DIVISION DES FRACTIONS.

* 174. — 1° La division des fractions, comme celle des nombres ordinaires, est l'opération inverse de la multiplication. Elle a pour but, quand on connaît un produit et l'un des facteurs, de trouver l'autre facteur.

* 174. — 2° Dans la division des fractions, on distingue trois cas principaux.

1° Diviser une fraction par un nombre entier ;
2° Diviser un nombre entier par une fraction ;
3° Diviser une fraction par une fraction.

* 175. Pour diviser une fraction par un nombre entier, on multiplie le dénominateur par le nombre entier, et l'on conserve le numérateur.

Par exemple $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4 \times 5} = \text{R. } \frac{3}{20}$.

* 176. Pour diviser un nombre entier par une fraction, on multiplie ce nombre par la fraction diviseur renversée.

Par exemple $5 : \frac{3}{4} = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{5 \times 4}{3} = \frac{20}{3} = \text{R. } 6\frac{2}{3}$.

(La démonstration de ce procédé se trouve dans le numéro suivant).

* 177. Pour diviser une fraction par une fraction, on multiplie la fraction dividende par la fraction diviseur renversée.

Par exemple $\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{4 \times 3}{5 \times 2} = \frac{12}{10} = \text{R. } 1\frac{2}{10}$.

Diviser $\frac{4}{5}$ par $\frac{2}{3}$, c'est chercher un quotient qui, multiplié par le diviseur $\frac{2}{3}$, donne pour produit le dividende $\frac{4}{5}$; mais en multipliant le quotiedt par $\frac{2}{3}$, pour reproduire le dividende, on prend les $\frac{2}{3}$ du quotient : Ainsi

Les $\frac{2}{3}$ du quotient $= \frac{4}{5}$,

$\frac{1}{3}$ du quotient $= 2$ fois moins que les $\frac{2}{3}$, $= \frac{4}{5 \times 2}$,

Les $\frac{3}{3}$, du quotient, ou le quotient, $= 3$ fois plus que le tiers $= \frac{4 \times 3}{5 \times 2}$.

Mais cette opération n'est autre chose que la fraction dividende multipliée par la fraction diviseur renversée : donc, etc.

---

* 174. — 1. *Qu'est-ce que la division des fractions?* — * 174. — 2. *Combien distingue-t-on de cas dans la division des fractions?* — * 175 *Quelle est la règle à suivre pour diviser une fraction par un nombre entier?* — * 176. *Quelle est la règle à suivre pour diviser un nombre entier par une fraction?* — * 177. *Quelle est la règle à suivre pour diviser une fraction par une fraction?*

* 178. Si un nombre entier était joint aux fractions, on en ferait une expression fractionnaire, et l'on agirait ensuite comme si l'on avait une fraction à diviser par une fraction.

Par exemple, si l'on avait $54\frac{3}{5}$ à diviser par $12\frac{2}{3}$, on changerait le dividende en $\frac{273}{5}$, et le diviseur en $\frac{38}{3}$, et l'on aurrait $54\frac{3}{5} : 12\frac{2}{3} = \frac{273}{5} : \frac{38}{3} = \frac{273}{5} \times \frac{3}{38} = \frac{273 \times 3}{5 \times 38} = \frac{819}{190}$ R. $4\frac{59}{190}$.

EXERCICES SUR LA DIVISION DES FRACTIONS.

* § Ier.

DIVISION D'UNE FRACTION PAR UN NOMBRE ENTIER.

1085.	$\frac{1}{2} : 2$	1091.	$\frac{2}{5} : 2$	1097.	$\frac{12}{17} : 4$
1086.	$\frac{1}{3} : 3$	1092.	$\frac{6}{7} : 3$	1098.	$\frac{15}{16} : 5$
1087.	$\frac{2}{3} : 4$	1093.	$\frac{8}{11} : 4$	1099.	$\frac{14}{15} : 7$
1088.	$\frac{3}{4} : 5$	1094.	$\frac{10}{13} : 5$	1100.	$\frac{9}{11} : 3$
1089.	$\frac{2}{5} : 6$	1095.	$\frac{9}{13} : 3$	1101.	$\frac{6}{7} : 2$
1090.	$\frac{5}{6} : 9$	1096.	$\frac{14}{15} : 2$	1102.	$\frac{16}{21} : 8$

* § II.

