l'arc mm' mesure celle du miroir. Or le deux angles $O'OO''$ et mCm' sont égaux comme ayant les côtés perpendiculaires chacun à chacun; mais l'angle, $O'OO''$, qui est inscrit, a pour mesure la moitié de l'arc $O'O''$, et l'angle mCm' qui est un angle au centre, tout l'arc mm'. Donc $O'O''$ est double de mm'; ce qui fait voir que, le miroir ayant tourné d'un angle a, le rayon réfléchi a tourné de $2a$.

ÉCHELLES THERMOMÉTRIQUES.

XLVI. — A quelle température le thermomètre centrigade et le thermomètre Fahrenheit marquent-ils le même nombre de degrés?

x étant cette température, on a $(x-32)\times\frac{5}{9}=x$, d'où $x=-40^0$.

XLVII. — On a deux thermomètres à mercure construits avec le même verre: l'un a une boule dont le diamètre intérieur est $0^m,0075$, et un tube dont le diamètre intérieur est $0^m,0025$; l'autre a une boule de $0^m,0062$ de diamètre, et un tube de $0^m,0015$ de diamètre intérieur. On demande quel est le rapport de longueur d'un degré du premier thermomètre à un degré du second.

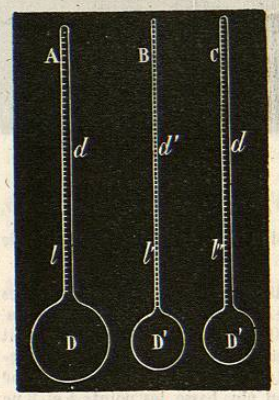

Fig. 1115.

Soient A et B les deux thermomètres donnés, D et D' les diamètres des boules, d et d' les diamètres des tubes (fig. 1115). Si l'on conçoit un troisième thermomètre C qui ait la même boule que B et le même tube que A, et si l'on représente par l, l', l'', les longueurs respectives d'un degré dans les trois thermomètres, les thermomètres A et C ayant des tiges de même diamètre, les longueurs l et l' sont directement proportionnelles aux volumes des boules D et D', ou, ce qui est la même chose, aux cubes de leurs diamètres; et les thermomètres B et C ayant mêmes boules, les longueurs l'' et l' sont inversement proportionnelles aux sections des tiges, ou, ce qui revient au même, au carré de leurs diamètres. On a donc $\frac{l}{l''}=\frac{D^3}{D'^3}$ et $\frac{l''}{l'}=\frac{d'^2}{d^2}$; multipliant membre à membre, il vient

$$\frac{l}{l'}=\frac{D^3 d'^2}{D'^3 d^2}=\frac{421875\times 225}{258328\times 625}=0,638.$$

DILATATION DES SOLIDES.

XLVIII. — On a une barre de 3 mètres d'un métal qui a pour coefficient de dilatation $\frac{1}{754}$; une autre barre de 5 mètres, d'un autre métal, se dilate, pour un même nombre de degrés, autant que la première : en trouver le coefficient de dilatation.

Soit k le coefficient de dilatation de cette seconde barre, on a

$$5\times k=3\times\frac{1}{754},\quad \text{d'où}\quad k=\frac{3}{3770}.$$

XLIX. — On veut faire avec de l'acier et du laiton un pendule compensateur dont la longueur constante soit de $0^m,50$. On sait que le coefficient de dilatation de l'acier employé à cet usage est de 0,000010788, et celui du laiton de 0,000018782. On demande quelle disposition on devra donner à ce pendule et les longueurs des barres d'acier et de laiton pour que la compensation ait lieu.

Pour satisfaire aux conditions de ce problème, il faut : 1° que la tige du pendule soit formée d'un système de barres de laiton et d'acier disposées de manière que leur dilatation se produise en sens contraires; 2° que les longueurs respectives du laiton et de l'acier soient en raison inverse de leurs coefficients de dilatation (634). On satisfait à ces conditions en disposant le pendule comme on l'a déjà vu (fig. 686).

En représentant par x la longueur totale des barres d'acier, et par y celle des barres de laiton, on a, d'après l'équation [1] du § 634,

[1] $$x-y=50^c.$$

De plus, les longueurs x et y devant être en raison inverse des coefficients, on a

[2] $$\frac{x}{y}=\frac{18782}{10788}.$$

Résolvant les équations [1] et [2], on trouve $x=1^m,1747$ et $y=0^m,6747$.

L. — Un aréomètre de Fahrenheit pèse 80^{gr}. Lorsqu'il est chargé de 45^{gr}, il affleure dans un liquide dont la température est de 20^0, et dont la densité à la même température est 1,5. On demande le volume à 0^0 de la portion immergée de l'instrument.

Le poids du liquide déplacé est 125^{gr}, et son volume à 20^0 est $\frac{P}{D}=\frac{125}{1,5}$.

Tel est donc, à cette température, le volume de la portion immergée; d'ou le volume à 0^0 est (631) $\frac{125}{1,5}\times\frac{1}{1+0,00002584\times 20}=83^{cc},290$,

0,00002584 étant le coefficient de dilatation cubique du verre.

LI. — La dilatation du fer pour chaque degré d'élévation de température étant de 0,0000122 de la longueur mesurée à zéro, quelle sera, à 60^0, la surface d'un disque circulaire de tôle qui, à zéro, a $2^m,75$ de diamètre?

$$S=\pi R^2(1+kt)^2=3,1416\times(1^m,375)^2(1+0,0000122\times 60)^2=5^{mq},94^{dq}.$$

LII. — Une règle de platine de 2 mètres de longueur est divisée, à l'une de ses extrémités, en quarts de millimètre : une règle de cuivre de $1^m,950$ étant appliquée dessus, à zéro, en diffère de $0^m,050$, c'est-à-dire de 200 divisions de la règle de platine. On demande quelle est la température commune aux deux règles lorsqu'elles diffèrent de 164 divisions de la règle de platine, le coefficient de dilatation du platine étant 0,000008842, et celui du cuivre 0,000017182.

La longueur de la règle de platine, qui est de 8000 divisions à zéro, est, t degrés, $8000\,(1+0,000008842\times t)$ (631).

La règle de cuivre, qui vaut 7800 divisions à zéro, vaut, à t degrés,

$$7800\,(1+0,000017182\times t).$$

Enfin les 164 divisions apparentes équivalent en réalité à

$$164\,(1+0,00000842\times t).$$

On a donc

$$8000(1+0{,}000008842\times t)-7800(1+0{,}000017182\times t)$$
$$=164(1+0{,}000008842\times t),$$

d'où l'on tire $t=\dfrac{36}{0{,}0647337}=556^0$.

LIII. — Le rapport entre le poids spécifique du cuivre à zéro et celui de l'eau à 4° est 8,88. Le coefficient de dilatation cubique du cuivre est $\frac{1}{58200}$, et la fraction qui représente la dilatation totale de l'eau, entre 4 et 15°, est $\frac{1}{1360}$. Cela posé, on demande quel est, à 15°, le rapport des poids spécifiques de ces deux corps.

