frac{6e}{\rho + 6r}.$$

3° *Pile mixte.* — En général, le nombre des éléments étant n, on peut en réunir p en batterie et réunir ces p batteries elles-mêmes en une série de q éléments multiples, de telle façon qu'on ait $pq = n$.

Dans ce cas, comme dans les précédents, la loi est la même, à savoir

$$I(R + r) = I'(R' + r') = I''(R'' + r'') = \text{constante},$$

d'où en général

$$I = \frac{E}{R + r};$$

mais on trouve alors que $E = qe$ et $R = \frac{\rho}{p}$ et par conséquent

$$I = \frac{qE}{\frac{\rho}{p} + r}.$$

Par exemple, pour une série de trois batteries de deux éléments chacune, nous aurons

$$I = \frac{3e}{\frac{\rho}{2} + r}.$$

998. **Comparaison des modes de couplage.** — Les lois de Pouillet et les formules qui les expriment permettent de déterminer quel est le mode de couplage le plus avantageux à employer pour un nombre déterminé d'éléments, quand il s'agit de faire travailler le courant dans un circuit extérieur de résistance connue.

Pour n couples, de force électromotrice e et de résistance intérieure ρ, montés en série, l'intensité I est donnée par la formule

$$I = \frac{ne}{n\rho + r}.$$

Pour calculer l'intensité I' du courant fourni par les mêmes couples lorsqu'ils sont montés en batterie (fig. 934), remarquons que la pile est alors assimilable à *un seul élément multiple*, de même force électromotrice e, mais d'une surface n fois plus grande, et par conséquent d'une résistance n fois moindre, c'est-à-dire égale à $\frac{\rho}{n}$.

On a donc dans ce cas

$$I = \frac{e}{\frac{\rho}{n} + r} = \frac{ne}{\rho + nr}.$$

Ces deux formules peuvent s'écrire sous la forme

$$I = \frac{ne}{(r + \rho) + (n - 1)\rho} \quad \text{et} \quad I' = \frac{ne}{(r + \rho) + (n - 1)r},$$

où les numérateurs sont égaux et où les dénominateurs ont une partie commune $r + \rho$. Par suite, si $r = \rho$, les deux dénominateurs sont égaux et l'on a $I = I'$; si r est $> \rho$, on a $I' < I$, et pour $r < \rho$ on trouve $I' > I$.

Il y a donc avantage à monter la pile en batterie lorsque la résistance extérieure est *faible*, et en série *dans le cas contraire*.

Règle générale. — L'effet maximum d'une pile est obtenu par un couplage tel, que la résistance extérieure soit égale à la résistance intérieure.

En effet, supposons le cas général de N éléments associés en k séries parallèles de n éléments chacune. D'après les lois de Pouillet, chaque série a une force électromotrice ne et une résistance $n\rho$, et pour k séries montées en batterie la résistance étant k fois moindre, on a

[1] $$I = \frac{ne}{r + \frac{n\rho}{k}} \quad \text{ou} \quad I = \frac{kne}{kr + n\rho}.$$

La valeur de I sera évidemment maximum quand le dénominateur $kr + n\rho$ sera minimum. Soit m ce minimum : on peut le trouver en posant l'équation

[2] $$kr + n\rho = m,$$

dans laquelle k et n sont deux variables dont le produit est constant, puisqu'on a $kn = N$; on peut donc exprimer l'une en fonction de l'autre; on a, par exemple, $k = \frac{N}{n}$. Portant cette valeur de k dans l'équation [2], celle-ci devient une équation du second degré par rapport à n. En la résolvant, il vient

[3] $$n = \frac{m}{2\rho} \pm \frac{1}{2\rho}\sqrt{m^2 - 4Nr\rho}.$$

Or on ne peut prendre $m^2 < 4Nr\rho$, sinon l'on aurait une quantité négative sous le radical, et la valeur de n serait imaginaire. La plus petite valeur qu'on puisse donner à m^2 est donc

$$m^2 = 4Nr\rho, \quad \text{d'où} \quad m = 2\sqrt{Nr\rho}:$$

telle est la valeur *minimum* du dénominateur.