DIVISION D'UN NOMBRE ENTIER PAR UNE FRACTION.

1103.	$3 : \frac{1}{2}$	1109.	$12 : \frac{3}{5}$	1115.	$8 : \frac{2}{3}$
1104.	$5 : \frac{2}{3}$	1110.	$10 : \frac{5}{6}$	1116.	$9 : \frac{3}{4}$
1105.	$6 :$	1111.	$6 : \frac{3}{7}$	1117.	$20 : \frac{4}{5}$
1106.	$7 : \frac{1}{4}$	1112.	$12 : \frac{4}{7}$	1118.	$21 : \frac{3}{4}$
1107.	$5 : \frac{4}{5}$	1113.	$15 : \frac{3}{8}$	1119.	$6 : \frac{2}{5}$
1108.	$9 : \frac{2}{7}$	1114.	$9 : \frac{3}{7}$	1120.	$15 : \frac{2}{9}$

---

* 178. *Comment fait-on la division quand un nombre entier est joint aux fractions?*

§ III.

DIVISION D'UNE FRACTION PAR UNE FRACTION.

1121. $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ | 1127. $\frac{3}{7} : \frac{2}{8}$ | 1133. $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$

1122. $\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$ | 1128. $\frac{3}{8} : \frac{5}{9}$ | 1134. $\frac{6}{10} : \frac{3}{5}$

1123. $\frac{1}{3} : \frac{2}{5}$ | 1129. $\frac{4}{7} : \frac{2}{5}$ | 1135. $\frac{12}{16} : \frac{3}{8}$

1124. $\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$ | 1130. $\frac{3}{8} : \frac{6}{11}$ | 1136. $\frac{14}{18} : \frac{7}{9}$

1125. $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$ | 1131. $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$ | 1137. $\frac{20}{25} : \frac{4}{5}$

1126. $\frac{4}{5} : \frac{3}{7}$ | 1132. $\frac{5}{6} : \frac{2}{3}$ | 1138. $\frac{18}{24} : \frac{9}{12}$

§ IV.

DIVISION DES NOMBRES FRACTIONNAIRES.

1139. $1\frac{3}{4} : 3\frac{1}{3}$ | 1152. $6\frac{1}{2} : 4\frac{1}{5}$ | 1165. $5\frac{3}{4} : 9\frac{1}{2}$

1140. $6\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$ | 1153. $7\frac{2}{5} : 4\frac{1}{4}$ | 1166. $7\frac{1}{5} : 4\frac{2}{7}$

1141. $8\frac{1}{4} : 5\frac{1}{2}$ | 1154. $8\frac{1}{3} : 7\frac{1}{7}$ | 1167. $7\frac{5}{9} : 5\frac{1}{7}$

1142. $1\frac{3}{4} : 5\frac{1}{4}$ | 1155. $2\frac{2}{7} : 4\frac{1}{4}$ | 1168. $8\frac{1}{5} : 4\frac{2}{5}$

1143. $4\frac{2}{3} : 1\frac{4}{5}$ | 1156. $5\frac{1}{5} : 5\frac{3}{5}$ | 1169. $9\frac{1}{2} : 4\frac{1}{7}$

1144. $2\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2}$ | 1157. $6\frac{5}{7} : 5\frac{5}{6}$ | 1170. $9\frac{1}{4} : 8\frac{1}{2}$

1145. $5\frac{1}{5} : 4\frac{2}{3}$ | 1158. $8\frac{2}{9} : 4\frac{1}{4}$ | 1171. $9\frac{1}{2} : 3\frac{1}{7}$

1146. $3\frac{2}{5} : 4\frac{1}{4}$ | 1159. $5\frac{2}{3} : 3\frac{1}{3}$ | 1172. $5\frac{1}{3} : 9\frac{3}{4}$

1147. $2\frac{3}{5} : 4\frac{1}{2}$ | 1160. $8\frac{1}{2} : 7\frac{1}{2}$ | 1173. $8\frac{1}{9} : 4\frac{2}{5}$