L'eau pesant 1 à 4°, à 15° elle pèse $\dfrac{1}{1+\frac{11}{1360}}$.

A zéro, le cuivre pèse 8,88; à 15° il pèse $\dfrac{8{,}88}{1+\frac{15}{58200}}$.

Donc le poids spécifique du cuivre à 15° est

$$\frac{8{,}88}{1+\frac{15}{58200}}:\frac{1}{1+\frac{11}{1360}}=\frac{8{,}88\times 58200}{58215}\times\frac{1371}{1360}=8{,}94.$$

LIV. — De combien s'allongera, en passant de — 15 à + 30°, un fil de fer de 170 kilomètres ? Le coefficient de dilatation du fer est $\frac{1}{81900}$.

L'allongement sera de 93^m,4.

DILATATION DES LIQUIDES.

LV. — Le poids spécifique du mercure étant 13,59 à zéro, on demande quel est, à 85°, le volume de 30 kilogrammes de ce métal. On prendra pour coefficient de dilatation du mercure $\frac{1}{5550}$.

Le volume à zéro est $\frac{P}{D}=\frac{30}{13{,}59}$; d'où le volume à 85° est

$$\frac{30}{13{,}59}\left(1+\frac{1}{5550}\times 85\right)=2^{lit},241.$$

LVI. — Dans un thermomètre à mercure, on sait que chaque division est $\frac{1}{6480}$ de la capacité du réservoir jusqu'au zéro de la graduation. Cela posé, si l'on vide un semblable thermomètre et qu'on y introduise jusqu'au zéro, dans la glace fondante, un liquide dont le coefficient de dilatation absolue soit $\frac{1}{2000}$, on demande jusqu'à quelle division s'élèvera ce liquide à 20°, le coefficient de dilatation cubique du verre étant $\frac{1}{38700}$.

Le coefficient de dilatation apparente du mercure dans le verre est $\frac{1}{6480}$, et

celui du liquide donné est $\frac{1}{2000}-\frac{1}{38700}=\frac{367}{774000}$. Or, la hauteur h et la hauteur 20 qu'atteignent respectivement ce liquide et le mercure dans la tige du thermomètre étant évidemment proportionnelles aux dilatations apparentes, on a

$$\frac{h}{20}=\frac{367}{774000}:\frac{1}{6480},\quad \text{d'où}\quad h=61^0{,}45.$$

LVII. Une colonne d'eau de 1^m,55 de hauteur et une colonne d'un autre liquide de 3^m,17 de hauteur se font équilibre dans les branches d'un siphon, la température des deux liquides étant 4°; on demande quelle est la densité du second liquide par rapport à l'eau et quelle serait la hauteur à laquelle il s'élèverait si sa température était portée à 25°, celle de l'eau restant à 4° et le coefficient de dilatation absolue du liquide étant $\frac{1}{6000}$.

1° Les hauteurs des colonnes liquides qui se font équilibre étant en raison inverse des densités (168), on a

$$1^m{,}55\times 1=3^m{,}17\times d,\quad \text{d'où}\quad d=0{,}4889 \text{ à } 4^0.$$

2° En représentant par h la hauteur du même liquide à 25°, par d sa densité à 4°, et par d' sa densité à 25°, on a

$$[1]\qquad 3^m{,}17\times d=h\times d';$$

or

$$d'=\frac{d}{1+\frac{1}{6000}\times 25}.$$

Portant cette valeur dans l'égalité [1], il vient

$$3^m{,}17=\frac{h}{1+\frac{25}{6000}},\quad \text{d'où}\quad h=3^m{,}183.$$

LVIII. Un tube de verre cylindrique, fermé à la partie inférieure et lesté avec du mercure, s'enfonce des $\frac{3}{4}$ de sa longueur dans de l'eau à 4°; on demande de combien il plongerait dans de l'eau à 20°. On sait que de 4 à 20° l'eau se dilate de 0,00179 de son volume, et l'on néglige la dilatation du verre de 4 à 20°.

La densité de l'eau à 4° étant 1, à 20° elle sera en raison inverse du volume qu'a pris l'eau, c'est-à-dire $\frac{1}{1{,}00179}$. Or, la portion immergée du tube étant en raison inverse de la densité, on a $\dfrac{x}{\frac{3}{4}}=\dfrac{1}{\left(\frac{1}{1{,}00179}\right)}$, d'où $x=0{,}7513$.

LIX. — Un tube capillaire étant divisé en 180 parties d'égale capacité, on trouve qu'une colonne de mercure occupant 25 de ces divisions pèse 1^{gr},2 à zéro. Cela posé, voulant faire de ce tube un thermomètre, on demande le rayon intérieur du réservoir sphérique qu'on doit lui souder pour que ses 180 divisions comprennent 150° centigrades.

Puisque 25 divisions du tube contiennent 1^{gr},2 de mercure, une seule division contient $\frac{1^{gr},2}{25}$, et les 180 divisions contiennent $\frac{1{,}2\times 180}{25}=8^{gr},64$. Ces 180 divisions devant comprendre 150°, il s'ensuit que le poids du mercure correspondant à un seul degré est $\frac{8^{gr},64}{150}$. Mais la dilatation correspondante à un degré n'étant autre que la dilatation apparente du mercure dans

le verre (639), le poids $\frac{8^{gr},64}{150}$ doit être $\frac{1}{6480}$ du poids du mercure contenu dans le réservoir, poids égal à $\frac{4\pi R^3 \times 13,596}{3}$, R étant le rayon du réservoir, et le poids spécifique du mercure étant 13,596 ; donc on a $\frac{4\pi R^3 \times 13,596}{3} \times \frac{1}{6480} = \frac{8,64}{150}$; d'où $R = 1^c,85$.

DILATATION DES GAZ.

LX. — Calculer le poids P d'azote qui serait contenu à 32° dans un ballon de verre dont le volume, à zéro, est $12^{lit}.3$, le coefficient de dilatation de l'azote étant 0,005668, le coefficient de dilatation linéaire du verre 0,00000861, et le poids spécifique de l'azote 0,9714 ; on suppose que la pression atmosphérique égale $0^m,76$.

Soient k le coefficient de dilatation linéraire du verre et V le volume du ballon à zéro, son volume à t degrés sera $V(1 + 3kt)$. Pour trouver le poids d'azote contenu dans ce ballon, observons qu'un litre d'air à zéro et à la pression $0^m,76$ pesant $1^{gr},3$, un litre d'azote, à la même température et à la même pression, pèse $1^{gr},3 \times 0,9714$, puisque le nombre 0,9714 est le poids spécifique de l'azote par rapport à l'air ; par conséquent, à t degrés, un litre d'azote pèse $\frac{1^{gr},3 \times 0,9714}{1 + \alpha t}$, α étant le coefficient de dilatation de l'azote. Donc, enfin, le poids demandé est $\frac{1^{gr},3 \times 0,9714}{1 + \alpha t} = V(1 + 3kt)$. Substituant à la place de V, k, t et α leurs valeurs, on trouve $P = 1^{gr},911$.