Portant cette valeur de m dans la formule [3], on trouve

[4] $$n = \frac{1}{\rho}\sqrt{Nr\rho}, \quad \text{d'où l'on déduit} \quad k = \frac{N\rho}{\sqrt{Nr\rho}}.$$

Telles sont les valeurs de k et de n correspondantes au minimum du dé-

nominateur, et par suite au *maximum* de la fraction qui représente I. Or, si l'on cherche la résistance intérieure R de la pile ainsi couplée, il vient, en remplaçant n et k par leurs valeurs, $R = r$, c'est-à-dire que la *résistance intérieure* de la pile est égale à la *résistance extérieure* du circuit.

999. **Théorie** et **Formule d'Ohm.** — 1° *Principe du calcul.* — Avant Pouillet, — qui l'ignorait d'ailleurs, — le physicien allemand Ohm avait traité par le calcul le problème de la conductibilité électrique. Il avait simplement appliqué à la propagation de l'électricité dans un fil conducteur les calculs de Fourier sur la propagation de la chaleur par conductibilité. En partant des mêmes hypothèses, il fut conduit aux mêmes résultats, contenus eux-mêmes dans la même formule.

Fourier avait traité le problème du mur, c'est-à-dire de la propagation de la chaleur dans un milieu indéfini, sans pertes latérales. Ohm traita le même cas en substituant au mur un fil unique dont la surface latérale est parfaitement isolée, de manière que l'électricité se propage dans l'intérieur du fil sans déperdition latérale.

Fourier supposait un mur AB, d'épaisseur l, dont les deux faces étaient maintenues à des températures constantes a et b. Il se produisait deux périodes dans la propagation : 1° une période d'état variable, pendant laquelle le *courant calorifique* s'établissait; 2° une période d'*équilibre mobile*, pendant laquelle la température prenait une valeur constante dans chaque tranche du mur, mais décroissante d'une manière continue depuis a jusqu'à b. Il étudiait la conductibilité pendant cette dernière période. Le problème consistait à déterminer la quantité de chaleur qui passe, pendant l'unité de temps, dans chaque tranche du mur, *quand le régime est établi.*

Ohm suivit la même marche pour l'étude de la propagation de l'électricité. Au mur, il substituait un fil AB (fig. 936), de longueur l; aux températures constantes des deux faces, Ohm substituait ce qu'il appelait les *tensions constantes* aux deux extrémités et ce que nous appellerons, avec plus de précision et de rigueur, les *potentiels constants* a et b aux deux extrémités du fil.

2° *Chute du potentiel.* — Soit AB un fil métallique quelconque de longueur l et de section s, établissant une communication permanente entre deux conducteurs A et B, à potentiels constants V_a et V_b, par exemple entre les deux pôles d'une pile.

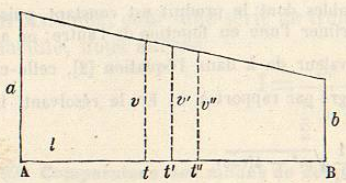

Fig. 936.

Considérons dans le fil trois tranches consécutives t, t', t'', d'épaisseur infiniment mince ε. Il résulte de l'hypothèse d'Ohm que, lorsque *le régime est établi*, la quantité d'électricité que la tranche t envoie à la tranche t' est transmise intégralement par celle-ci à la tranche suivante t''. Cette hypothèse est l'expression même de l'idée que nous nous faisons du régime régulier.

Soient v, v', v'' les potentiels successifs en ces trois tranches, et μ une constante qui dépend du fil considéré, nous aurons, d'après les hypothèses précédentes, pour la quantité d'électricité qui passe de t en t' pendant une seconde

$$q = \mu(v - v'),$$

et pour celle qui passe de t' à t''

$$q = \mu(v' - v'')$$

Comme ces quantités sont égales, on a

$$\mu(v - v') = \mu(v' - v''), \quad \text{d'où} \quad v - v' = v' - v''$$

et

$$[1] \qquad v' = \frac{v + v''}{2}.$$

Cette équation [1] exprime un premier fait très important : *Le potentiel dans une tranche quelconque du fil conducteur est la moyenne arithmétique des potentiels dans les deux tranches qui la comprennent.*

Or, si aux différents points du fil on élevait des ordonnées proportionnelles aux potentiels en ces points, on aurait aussi une courbe représentant la variation du potentiel : c'est cette courbe qu'on appelle la *chute du potentiel* (fig. 936). D'après l'équation [1], il est facile de voir que, dans un fil conducteur où le *régime* du courant est établi, la *chute du potentiel est une ligne droite.*

3° *Formule d'Ohm.* — L'équation [1] montre également que la variation de potentiels entre deux tranches consécutives est *constante.* Cela permet d'évaluer cette variation en fonction des potentiels des deux extrémités.