1148. $4\frac{1}{4} : 5\frac{2}{5}$ | 1161. $9\frac{2}{5} : 4\frac{3}{7}$ | 1174. $6\frac{3}{4} : 9\frac{1}{2}$

1149. $7\frac{3}{7} : 2\frac{1}{5}$ | 1162. $4\frac{2}{5} : 8\frac{3}{9}$ | 1175. $6\frac{1}{7} : 4\frac{5}{7}$

1150. $9\frac{1}{2} : 5\frac{6}{7}$ | 1163. $5\frac{6}{7} : 4\frac{1}{5}$ | 1176. $5\frac{2}{3} : 4\frac{2}{7}$

1151. $8\frac{2}{9} : 4\frac{1}{9}$ | 1164. $8\frac{1}{5} : 5\frac{1}{5}$ | 1177. $8\frac{2}{3} : 4\frac{2}{3}$

PROBLÈMES SUR LA DIVISION DES FRACTIONS.

* P. 1178. On a payé 336 fr. pour 3 douzaines $\frac{1}{2}$ de chapeaux, à combien revient le chapeau?

* P. 1179. Quel est le nombre qui, étant multiplié par $77\frac{4}{7}$, donne $24\frac{5}{9}$?

* P. 1180. Quel est le nombre qui, étant multiplié par $99\frac{4}{11}$, donne $244\frac{7}{9}$?

* P. 1181. En 5 heures $\frac{1}{2}$, une roue fait 1200 tours : combien en fait-elle par heure?

* P. 1182. On a mis 715 bouteilles dans 3 pièces $\frac{1}{4}$: combien chaque pièce contient-elle de bouteilles?

* P. 1183. Un ouvrier a reçu 120 fr. pour 25 journées $\frac{1}{2}$: quel est le prix de sa journée?

* P. 1184. Combien de fois $\frac{34}{72}$ sont-ils contenus dans $\frac{17}{18}$?

* P. 1185. Lorsqu'on distribue 15 fr. $\frac{3}{4}$ entre 6 pauvres, quelle est la part de chacun?

* P. 1186. Un ouvrier fait 42 mèt. $\frac{1}{2}$ d'ouvrage en 4 h. $\frac{2}{3}$: combien en fait-il par heure?

* P. 1187. Lorsqu'on paie 140 fr. $\frac{1}{2}$ pour 12 mèt. $\frac{3}{4}$, quel est le prix du mètre?

EXERCICES SUR LES PRINCIPES DES FRACTIONS.

Les élèves doivent être exercés sur ces principes, en même temps qu'ils se forment au mécanisme du calcul des fractions. Ils éprouveront ensuite moins de difficultés pour résoudre et expliquer les problèmes.

* 1188. En combien de parties égales faut-il diviser l'unité pour avoir des tiers?

* 1189. On a divisé une ligne en cinq parties égales : dites ce qu'une division est à l'égard de la ligne.

* 1190. Une fraction exprime des sixièmes de l'unité : quel est le dénominateur de cette fraction?

* 1191. Combien l'unité vaut-elle de cinquièmes?

* 1192. Quelle est la plus forte partie d'unité, d'un cinquième ou d'un septième?

* 1193. Pourquoi un tiers est-il plus grand qu'un quart?

* 1194. De deux parties différentes d'unité exprimées chacune par une fraction ayant l'unité pour numérateur, 1° quelle est la plus petite? — 2° quelle est la plus grande?

* 1195. Quelle fraction de semaine représentent 3 jours?

* 1196. Quelle fraction d'heure représentent 25 minutes?

* 1197. Quelle fraction de la semaine reste-t-il après 4 jours?

* 1198. Quelle fraction de la journée s'est-il écoulée : 1° à 7 heures du matin ? — 2° à 5 heures du soir?

* 1199. Quelle fraction de la journée reste-t-il à s'écouler : 1° à 6 heures du matin ? — 2° à 8 heures du soir?

* 1200. A quelle heure s'est-il écoulé $1/3$ de la journée?

* 1201. Indiquez une fraction de même espèce que $3/5$.