LXI. — On a renfermé un baromètre dans un large tube qu'on a ensuite fermé à la lampe. La température du tube, au moment de sa fermeture, est 13°, et la hauteur du baromètre 76. On demande, à 0,001 près, à quelle hauteur s'élèvera le mercure dans le baromètre quand la température de l'air dans le tube sera de 30°.

En ne tenant d'abord compte que de la dilatation du mercure dans le tube barométrique en passant de 13° à 30°, on a $h = \frac{76\left(1 + \frac{30}{5550}\right)}{1 + \frac{13}{5550}} = \frac{76 \times 5580}{5563}$; mais comme dans le tube fermé la force élastique de l'air augmente dans le rapport de $1 + 13\alpha$ à $1 + 30\alpha$, la hauteur barométrique doit augmenter dans le même rapport ; donc enfin on a $h = \frac{76 \times 5580\,(1 + 30\alpha)}{5563\,(1 + 13\alpha)} = 80^c,771$.

LXII. — Un ballon de verre d'une capacité de 5 litres à 0° est rempli d'acide carbonique à 0° et à la pression 76. On chauffe à 100° après l'avoir ouvert pour permettre la sortie du gaz. La pression étant alors 75, on demande le poids de l'acide carbonique sorti du ballon.

Le coefficient de dilatation de l'acide carbonique est 0,00367 ; la dilatation cubique du verre $\frac{1}{38700}$; 1 litre d'air à 0° et à la pression 76 pèse $1^{gr},293$; et enfin la densité de l'acide carbonique est 1,5.

A 100° et à la pression 75, le volume de l'acide carbonique devient

$$\frac{5\,(1 + 0,00367 + 100)\,76}{75} = 6^{lit},926.$$

A la même température, le volume du ballon est $5\left(1 + \frac{100}{38700}\right) = 5^{lit},013$.

Donc le volume du gaz sorti est $6,926 - 5,013 = 1^{lit},913$.

Pour avoir le poids de ce gaz, sachant que les 5 litres d'acide carbonique à 0° et à 76 pèsent $1^{gr},293 \times 5 \times 1,5 = 9^{gr},697$, et que, par suite, les $6^{lit},926$ à 100° et à 75 pèsent autant, on posera la proportion $\frac{x}{9^{gr},697} = \frac{1^{lit},913}{6^{lit},926}$, d'où $x = 2^{gr},678$.

LXIII. — Une vessie à parois flexibles contient 4 litres d'air à 30° et à la pression 76. La pression atmosphérique restant la même, on demande ce que deviendra le volume d'air si l'on descend la vessie à une profondeur de 100 mètres dans un lac dont la température est de 4°.

Une colonne d'eau de $10^m,33$, à 4°, représentant une atmosphère (196), on convertit 100 mètres d'eau en atmosphères en divisant 100 par $10^m,33$, ce qui donne pour quotient $9^{atm},68$. La vessie, au fond de l'eau, est donc soumise à une pression de $10^{atm},68$. Le problème prend donc cette forme : on a 4 litres d'air à 30° et à 1^{atm} de pression, quel en sera le volume à 4° et $10^{atm},68$?

Donc $$V = \frac{4\,(1 + 0,00367 \times 4)}{1 + 0,00367 \times 30} \times \frac{1}{10,68} = 0^{lit},342.$$

LXIV. — Dans un ballon de verre dont la capacité à 0° est 250 c. cubes, on introduit une certaine quantité d'air sec capable d'occuper 25 c. cubes à 0° et à la pression 76. Ayant fermé le ballon et chauffé à 100°, on demande la pression intérieure.

Le coefficient de dilatation de l'air étant 0,00367, et la dilatation cubique du verre $\frac{1}{38700}$, à 100° la capacité du ballon est $250\left(1 + \frac{100}{38700}\right) = \frac{250 \times 388}{387}$. A 100° et à la pression 76, le volume d'air libre serait $25\,(1 + 0,00367 \times 100) = 25 \times 1,367$, tandis que son volume réel est $\frac{250 \times 388}{387}$ à une pression inconnue x.

Or au volume $25 \times 1,367$ correspond la pression 76 ;
au volume 1 la pression $76 \times 25 \times 1,367$;
et au volume $\frac{250 \times 388}{387}$ la pression $\frac{76 \times 25 \times 1,367 \times 387}{250 \times 388} = 10^c,36$.

LXV. — Un corps pesé dans l'air, à 0° et à la pression 76, perd $6^{gr},327$ de son poids. On demande : 1° le volume du corps ; 2° sa perte de poids à 15° et à la pression $1^m,25$. — On sait que la densité de l'air par rapport à l'eau est $\frac{1}{770}$, que son coefficient de dilatation est 0,00367, et l'on néglige la dilatation du corps.

1° Un décimètre cube d'eau pesant 1000^{gr}, le même volume d'air, à 0° et à 76, pèse $\frac{1000}{770} = \frac{100}{77}$. Donc le volume d'air déplacé, et par suite le volume du corps, est $6^{gr},327 : \frac{100}{77} = \frac{6,327 \times 77}{100} = 4^{dec\ cub},872$.

2° Pour avoir la perte de poids à 15° et à la pression 125^c, il faut chercher le poids de $4^{lit},872$ d'air à cette température et à cette pression. Or ce poids est $\frac{100}{77} \times \frac{4,872 + 125}{(1 + 0,00367 \times 15)\,76} = 9^{gr},86$. Telle est donc la perte de poids cherchée.

LXVI. — A quelle température un litre d'air sec pèse-t-il 1 gramme, sous la pression $0^m,77$, le coefficient de dilatation de l'air étant 0,00367, et le poids d'un litre d'air sec, à 0° et à la pression $0^m,76$, étant $1^{gr},293$?

On a $$\frac{1,293 \times 77}{(1 + 0,00367 \times t)\,76} = 1^{gr}, \quad \text{d'où} \quad t = 84°.$$

LXVII. — Quelle est à $18^0,8$ la perte de poids, dans l'air, d'un corps dont le volume à cette température est 5182 mètres cubes; et quelle serait à $25^0,15$ la perte de poids du même corps, son coefficient de dilatation étant $\frac{1}{2400}$?