Soit q la quantité d'électricité qui traverse l'*unité de surface* d'une section du fil pendant une seconde. Ohm déduisit des considérations précédentes que cette quantité q est exprimée par la formule

$$[2] \qquad q = \mu\varepsilon \frac{V_a - V_b}{l}.$$

En appliquant la formule [2] à un fil de même substance, de longueur 1, et pour lequel la différence des potentiels aux extrémités serait 1, on aurait, en appelant c la quantité d'électricité correspondante,

$$c = \mu\varepsilon \frac{1}{1} = \mu\varepsilon.$$

Ce nombre c est une constante caractéristique du fil. Ohm l'appela *coefficient de conductibilité.*

En remplaçant $\mu\varepsilon$ par c dans l'équation générale, elle devient

$$q = c \frac{V_a - V_b}{l}.$$

Si la section est s, la quantité d'électricité Q qui traverse la surface s est s fois plus grande :

$$[3] \qquad Q = cs \frac{V_a - V_b}{l},$$

ou bien, en posant $\frac{l}{cs} = r$,

$$Q = \frac{V_a - V_b}{r}.$$

Telle est la *formule d'Ohm.*

1000. **Identification de la formule d'Ohm et de la formule de Pouillet.** — Si deux ou plusieurs fils, de métaux différents, se suivent dans le même circuit, on a, en appelant $a, b, c \ldots, k$ les potentiels à leurs extrémités, et $r, r' \ldots$ leurs résistances, une expression différente du *débit d'électricité*

dans chacun de ces fils. Or on démontre que le débit d'une pile (quand le régime permanent est établi) est le même en tous les points d'un même circuit. On peut égaler entre elles les différentes expressions de ce débit constant et écrire

$$Q = \frac{a-b}{r} = \frac{b-c}{r'} = \frac{c-d}{r''} = \ldots$$

En faisant la somme des numérateurs et celle des dénominateurs, on a, comme on sait, une nouvelle fraction, égale à chacune des précédentes :

$$Q = \frac{(a-b)+(b-c)+(c-d)+\ldots(h-k)}{r+r'+r''\ldots} = \frac{a-k}{\Sigma(r)}.$$

Or, d'une part, le débit Q d'électricité pendant une seconde est précisément ce que nous avons défini l'*intensité* du courant; d'autre part, $a-k$ étant *la différence des potentiels des deux pôles*, nous devons admettre, d'après la théorie de Volta, que c'est *la force électromotrice* de la pile ; enfin $\Sigma(r)$ représente la somme des résistances du circuit; et comme les résistances intérieures de chaque élément peuvent être représentées elles-mêmes par une longueur convenable de fil métallique, on peut considérer $\Sigma(r)$ comme représentant *la résistance totale, intérieure et extérieure* et poser $\Sigma(r) = R + r$. En substituant ces valeurs dans l'équation précédente, elle devient

$$I = \frac{E}{R+r};$$

c'est la formule de Pouillet.

1001. **Application des formules d'Ohm : Problème de la dérivation.** — Soit P une pile dont on réunit les deux pôles par un circuit extérieur PAB (fig. 937). Imaginons qu'on coupe le circuit en l'un de ses points, et qu'on réunisse les deux bouts séparés A et B, au moyen de deux ou plusieurs fils métalliques de résistances r, r', r''.

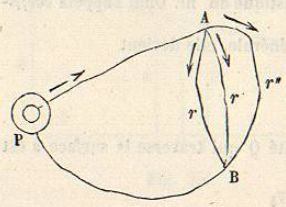

Fig. 937.