** 1202. Dites pourquoi $3/4$ et $5/7$ ne sont pas de même espèce.

* 1203. Que manque-t-il à $2/5$ pour avoir l'unité?

* 1204. Que faut-il retrancher de l'unité pour avoir $3/7$?

* 1205. Quelle fraction faut-il ajouter à $3/5$ pour avoir l'unité?

* 1206. Quelle est la fraction à laquelle il faudrait ajouter $3/8$ pour avoir l'unité?

* 1207. Ecrivez une fraction qui ait même dénominateur que $4/9$, et qui contienne 2 parties de plus.

* 1208. Ecrivez une fraction qui ait le même dénominateur que $5/9$, et qui contienne 3 parties de moins.

* 1209. Ecrivez une fraction qui ait le même dénominateur que $7/9$, mais qui diffère en moins de cette fraction de deux parties de l'unité.

* 1210. Si l'on ajoute 3 au numérateur d'une fraction, telle que $5/7$, quel changement éprouve la valeur de cette fraction?

* 1211. Si l'on retranche 3, par exemple, au numérateur d'une fraction, telle que $5/7$, quel changement éprouve la valeur de cette fraction?

* 1212. Que faut-il faire pour augmenter une fraction de 3 parties de l'unité?

* 1213. Que faut-il faire pour diminuer une fraction de 3 parties de l'unité?

* 1214. Quel est le nombre qui égale les deux tiers de l'unité?

* 1215. Ecrivez une fraction que l'unité contienne 5 fois.

* 1216. Ecrivez une fraction 3 fois plus petite que l'unité.

* 1217. L'unité est 4 fois plus grande qu'une fraction : quelle est cette fraction?

* 1218. Quelle est la fraction qu'il faut répéter 5 fois pour avoir l'unité?

* 1219. Ecrivez une fraction 7 fois plus petite que 1.

* 1220. Ecrivez une fraction qui soit le quart de 1.

* 1221. Quelle est l'expression fractionnaire qui surpasse l'unité de $4/5$?

* 1222. De combien l'expression fractionnaire $9/7$ surpasse-t-elle l'unité?

* 1223. Si l'on veut que l'expression fractionnaire $7/4$ se réduise à l'unité, quelle valeur faut-il retrancher de cette expression?

* 1224. Quelle est l'expression fractionnaire qui se réduit à $5/7$, lorsqu'on la diminue d'une unité?

* 1225. Quelle est la fraction qui devient $7/4$, lorsqu'on l'augmente d'une unité?

* 1226. Si l'on veut que l'expression fractionnaire $8/5$ se réduise à l'unité, quelle opération faut-il effectuer sur le numérateur?

* 1227. Si l'on veut réduire à l'unité l'expression fractionnaire $8/5$, quelle opération faut-il effectuer sur le dénominateur?

* 1228. On veut augmenter une fraction d'une unité, quelle opération faut-il effectuer sur le numérateur?

* 1229. On veut diminuer une expression fractionnaire d'une unité, quelle opération faut-il effectuer sur le numérateur?

* 1230. Des deux fractions $3/5$ et $2/5$, qui sont de même espèce, quelle est la plus grande?

* 1231. Ecrivez une fraction plus grande que $3/7$, et qui ait le même dénominateur.

* 1232. Ecrivez une fraction plus petite que $4/7$, et qui ait le même dénominateur.

* 1233. Lorsque deux fractions sont de même espèce, quelle est la plus grande?

* 1234. Des deux fractions $3/7$ et $3/5$, qui ont le même numérateur, quelle est la plus forte?

* 1235. Ecrivez une fraction plus grande que $2/5$, et qui ait le même numérateur.

* 1236. Ecrivez une fraction plus petite que $2/5$, et qui ait le même numérateur.

** 1237. Que devient la valeur d'une fraction, lorsqu'on augmente le dénominateur, sans toucher au numérateur?

** 1238. La valeur d'une fraction varie-t-elle dans le même sens que le numérateur?

** 1239. La valeur d'une fraction varie-t-elle dans le même sens que le dénominateur?

** 1240. Que devient la valeur d'une fraction, lorsqu'on diminue le dénominateur sans toucher au numérateur?

** 1241. De toutes les fractions qui ont 4 pour dénominateur, quelle est la plus petite possible?

** 1242. De toutes les fractions plus petites que l'unité, qui ont 8 pour dénominateur, quelle est celle qui se rapproche le plus de l'unité?