A $10^0,8$, la perte de poids est $\frac{1^{gr},293 \times 1000 \times 5182}{1 + 0,00367 \times 10,8} = 6445^k,1$,

A $25^0,15$, le volume du corps est $\frac{5182\left(1 + \frac{3 \times 25,15}{2400}\right)}{1 + \frac{3 \times 10,8}{2400}}$ et, par suite, sa perte de poids est $\frac{1^{gr},293 \times 1000 \times 5182\left(1 + \frac{3 \times 25,15}{2400}\right)}{(1 + 0,00367 \times 25,15)\left(1 + \frac{3 \times 10,8}{2400}\right)} = 6242^k,947$.

DENSITÉS DES GAZ.

LXVIII. — Un ballon vide pèse $150^{gr},475$; plein d'air, il pèse $160^{gr},158$; plein d'un autre gaz $162^{gr},235$. 1° La pression étant invariable, on demande la densité de ce gaz par rapport à l'air; 2° quelle correction on aurait eu à faire si la pression avait été $0^m,75$ pendant la pesée de l'air, et $0^m,77$ pendant la pesée du gaz.

1° Poids de l'air $= 160^{gr},158 - 150^{gr},475 = 9^{gr},683$; poids du gaz $= 162^{gr},235 - 150^{gr},475 = 11^{gr},760$; d'où la densité du gaz $= \frac{11,760}{9,683} = 1,2145$.

2° La correction à faire est de ramener le poids de l'air et celui du gaz à la pression $0^m,76$. Pour cela, le poids de l'air étant $9^{gr},683$ à la pression $0^m,75$, il est $\frac{9^{gr},683}{75}$ à la pression 1 c. et $\frac{9^{gr},683 \times 76}{75}$ à la pression 76. On trouvera de même que le poids du gaz à la pression 76 est $\frac{11,760 \times 76}{77}$. Donc la densité cherchée est $\frac{11,760 \times 76}{77} : \frac{9,683 \times 76}{75} = \frac{11,760 \times 75}{9,683 \times 77} = 1,183$.

LXIX. — Un ballon vide pèse $137^{gr},435$; plein d'air, il pèse $145^{gr},257$; plein d'un autre gaz, $152^{gr},118$. On demande : 1° la densité du gaz par rapport à l'air, lorsque la pression et la température sont restées invariables; 2° la même densité dans le cas où la pression aurait été de 75 centimètres pendant la pesée de l'air, et de 77 centimètres pendant la pesée de l'autre gaz; 3° quel genre de correction aurait-il fallu faire si la température avait été de 8^0 pendant la pesée de l'air, et de 11^0 pendant celle du gaz?

1° $145,257 - 137,435 = 7^{gr},802$; $152,118 - 137,435 = 14^{gr},683$; densité du gaz $= \frac{14,683}{7,802} = 1,8819$.

2° Le poids de l'air à 75c de pression étant $7^{gr},802$, à la pression 76c il est $\frac{7,802 \times 76}{75}$; celui du gaz, à la pression 76, est $\frac{14,683 \times 76}{77}$; donc la densité du gaz, dans le second cas, est $\frac{14,683 \times 75}{7,802 \times 77} = 1,833$.

3° Il faudrait ramener le poids des deux gaz à zéro, en multipliant le poids de l'air par $1 + 0,00367 \times 8$, et celui du gaz par $1 + 0,00367 \times 11$.

CHALEURS SPÉCIFIQUES.

LXX. — Dans $25^k,45$ d'eau à $12^0,5$, on met $6^k,17$ d'un corps à la température de 80^0; le mélange prend une température de $14^0,17$; on demande quelle est la chaleur spécifique de ce corps.

En représentant par c la chaleur spécifique demandée, d'après la formule $mc\,(t' - t)$, la chaleur perdue par le corps chaud est représentée par $6^k,17\,(80 - 14,17)\,c$, et celle absorbée par l'eau l'est par $25^k,45\,(14,17 - 12,5)$; or, ces deux quantités de chaleur étant nécessairement égales, on a

$$6^k,17\,(80 - 14,17)\,c = 25^k,45\,(14,17 - 12,5); \quad \text{d'où} \quad c = 0,104.$$

LXXI. — La capacité calorifique de l'or est 0,0298, celle de l'eau étant prise pour unité; on demande combien il faudra de ce métal à 45^0 pour élever de $12^0,3$ à $15^0,7$ la température de $1^k,000^{gr},58$ d'eau.

Soit x le poids cherché, en kilogrammes; d'après la formule $m\,(t' - t)\,c$, la chaleur cédée par l'or, en se refroidissant de 45^0 à $15^0,7$, est $x\,(45 - 15,7)\,0,0298$, et celle absorbée par l'eau, en s'échauffant de $12^0,3$ à $15^0,7$, est $1^k,00058\,(15,7 - 12,3)$. Or, la quantité de chaleur cédée par l'or étant nécessairement égale à celle qui est absorbée par l'eau, on a

$$x\,(45 - 15,7)\,0,0298 = 1^k,00058\,(15,7 - 12,3), \quad \text{d'où} \quad x = 3^k,896.$$

LXXII. — On a une sphère de platine de $0^m,05$ de rayon à 95^0, on la plonge dans 2 litres d'eau à 4^0; on demande la température de l'eau lorsque l'équilibre s'est établi. La capacité calorifique du platine est 0,0324; son coefficient de dilatation linéaire est 0,000008842, et sa densité 22,07.

Soient V' le volume de la sphère à 95^0, V le volume à zéro, et P son poids; on a $V' = V\,(1 + 3Kt)$, d'où $V = \frac{V'}{1 + 3Kt}$.

Or $$V' = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4 \times 3,141592 \times 125^{c\,cub}}{3} = 532^{c\,cub},598;$$

d'où $$V = \frac{523,598}{1 + 0,000008842 \times 3 \times 95} = 522^{c\,cub},282, \quad \text{et} \quad P = 11^k,56^{gr}.$$

Par conséquent, la masse de platine, en se refroidissant de 95 à x degrés, cède, d'après la formule $m\,(t' - t)\,c$, une quantité de chaleur égale à $11^k,526 \times (95 - x) \times 0,0324$, et les 2 litres d'eau, en s'échauffant de 4 à x degrés, absorbent $2 \times (x - 4)$.

On a donc $$2\,(x - 4) = 11,526 \times 0,0324\,(95 - x); \quad \text{d'où} \quad x = 18^0,3.$$

LXXIII. — Calculer la puissance calorifique du stère de bois qui pèse 400 kilogrammes, et qui se compose d'un mélange de bois de chêne et de bois de sapin, sachant que le chêne pèse 450 kilogrammes le mètre cube, et le sapin 325 kilogrammes, et que la quantité d'eau dont la température est élevée de 0^0 à 100^0 par la combustion d'un mètre cube de bois, est de 12150^k pour le chêne et de 8775^k pour le sapin.

Soient x le volume du chêne qui entre dans le stère, et y le volume du sapin, on a $x + y = 1$ [1].

Un mètre cube de chêne pesant 450^k, le volume x pèse $450\,x$; de même le volume de sapin pèse $325\,y$; on a donc $450\,x + 325\,y = 400$ [2].