Le circuit (comprenant la pile et les bouts PA et PB) s'appelle *circuit principal* : soit R sa résistance. Les circuits ajoutés, de résistance r, r'..., s'appellent *dérivations*.

Le courant de la pile qui circule dans les divers circuits a une intensité différente dans chacun d'eux. Le courant considéré dans le circuit principal s'appelle *courant principal;* considéré dans les dérivations, il s'appelle *courant dérivé*.

Le problème général de la dérivation consiste à trouver les intensités du courant principal I_1, et des courants dérivés i, i', i'', connaissant toutes les résistances R, r', r''... La solution en est

plus ou moins difficile, suivant que les dérivations sont plus ou moins nombreuses.

Les cas d'une dérivation, de deux dérivations, de trois dérivations même, se résolvent aisément par l'application directe des formules de Pouillet. Mais les cas de quatre dérivations et plus seraient très longs et très pénibles à résoudre, si l'on n'employait une méthode particulière de calcul, qui est fondée sur certains théorèmes, appelés *lemmes de Kirchhoff*, qui ne rentrent pas dans notre programme.

1002. **Problème du Shunt.** — On appelle ordinairement *problème du shunt*[1] le cas le plus simple de la dérivation : le circuit ne se partage qu'en deux branches, de résistances r et r'. Soit R la résistance du circuit principal, I_1 la nouvelle intensité du courant principal, i et i' celles des deux courants dérivés.

Reportons-nous à la figure 937 (où l'on néglige la dérivation r''). La valeur du potentiel aux points A et B est indépendante du nombre des fils qui réunissent ces deux points; elle ne dépend, d'après la loi de la chute du potentiel que de la distance de ces points aux deux pôles de la source d'électricité. En appelant V_a et V_b les potentiels en A et B, on peut en déduire les intensités i et i' des courants dans les deux fils.

On a donc

$$[1] \qquad i = \frac{V_a - V_b}{r} \quad \text{et} \quad i' = \frac{V_a - V_b}{r'}. \qquad [2]$$

D'autre part, en appelant ρ la résistance d'un fil unique *équivalent* à l'ensemble de r et de r', l'intensité I_1 dans le circuit principal peut s'exprimer également par l'équation

$$[3] \qquad I_1 = \frac{V_a - V_b}{\rho}, \quad \text{d'où} \quad V_a - V_b = I_1\rho.$$

En remplaçant la différence $V_a - V_b$ par cette valeur dans i et i', il vient

$$i = I_1\frac{\rho}{r} \quad \text{et} \quad i' = I_1\frac{\rho}{r'}.$$

Pour déterminer l'inconnue auxiliaire ρ, il suffit de remarquer que l'intensité I_1 dans le circuit principal est nécessairement égale, par définition même, à la somme des intensités i et i'. On a donc l'équation

$$[4] \qquad I_1 = i + i'.$$

En remplaçant I_1 i et i' par leurs valeurs tirées des équations précédentes, il vient

$$\frac{V_a - V_b}{\rho} = \frac{V_a - V_b}{r} + \frac{V_a - V_b}{r'},$$

d'où

$$[5] \qquad \frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \quad \text{et} \quad \rho = \frac{rr'}{r+r'}.$$

1. Nous décrirons le *shunt* à propos du galvanomètre (1081).

On aura donc successivement

$$i = I_1 \frac{r'}{r + r'}, \quad i' = I_1 \frac{r}{r + r'} \quad \text{et} \quad I_1 = \frac{E}{R + \frac{r r'}{r + r'}}.$$

Conséquences. — 1° Le circuit primitif était formé de la résistance R, plus la résistance r de l'une des dérivations : l'intensité initiale I était alors donnée par la formule d'Ohm $I = \frac{E}{R + r}$. On voit que l'intensité I_1 est $> I$, puisque le dénominateur de I_1 est plus petit que celui de I : donc *l'ouverture d'une dérivation dans le circuit d'une pile augmente l'intensité du courant principal.*

2° Si l'on divise membre à membre les deux dernières formules, il vient

$$\frac{i}{i'} = \frac{r'}{r},$$

c'est-à-dire que *les intensités des deux courants dérivés sont inversement proportionnelles aux résistances des dérivations :* le courant principal se partage donc en A en deux courants inversement proportionnels aux résistances.