** 1243. Écrivez toutes les fractions différentes qui, étant plus petites que l'unité, ont chacune 5 pour dénominateur.

** 1244. De toutes les fractions plus faibles que l'unité, ayant 4 pour numérateur, quelle est la plus grande?

** 1245. De toutes les fractions plus faibles que l'unité, qui ont 7 pour numérateur, quelle est celle qui a le plus petit dénominateur possible?

** 1246. De toutes les expressions fractionnaires plus grandes que l'unité, qui ont 4 pour dénominateur, quelle est la plus faible possible?

** 1247. De toutes les expressions fractionnaires plus fortes que l'unité, qui ont 5 pour numérateur, quelle est la plus faible possible?

** 1248. Ecrivez toutes les expressions fractionnaires différentes, plus grandes que l'unité, qui peuvent avoir 7 pour numérateur.

** 1249. L'unité étant divisée en 12 parties égales, combien faut-il prendre de parties pour avoir le quart de l'unité?

** 1250. Quelle relation doit exister entre le numérateur et le dénominateur d'une fraction, si l'on veut que cette fraction exprime le quart de l'unité?

** 1251. A quoi se réduisent les deux fractions $2/4$ et $3/6$, sachant que, dans chacune, le numérateur est la moitié du dénominateur?

** 1252. Ecrivez une fraction dont la valeur égale le tiers de l'unité, et qui ait 6 pour dénominateur.

** 1253. Ecrivez une fraction dont la valeur soit le cinquième de l'unité, et qui ait 3 pour numérateur.

** 1254. Que faut-il faire pour rendre les parties de l'unité 1° 4 fois plus petites; 2° quatre fois plus grandes?

** 1255. Comment s'appellent les parties de l'unité 2 fois plus grandes que les sixièmes?
** 1256. Quelles parties de l'unité obtient-on en divisant un cinquième en trois parties égales?
** 1257. Comment appelle-t-on les parties de l'unité que l'on obtient en prenant trois par trois des douzièmes de l'unité?
** 1258. Combien un tiers est-il de fois plus grand que $^1/_6$?
** 1259. Quel changement fait-on subir à la fraction $^4/_5$ si l'on multiplie son numérateur seul par 3?
** 1260. Quel changement fait-on subir à la fraction $^2/_3$ si l'on multiplie son dénominateur seul par 4?
** 1261. Quel changement fait-on subir à la fraction $^6/_7$ si l'on divise son numérateur seul par 3?
** 1262. Quel changement fait-on subir à la fraction $^3/_{20}$ si l'on divise son dénominateur par 4?
** 1263. Quel changement fait-on subir à la fraction $^3/_4$ en remplaçant son numérateur par 1?
** 1264. Quel changement fait-on subir à la fraction $^3/_7$ en remplaçant son numérateur par 6?
** 1265. Quel changement fait-on subir à la fraction $^3/_4$ en remplaçant son dénominateur par 8?
** 1266. Rendez la fraction $^2/_9$ trois fois plus grande en opérant seulement: 1° sur le numérateur; — 2° sur le dénominateur.
** 1267. Rendez la fraction $^6/_{11}$ trois fois plus petite en opérant seulement: 1° sur le numérateur; — 2° sur le dénominateur.
** 1268. Comment peut-on, à l'aide de la multiplication, rendre la fraction $^2/_5$ 1° trois fois plus grande; 2° trois fois plus petite?
** 1269. Comment peut-on, à l'aide de la division, rendre la fraction $^8/_{12}$ 1° quatre fois plus grande; 2° 4 fois plus petite?
** 1270. Quels changements successifs éprouve la valeur de la fraction $^2/_5$, lorsqu'on multiplie ses deux termes par 3?
** 1271. Quels changements successifs éprouve la valeur de la fraction $^8/_{12}$, lorsqu'on divise ses deux termes par 4?
** 1272. Rendez la fraction $^2/_5$ trois fois plus grande, à l'aide d'une multiplication.
** 1273. Rendez la fraction $^2/_{15}$ trois fois plus grande, à l'aide d'une division.
** 1274. Rendez l'expression fractionnaire $^{21}/_5$ trois fois plus petite, à l'aide d'une division.
** 1275. Rendez la fraction $^4/_5$ trois fois plus petite, à l'aide d'une multiplication.
** 1276. Quand est-ce qu'une multiplication augmente la valeur d'une fraction?
** 1277. Quand est-ce qu'une multiplication diminue la valeur d'une fraction?
** 1278. Quand est-ce qu'une division diminue la valeur d'une fraction?
** 1279. Quand est-ce qu'une division augmente la valeur d'une fraction?
** 1280. Ecrivez le quotient de la division de 4 par 7.
** 1281. Quelle fraction de 5 faut-il prendre pour avoir 3?
** 1282. Ecrivez, en fraction, ce que 5 est par rapport à 6.