Résolvant les équations [1] et [2], on trouve $x = \frac{3}{5}$ et $y = \frac{2}{5}$.

Or, la puissance calorifique d'un mètre cube de chêne étant 12 150, celle du volume x est $12\,150 \times \frac{3}{5}$, de même celle de y est $8775 \times \frac{2}{5}$; donc la puissance calorifique demandée est $\frac{12\,150 \times 3 + 8775 \times 2}{5} = 10\,800$.

LXXIV. — La chaleur spécifique du sulfure de cuivre est 0,1212; celle du sulfure d'argent 0,0746. Un mélange de ces deux corps, porté à 40° et plongé dans 6 kilogrammes d'eau à 7°,67 en élève la température à 10°. Combien ce mélange contient-il de chaque sulfure?

$$0{,}1212 \times 30x + 0{,}0746 \times 30\,(5 - x) = 6\,(10 - 7{,}67), \text{ d'où } x = 2^{k} \text{ et } 5 - x = 3^{k}.$$

LXXV. — Dans un vase de verre pesant 12 grammes et contenant $0^{m},15$ d'eau à 10°, on projette un morceau de fer dont le poids est de 20 grammes et la température de 98°; la température de l'eau montant alors à 11°,22, on demande la chaleur spécifique du fer, sachant que celle du verre est 0,19768.

Ce problème se résout au moyen de la formule [3] du § 747, en y remplaçant les lettres M, m, m', c', t et θ par les nombres qui leur correspondent dans l'énoncé ci-dessus. Quant au poids de l'eau, on l'obtient en observant que, 1 litre d'eau pesant 1 kilogramme, $0^{lit},15$, ou ce qui est la même chose $0^{lit},150$, pèse 150 grammes, abstraction faite de la dilatation de l'eau de 4 à 10°.

Cela posé, en faisant les substitutions dans la formule indiquée, il vient

$$20\,(98 - 11{,}29)\,c = (150 + 12) \times 0{,}19768)\,(11{,}29 - 10), \quad \text{d'où} \quad c = 0{,}1155.$$

LXXVI. — Une masse de platine, pesant 40 grammes, est placée dans un four et y reste assez longtemps pour en prendre la température; on la retire ensuite et on la plonge dans une masse d'eau dont le poids est de 84 grammes et la température de 12°: on observe alors que l'eau s'échauffe jusqu'à 22°. On demande la température du four, sachant que la chaleur spécifique du platine est 0,03243.

Si l'on représente par t la température cherchée, le nombre d'unités de chaleur cédées par le platine, en se refroidissant de t degrés à 22, est

$$40 \times (t - 22) \times 0{,}03243,$$

d'après la formule $m\,(t' - t)\,c$. De même, le nombre d'unités de chaleur absorbées par l'eau, dont la chaleur spécifique est 1, pour s'échauffer de 12° à 22°, est 84 (22 — 12) ou 840. Or, la quantité de chaleur absorbée par l'eau étant nécessairement la même que celle qui est perdue par le platine, on a

$$40 \times (t - 22) \times 0{,}03243 = 840; \quad \text{d'où} \quad t = 669^{\circ},5.$$

Il est à observer que cette chaleur de t n'est qu'approximative, car le nombre 0,03243 est la chaleur spécifique du platine entre zéro et 100°; mais on a vu qu'à une température plus élevée elle est plus grande (750); par conséquent le nombre 669°,5 est trop fort.

LXXVII. — Ayant pratiqué une cavité dans un morceau de glace, on y enferme une masse d'étain qui pèse 55 grammes, et dont la température a été portée préalablement à 100°. Quel sera le poids de glace fondu, sachant que la chaleur spécifique de l'étain est 0,03623, et que la chaleur de fusion de la glace est 79?

L'étain, se refroidissant ici de 100° jusqu'à zéro, perd un nombre d'unités de chaleur représenté par $55 \times 100 \times 0{,}03663$, toujours d'après la formule mtc. Or, 1 kilogramme de glace à zéro absorbant pour se fondre 79 unités de chaleur, x kilogrammes de glace absorbent $79 \times x$. On a donc

$$79\,x = 55 \times 100 \times 0{,}03623; \quad \text{d'où} \quad x = 3^{kr},9$$

LXXVIII. — Quel est le poids de glace à projeter dans 9 litres d'eau pour les refroidir de 20° à 5°?

Soit M le poids cherché, en kilogrammes; ce poids absorbera, pour se fondre, un nombre d'unités de chaleur représenté par 79 M (752); mais le poids d'eau M, qui en résulte, étant à zéro au moment de la fusion, et devant s'échauffer de 5°, absorbe une quantité de chaleur 5 M; par conséquent, la chaleur totale absorbée est 79 M + 5 M, ou 84 M. Quant à la chaleur cédée par les 9 litres d'eau en se refroidissant de 20° à 5°, elle est 9 (20 — 5), ou 135. Donc

$$84\,M = 135; \quad \text{d'où} \quad M = 1^{kil},607.$$

LXXIX. — Quel est le poids en vapeur d'eau, à 100°, nécessaire pour échauffer, en se condensant, 208 litres d'eau de 14° jusqu'à 32°?

Soit p ce poids en kilogrammes; la chaleur latente de la vapeur d'eau étant 540 (767), p kilogrammes de vapeur, en se condensant, cèdent une quantité de chaleur représentée par $540 \times p$, et fournissent p kilogrammes d'eau à 100°. Or cette eau, en se refroidissant ensuite jusqu'à 32°, cède elle-même une quantité de chaleur égale à $p\,(100 - 32)$, ou $68\,p$. D'ailleurs, les 208 litres qui s'échauffent de 14 à 32°, pesant 208 kilogrammes, toujours abstraction faite de la dilatation, absorbent une quantité de chaleur égale à 208 (32 — 14) ou 3744 unités; on a donc

$$540\,p + 68\,p = 3744; \quad \text{d'où} \quad p = 6^{kil},158.$$

LXXX. Dans un premier vase, on a de l'eau à 11°; dans un second, de l'eau à 91°; combien doit-on prendre de kilogrammes d'eau dans chacun d'eux pour former un bain de 250 kilogrammes à 31°?

Soient x et y les nombres de kilogrammes à prendre respectivement dans chaque vase. On a d'abord $x + y = 250$ [1]. On obtient une deuxième équation en x et en y, en observant que x kilogrammes à 11° contiennent $11\,x$ unités de chaleur, et que y kilogrammes à 91° en contiennent un nombre représenté par $91\,y$. D'ailleurs les 250 kilogrammes de mélange à 31° renferment 250×31, ou 7750 unités; on a donc l'équation

$$[2] \qquad 11\,x + 91\,y = 7750$$

Les équations [1] et [2] étant résolues, on trouve $x = 187^{kil},5$ et $y = 62^{kil},5$.