C'est ce fait qui a reçu une application très curieuse dans le *shunt* des galvanomètres (1081) : de là le nom de *problème du shunt*, donné à ce cas de dérivation.

CHAPITRE III

MODIFICATIONS DE LA PILE DE VOLTA. PILES A COURANT CONSTANT.

1003. **Affaiblissement et variabilité du courant dans les piles voltaïques.** — La pile de Volta et ses diverses modifications décrites précédemment sont appelés *piles à un seul liquide*. Elles présentent toutes le grave inconvénient de donner des courants dont l'intensité est *variable* et *décroît* rapidement. Par conséquent, en appelant *constantes* les deux qualités caractéristiques de ces piles (force électromotrice et résistance intérieure), on ne veut pas dire que ces éléments gardent *constamment* la même valeur pendant toute la durée du fonctionnement, mais seulement qu'elles ont une valeur bien déterminée pour chaque type d'éléments, au moment où l'on vient de les charger.

Par suite des réactions chimiques qui se passent dans l'élément voltaïque, il s'y forme inévitablement des produits secondaires (solides, liquides ou gazeux) qui influent soit sur la force électromotrice, soit sur la résistance intérieure, soit sur les deux constantes à la fois. De là proviennent la variabilité et l'affaiblissement du courant initial.

Dans l'élément de Volta en particulier, le zinc est attaqué par l'eau acidulée et se transforme en sulfate de zinc. De plus, l'eau est décomposée, — comme nous le verrons plus loin, — au sein même de l'élément par le courant qui le traverse. L'hydrogène qui provient de la décomposition se dégage sur le pôle positif (lame de cuivre) et y forme un dépôt adhérent de bulles très minces, qui agissent de deux façons :

1° La non-conductibilité de la couche d'hydrogène oppose une résistance plus ou moins grande à la circulation de l'électricité qui est *variable* avec l'épaisseur des bulles : elle fait ainsi varier la résistance intérieure de l'élément.

2° En même temps que l'hydrogène se dégage sur le cuivre, il se dégage de l'oxygène sur le zinc. Ces deux couches gazeuses constituent une sorte d'élément de pile *secondaire*, dont la force électromotrice est *inverse* de celle du couple *primaire* (zinc-eau acidulée-cuivre). Ce phénomène, — découvert et étudié par de la Rive, — constitue la *polarisation des électrodes*. Le courant secondaire qui en résulte est appelé *courant de polarisation* ou *courant secondaire*. Il constitue la cause la plus efficace d'affaiblissement du courant principal ou *courant primaire*.

Enfin, une troisième cause d'affaiblissement, commune à tous les éléments de piles à zinc, tient à l'impureté de ce métal. Le zinc du commerce, même celui qui est vendu comme zinc pur, contient du fer et d'autres métaux. Il en résulte qu'il se forme avec l'eau acidulée, sur la lame de zinc, un grand nombre de petits couples locaux entre le zinc et les métaux moins attaquables. Il en résulte une usure rapide du zinc et des autres éléments du couple, qui se continue même quand le circuit n'est pas fermé et que la pile ne fonctionne pas.

1004. **Piles à courant constant.** — Pour obtenir un courant constant, il faut supprimer dans l'élément de pile employé ces causes d'affaiblissement et de variabilité du courant.

On supprime d'abord les courants parasites et secondaires dus au zinc impur, en employant des électrodes en *zinc pur* ou en *zinc amalgamé*, c'est-à-dire allié au mercure sur toute l'étendue de sa surface. M. de la Rive a découvert, en effet, que le *zinc pur* n'est pas attaqué par l'eau acidulée d'acide sulfurique, tandis que le zinc du commerce est vivement attaqué et rapidement détruit. L'attaque du zinc pur n'a lieu qu'autant qu'on le met en contact avec une autre électrode en cuivre ou en platine, également plongée dans l'eau acidulée : c'est le cas d'un élément de pile voltaïque. Ainsi une électrode en zinc pur présentera le double avantage de n'être attaquée et usée que lorsque le circuit de la pile