** 1283. Quel est le nombre qui est trois fois plus petit que 2?
** 1284. Quel est le nombre que 5 contient trois fois?
*** 1285. Quel changement éprouve la valeur de la fraction $^3/_4$, si l'on ajoute 2 à chacun de ses deux termes?
*** 1286. Que devient la valeur de la fraction $^5/_7$, si l'on retranche 3 de chacun de ses termes?
*** 1287. Quel changement éprouve la valeur de l'expression fractionnaire $^7/_4$, si l'on ajoute 2 à chacun de ses termes?
*** 1288. Que devient la valeur de l'expression fractionnaire $^7/_4$, si l'on retranche 2 de chacun de ses deux termes?
*** 1289. De combien de manières différentes peut-on augmenter la valeur d'une fraction, en agissant séparément sur ses deux termes, par l'addition et la soustraction?
*** 1290. De combien de manières différentes peut-on diminuer la valeur d'une fraction, en agissant séparément sur ses deux termes, par l'addition et la soustraction?
*** 1291. Quel changement éprouve la valeur de la fraction $^5/_7$, si l'on multiplie son dénominateur par 3, et son numérateur par 2?
*** 1292. Quel multiplicateur faut-il prendre, pour que le produit soit 1/3 du multiplicande?
*** 1293. Quel multiplicande faut-il prendre, pour que le produit soit les 3/4 du multiplicateur?
*** 1294. Quel multiplicateur faut-il prendre, pour que le produit contienne 6 fois 2/5 le multiplicande?
*** 1295. Rendez successivement la fraction 6/7 trois fois plus petite, et deux fois plus grande, en opérant chaque fois sur le numérateur.
*** 1296. Prenez les 3/4 de 8/9, en opérant seulement sur le numérateur.
*** 1297. Rendez successivement la fraction 5/6 trois fois plus petite et deux fois plus grande, en opérant chaque fois sur le dénominateur.
*** 1298. Prenez les 3/4 de 7/12 en opérant seulement sur le dénominateur.
*** 1299. Augmentez la fraction 5/8 de ses 2/5 en opérant seulement sur le numérateur.
*** 1300. Augmentez la fraction 7/10 de ses 2/3 en opérant seulement sur le dénominateur.
*** 1301. Diminuez la fraction 6/7 de son tiers, en opérant seulement sur le numérateur.
*** 1302. Diminuez la fraction 7/10 de ses 3/5, en opérant seulement sur le dénominateur.
*** 1303. On ajoute 2 à 3. Par quel nombre faudrait-il multiplier 3 pour avoir un produit égal à cette somme?
*** 1304. Par combien faut-il multiplier 5, si l'on veut augmenter 5 de 3?
*** 1305. On retranche 2 de 7. Par quel nombre faudrait-il multiplier 7, pour avoir un produit égal à cette différence?
*** 1306. Par quel nombre faudrait-il multiplier 5, si l'on désire diminuer 5 de 2?
*** 1307. Par combien multiplie-t-on 8/11, si l'on multiplie le numérateur par une fraction, 3/4, par exemple?