CHALEURS LATENTES.

LXXXI. — Combien faut-il de kilogrammes de glace à zéro pour amener à 10° centigrades l'eau contenue dans un bassin à bord circulaire et à fond horizontal, dont la circonférence supérieure est de $8^{m},30$, la circonférence inférieure de $6^{m},15$, et la hauteur de $1^{m},76$, ce bassin étant rempli d'eau à moitié de sa hauteur, et la température de l'eau étant de 30°?

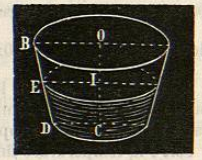

Fig. 1116

Soient R le rayon OB (fig. 1116) de la base supérieure, r le rayon CD de la basse inférieure, r' le rayon IE, et h la hauteur IC du liquide contenu dans le bassin. On a

$$R = \frac{8{,}30}{2\pi} = 1^{m},3210,\ r = \frac{6{,}15}{2\pi} = 0^{m},9788,\ IC = 0^{m},88, \text{ et } r' = \frac{R + r}{2} = 1^{m},1499.$$

Cela posé, le volume V du liquide étant celui d'un tronc de cône dont la hauteur est h, et dont les rayons des bases sont r et r', on a, d'après un théo-

rème connu de géométrie,

$$V = \frac{\pi h}{3}(r'^2 + r^2 + rr') = 3^{m\ cub},138,605,$$

volume qui représente un poids d'eau de $3138^k,605^{gr}$.

Soit actuellement x le poids de glace nécessaire pour refroidir cette masse d'eau de 30 à 10°. Comme on a vu (752) qu'en se fondant 1 kilogramme de glace absorbe 79 unités de chaleur, x kilogrammes de glace absorbent $79\,x$, pour donner x kilogrammes d'eau à zéro. Or, d'après les données de la question, cette dernière masse, devant elle-même être portée à 10°, absorbe, en outre, une quantité de chaleur égale à $10\,x$. D'un autre côté, la chaleur cédée par l'eau est égale à $3138^k,605 \times (30 - 10)$, ou 62772,1. On a donc l'égalité

$$79\,x + 10\,x = 62772,1, \quad \text{d'où} \quad x = 705^k,304.$$

LXXXII. — Chercher combien il faut de kilogrammes de vapeur d'eau pour porter un bain de 246 kilogrammes d'eau de 13 à 28°, sachant que la chaleur latente de la vapeur d'eau est 540.

Soit x le poids de vapeur demandé ; 1 kilogramme de vapeur qui se condense pour donner 1 kilogramme d'eau à 100°, cédant 540 unités de chaleur, x kilogrammes de vapeur cèdent $540 \times x$; de plus, les x kilogrammes d'eau formés, se refroidissant ensuite de 100° à 28, cèdent eux-mêmes un nombre d'unités représenté par $(100 - 28)\,x$. Or, les 246 kilogrammes d'eau qui constituent le bain dans lequel la vapeur se condense, s'échauffant alors de 13 à 28°, absorbent une quantité de chaleur égale à $246\,(28 - 13)$. On a donc l'équation

$$540\,x + (100 - 28)\,x = 246\,(28 - 13), \quad \text{d'où} \quad x = 6^k,029^{gr}.$$

LXXXIII. — Une cuve cylindrique, à fond plat et horizontal, a $1^m,30$ de diamètre et $0^m,75$ de hauteur intérieurement; elle est à moitié pleine d'eau à 4°, et l'on chauffe ce liquide en y faisant arriver de la vapeur à 100° fournie par $5^k,250$ d'eau. On demande quelle serait la température du bain ainsi chauffé et quel en sera le volume. On négligera la température du vase, et on prendra pour coefficient de dilatation de l'eau $\frac{1}{2200}$

Le volume de l'eau $= \pi R^2 \times \frac{H}{2} = 3,1416 \times (0^m,65)^2 \times \frac{0^m,75}{2} = 497^{lit},747.$

θ étant la température finale, et 540 la chaleur de vaporisation de l'eau, on a

$$5^k,250 \times 540 + 5,250\,(100 - \theta) = 497,747\,(\theta - 4); \quad \text{d'où} \quad \theta = 10°,6.$$

Le volume total d'eau après la condensation est, à 4°,

$$497^{lit},747 + 5^{lit},250 = 502^{lit},997.$$

Donc, à 10°,6, c'est-à-dire lorsque la température s'élève de 6°,6, le volume devient

$$502^{lit},997\left(1 + \frac{6°,6}{2200}\right) = 504^{lit},509.$$

LXXXIV. — La chaleur latente de la vapeur d'eau étant supposée égale à 540, on demande à quelle température on élèvera 20 litres d'eau à 4°, en y condensant 1 kilogramme de vapeur à 100° et à la pression $0^m,76$.

Soit θ la température finale, la chaleur cédée par 1 kilogramme de vapeur sera 540, et celle cédée par l'eau, résultant de la condensation, sera $100 - \theta$; on aura donc $540 + 100 - \theta = 20\,(\theta - 4)$, d'où $\theta = 34°,28$.

LXXXV. — Combien faut-il de kilogrammes de glace à zéro pour liquéfier et ramener à zéro 25 kilogrammes de vapeur, dégagés d'un appareil où le thermomètre marque 100°, le baromètre marquant $0^m,76$? La chaleur de fusion de la glace est 79. On a $79\,x = 25 \times 540 + 25 \times 100$, d'où $x = 202^k,532^{gr}$.

LXXXVI. — 11 kilogrammes de glace à zéro ont été mélangés avec P kilogrammes d'eau à 45°; le mélange a pris la température de 12°; on demande le poids P.

On a $\quad P\,(45 - 12) = 79 \times 11 + 12 \times 11, \quad$ d'où $\quad P = 30^k,333^{gr}$.

LXXXVII. — Dans quelles proportions faut-il partager 1 kilogramme d'eau à 50° pour que la chaleur que l'une de ses parties abandonnerait en passant à l'état de glace à zéro fût suffisante pour transformer l'autre en vapeur à 100°, à la pression 760^{mm}? — Chaleur de fusion de la glace 79,25, et chaleur de vaporisation de l'eau 535. On a

$$50\,x + 79,25\,x = (1 - x)\,50 + (1 - x)\,535; \text{ d'où } x = 0^k,819^{gr} \text{ et } 1 - x = 0^k,181^{gr}.$$

LXXXVIII. — On sait (678) que, dans des conditions convenablement choisies, un corps peut rester liquide à des températures inférieures à celle de sa solidification normale. Cela posé, on demande de combien de degrés au-dessous du point de sa fusion il faut refroidir du phosphore liquide pour que, par sa solidification brusque et complète, il remonte au point de fusion. — Chaleur de fusion du phosphore 5,4; chaleur spécifique dans le voisinage du point de fusion 0,20.

On a $\quad 5,4 = t \times 0,2, \quad$ d'où $\quad t = 27°$.

LXXXIX. — On a abaissé du phosphore liquide jusqu'à 30°; à ce moment on y détermine un commencement de solidification. On demande si la solidification sera complète, et, si elle ne l'est pas, quelle sera la portion du poids total qui se solidifiera? — Le phosphore fond à 44°,2, sa chaleur de fusion est 5,4 et sa chaleur spécifique, à l'état solide ou liquide, dans le voisinage de la fusion, est 0,2.

On a $\quad (44,2 - 30) \times 0,2 = 5,4\,x, \quad$ d'où $\quad x = 0,525$.

VAPEURS.

XC. — Dans un vase vide, d'une capacité de $2^{lit},02$, on a introduit d'abord 1 litre d'air sec sous la pression de $0^m,76$, puis de l'eau en quantité telle, qu'il en reste, après la vaporisation, 20 centimètres cubes à l'état liquide. On demande la pression intérieure, en supposant que la température soit de 30° au moment de l'expérience, et que la tension maximum de la vapeur d'eau, à cette température, soit de $0^m,031$.

La capacité du ballon étant réduite des 20 centimètres d'eau qui y restent à l'état liquide, elle n'est en réalité que $2^{lit},02$, moins $0^{lit},020$ ou 2 litres. Le volume d'air se trouve donc doublé, et, par conséquent, sa tension, qui était $0^m,76$, n'est plus que $0^m,38$. Ajoutant à cette pression celle de la vapeur, qui est $0^m,031$, on a pour la pression intérieure totale $0^m,411$.

XCI. — Une certaine quantité d'air pèse $5^{gr},2$ à la température de 0° et sous la pression $0^m,76$. On la chauffe à 30° sous la pression $0^m,77$, en lui permettant de se saturer de vapeur d'eau On demande quel sera alors le volume qu'elle occupera. La tension maximum de la vapeur à 30° est de $0^m,0315$, et on prendra $1^{gr},3$ pour poids du litre d'air sec à la température de 0° et sous la pression $0^m,76$.

Le poids d'un litre d'air sec étant $1^{gr},3$, le volume correspondant à $5^{gr},2$ égale $\frac{5,2}{1,3} = 4$ litres, à 0° et à la pression $0^m,76$. A 30° il est $4\,(1 + 0,00367 \times 30)$, lequel, à la pression $0^m,77$, devient $\frac{4 \times (1 + 0,00367 \times 30)\,76}{77}$, l'air étant sec.

Mais lorsque l'air est saturé de vapeur dont la tension est $0^m,0315$, c'est cette tension, plus la force élastique de l'air, qui, d'après la deuxième loi du mélange des gaz et des vapeurs (728), font équilibre à la pression $0^m,77$; donc la pression de l'air est $0,77 - 0^m,0315$, et, par conséquent, le volume demandé est

$$\frac{4 \times (1 + 0,00367 \times 30)\,76}{77 - 3,15} = 4^{lit},56.$$

XCII. — Le poids d'un litre d'air, à zéro et à la pression $0^m,76$, est $1^{gr},293$ et la densité de la vapeur d'eau prise par rapport à l'air est $\frac{5}{8}$. Cela posé, on demande quel est, à 30° et à la pression $0^m,77$, le poids d'un mètre cube d'air dont l'état hygrométrique est $\frac{3}{4}$, la tension maximum de la vapeur à 30° étant $0^m,0315$.

Commençons par observer que, la tension de la vapeur saturée étant $0^m,0315$, cette tension n'est plus que les $\frac{3}{4}$ de $0^m,0315$ lorsque la vapeur est à l'état hygrométrique $\frac{3}{4}$. De plus, l'air dont on demande le poids n'est pas, d'après la loi des mélanges (728), à la pression 77, mais à cette pression moins celle de la vapeur, c'est-à-dire à la pression $(0^m,77 - \frac{3}{4} \cdot 0^m,0315)$.

Le problème revient donc à chercher d'abord le poids d'un mètre cube d'air sec à 30° et à la pression $(0^m,77 - \frac{3}{4} \cdot 0^m,0315)$, puis celui d'un mètre cube de vapeur à 30° et à la tension $\frac{3}{4} \cdot 0^m,0315$, puis à faire la somme des deux poids.

1° A 30° et à la pression $0^m,77 - \frac{3}{4} \cdot 0^m,0315 = 0^m,7464$, un mètre cube d'air sec pèse

$$[1] \qquad \frac{1293^{gr} \times 74,64}{(1 + 30\alpha)\,76} ;$$

2° A 30° et à la pression $\frac{3}{4} \cdot 0^m,0315$, un mètre cube de vapeur pèse

$$[2] \qquad \frac{1293^{gr} \times 3^c,15 \times 5 \times 3}{(1 + 30\alpha)\,76 \times 8 \times 4}.$$

Faisant la somme des formules [1] et [2], on a pour le poids demandé

$$\frac{1293^{gr}}{(1 + 30\alpha)\,76} \left[74^c,64 + \frac{3^c,15 \times 5 \times 3}{8 \times 4}\right] = 1166^{gr},6.$$

XCIII. — On a 3 litres d'air à 30° et à la pression 76, dont l'état hygrométrique est $\frac{3}{4}$. On demande ce que deviendra ce volume d'air, à la même température et à la même pression, si on l'agite avec de l'acide sulfurique concentré, et quel sera l'accroissement de poids que prendra l'acide.

La tension maximum de la vapeur à 30° est $0^m,0315$, et la densité de la vapeur par rapport à l'air est $\frac{5}{8}$.

La tension maximum étant $3^c,15$, à l'état hygrométrique $\frac{3}{4}$ elle est $\frac{3}{4}$ de $3^c,15 = 2^c,36$. D'où les 3 litres d'air humide sont à la pression $76 - 2,36 = 73,64$. Il

s'agit donc de chercher ce que deviennent ces 3 litres en passant de la pression 73,64 à la pression 76, ce qui donne pour le volume cherché

$$\frac{3 \times 73,64}{76} = 2^{lit},906.$$

Quant au poids des 3 litres de vapeur à 30° et à la pression 2,36, il est

$$\frac{1^{gr},293 \times 2,36 \times 5 \times 3}{(1 + 0,00367 \times 30)\,76 \times 8} = 0^{gr},067.$$

C'est donc là l'accroissement de poids que prendra l'acide sulfurique.

XCIV. — Étant donnés $6^{lit},85$ d'air saturé de vapeur d'eau à 11° et sous la pression $0^m,768$, on demande quel sera le volume de cet air desséché à la température de 15° et à la pression $0^m,750$. — On sait qu'à 11° la tension de la vapeur à l'état de saturation est $0^m,010074$.

La pression primitive du gaz est $768 - 10,074 = 757,926$. Donc son volume à la pression 750 et à 11° est $\frac{6^{lit},85 \times 757,926}{750}$; d'où, à zéro et à la pression 750, son volume est $\frac{6^{lit},85 \times 757,926}{(1 + 0,00367 \times 11)\,750}$. Donc enfin, à 15° et à la pression 750, le volume est $\frac{6^{lit},85\,(1 + 0,00367 \times 15)\,757,926}{(1 + 0,00367 \times 11)\,750} = 7^{lit},02$.

XCV. — Dans un tube en U contenant de la ponce sulfurique, on fait passer 1 mètre cube d'air à la température de 15°. Le tube en U, pesé avant et après l'expérience, accuse, après le passage de l'air, un excès de poids de $3^{gr},95$; on demande le poids hygrométrique de l'air. — On sait que la densité de la vapeur d'eau par rapport à l'air est $\frac{5}{8}$, et que la tension maximum à 15° est $12^{mill},69$.

Le poids d'un mètre cube d'air, à zéro et à la pression 760^{mm}, étant 1293^{gr}, à 15° et à la pression $12^{mm},69$ son poids est $\frac{1293^{gr} \times 12,69}{(1 + 15\alpha)\,760}$; donc le poids d'un mètre cube de vapeur saturée, à 15°, est $\frac{1293^{gr} \times 12,69 \times 5}{(1 + 15\alpha)\,760 \times 8} = 12^{gr},78$.

Mais le poids de la vapeur contenue dans l'air n'est que de $3^{gr},95$; donc, en représentant par E l'état hygrométrique cherché, on a (731) $E = \frac{3,95}{12,78} = 0,309$.

XCVI. — Une marmite de Papin contient $3^k,25$ d'eau à 142°. En ouvrant la soupape, une portion de l'eau se vaporise, et l'autre se refroidit à 100°. On demande le poids de vapeur produit, la chaleur de vaporisation étant 540.

Soit x le poids de la vapeur. La chaleur passée à l'état latent sera $540\,x$, et celle perdue par le refroidissement de $3^k,25$ d'eau de 142° à 100° sera $3^k,25 \times 42$. Donc on a $540\,x = 3^k,25 \times 42$, d'où $x = 0^k,253^{gr}$.

XCVII. — Calculer le volume d'air qui, à l'état hygrométrique 0,70, contient 600 grammes de vapeur à 30°, la tension maximum à 30° étant $31^{mm},548$, et la densité de la vapeur $\frac{5}{8}$.

Soit x le volume cherché, lequel est le même pour l'air et pour la vapeur. On sait que le poids d'un litre de vapeur à 30° et à l'état hygrométrique 0,7 est $\frac{1^{gr},293 \times 31,548 \times 0,7 \times 5}{(1 + 0,00367 \times 30)\,760 \times 8}$. Or autant de fois le poids 600 grammes con-

tiendra le poids d'un litre, autant le volume demandé contiendra de litres. Donc

$$x = 600 : \frac{1^{gr},293 \times 31,548 \times 0,7 \times 5}{(1 + 0,00367 \times 30)\ 770 \times 8} = \frac{600\ (1 \times 0,00367 \times 30)\ 760 \times 8}{1,293 \times 31,548 \times 0,7 \times 5}$$
$$= 28364 \text{ litres.}$$

XCVIII. — On demande, à 0° et sous la pression $0^m,760$, le poids d'un volume d'air sec, sachant que ce volume saturé, à 18° et à la pression $0^m,780$, pèse $16^{gr},25$. — La force élastique de la vapeur d'eau à 18° est $0^m,01535$, et sa densité égale $\frac{5}{8}$ de celle de l'air.

Pour avoir le volume d'air qui, à l'état de saturation, à 18° et à la pression 780, pèse $16^{gr},25$, cherchons le poids d'un litre d'air saturé dans les mêmes conditions. Ce poids, qui se compose du poids d'un litre d'air sec, plus du poids d'un litre de vapeur, est

$$\frac{1^{gr},293\ (780 - 15,35)}{(1 + 0,00367 \times 18)\ 760} + \frac{1^{gr},293 \times 15,35 \times 5}{(1 + 0,00367 \times 18)\ 760 \times 8}.$$

Réduisant au même dénominateur et simplifiant, on trouve, pour le poids d'un litre d'air saturé à 18° et à 780^{mm} de pression, $\frac{1^{gr},293\ (780 \times 8 - 15,35 \times 5)}{(1 + 0,00367 \times 18)\ 760 \times 8}$.

Divisant le poids donné $16^{gr},25$ par le poids d'un litre, on a pour le volume cherché

$$\frac{16^{gr},25\ (1 + 0,00367 \times 18)\ 760 \times 8}{1^{gr},293\ (780 \times 8 - 15,35 \times 5)}.$$

Or c'est de ce volume qu'on demande le poids à 0° et à 760, quand il ne contient que de l'air sec. On aura donc le poids demandé en multipliant ce volume par $1^{gr},293$, ce qui s'obtient en supprimant ce facteur dans le dénominateur; donc on a pour solution $\frac{16^{gr},25\ (1 + 0,00367 \times 18)\ 760 \times 8}{780 \times 8 - 15,35 \times 5} = 17^{gr}$.

XCIX. — La densité de l'éther liquide à 0 est 0,75; celle de l'éther gazeux rapporté à l'air 2,5. On demande l'épaisseur que doit avoir à 0° une couche cylindrique d'éther pour que, transformée en vapeur à 38°, dans un tube de même section et de 1 mètre de long, elle donne une vapeur à la tension de $0^m,70$. — Le poids du litre d'air sec est $1^{gr},293$, et le coefficient de dilatation des gaz 0,00367; l'éther entre en ébullition à 36°, à la pression de $0^m,76$.

Soient 100^{cq} la section du tube, et x l'épaisseur de la couche d'éther liquide; son poids, en grammes, est $100 \times x \times 0,75$. Quant à la vapeur, son volume, en litres, est 10, et son poids est $\frac{1^{gr},293 \times 10 \times 2,5 \times 70}{(1 + 0,00367 \times 38)\ 76}$. Égalant ce poids au premier poids $100\,x \times 0,75$, et résolvant, on trouve $x = 3^{mm},5$.

C. — On a refroidi, de 30 à 10°, un volume d'air de 500 litres, saturé d'humidité à la pression 760^{mm}. Quel est le poids de la vapeur condensée, et quel est le volume de l'air refroidi à 10°, à la même pression? — Densité de la vapeur d'eau $\frac{5}{8}$; tension maximum à 30° $30^{mm},3$, à 10° $9^{mm},43$; poids d'un litre d'air sec $1^{gr},293$; coefficient de dilatation des gaz $\frac{1}{273}$.

Poids de la vapeur condensée, $10^{gr},1$; volume de l'air refroidi, 454 litres.

FIN DES PROBLÈMES.

TABLE DES MATIÈRES

LIVRE I

MATIÈRE, MOUVEMENT ET FORCES