*** 1308. Par combien divise-t-on la fraction 5/8, si l'on multiplie le dénominateur par une fraction, 3/4, par exemple?

*** 1309. Par combien multiplie-t-on la fraction 7/9, lorsqu'on ajoute 3 à son numérateur?

*** 1310. Par combien multiplie-t-on la fraction 7/9, lorsqu'on ajoute 3 à son dénominateur?

*** 1311. Par combien multiplie-t-on la fraction 7/9, lorsqu'on retranche 3 à son numérateur?

*** 1312. Par combien multiplie-t-on la fraction 7/9, lorsqu'on retranche 3 à son dénominateur?

*** 1313. On ajoute 2 à chacun des deux termes de la fraction 5/7 : dites 1° par quel nombre on multiplie la fraction en agissant sur le numérateur; 2° par quel nombre on la divise en agissant sur le dénominateur; 3° pour quelle raison la fraction augmente de valeur.

*** 1314. On ajoute 3 aux deux termes de l'expression fractionnaire 9/7 : dites 1° par quel nombre on multiplie l'expression fractionnaire en agissant sur le numérateur; 2° par quel nombre on la divise en agissant sur le dénominateur; 3° pour quelle raison cette expression fractionnaire diminue de valeur?

*** 1315. Multipliez les deux termes de la fraction $\frac{5}{7}$ par deux nombres tels, qu'elle subisse le même changement que si l'on ajoutait 2 à chacun de ses termes.

PROBLÈMES RAISONNÉS SUR LES FRACTIONS.

Les problèmes raisonnés qui suivent sont résolus par une méthode analytique, dite de l'unité, parce qu'on ramène à l'unité certaines conditions de l'énoncé. Son emploi n'exige que les quatre règles et les principes des fractions.

* Problème 1. Quel est le nombre dont $\frac{1}{5}$ égale 24?

Solution. Puisque $\frac{1}{5}$ du nombre égale 24,

Les $\frac{5}{5}$ du nombre, ou le nombre lui-même, égalent 5 fois plus, ou $24 \times 5 = \text{R. } 120$.

* Problème 2. On remplit un tonneau aux $\frac{3}{4}$, en y versant 120 litres : quelle est la contenance de ce tonneau?

Solution. $\frac{3}{4}$ du tonneau $= 120$ litres;

$\frac{1}{4}$ du tonneau $= 3$ fois moins que les $\frac{3}{4}$, $= \frac{120}{3}$;

$\frac{4}{4}$ du tonneau, ou le tonneau, $= 4$ fois plus que le quart, $= \frac{120 \times 4}{3} = \text{R. } 160$ litres.

* Problème 3. Les $\frac{2}{7}$ et $\frac{1}{5}$ d'une pièce de drap réunis donnent 34 mèt. : quelle est la longueur de cette pièce?

Solution. Additionnons les deux fractions.

$$\frac{2}{7} + \frac{1}{5} = \frac{10}{35} + \frac{7}{35} = \frac{10+7}{35} = \frac{17}{35}.$$

Les $\frac{17}{35}$ de la pièce $= 34$ mètres;

$\frac{1}{35}$ de la pièce $= 17$ fois moins que les $\frac{17}{35}$, $= \frac{34}{17}$ de mètre;

Les $\frac{35}{35}$, ou la pièce, $= 35$ fois plus que $\frac{1}{35}$, $= \frac{34}{17} \times 35 = \text{R. } 70$ mèt.

* Problème 4. Quel nombre a 14 de différence entre ses $\frac{3}{4}$ et ses $\frac{2}{5}$?

Solution. $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$.

Les $\frac{7}{20}$ du nombre $= 14$.

$\frac{1}{20}$ du nombre $= 7$ fois moins que les $\frac{7}{20}$, $= \frac{14}{7}$.

Les $\frac{20}{20}$, ou le nombre, $= 20$ fois plus que $\frac{1}{20}$, $= \frac{14 \times 20}{7} = \text{R. } 40$.

* Problème 5. Un marchand a vendu successivement $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{6}$ d'une pièce de drap : quelle était la longueur de cette pièce, s'il ne lui en reste plus que 6 mètres?

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9}{12}.$$

Solution. Le marchand a vendu les $\frac{9}{12}$ de sa pièce de drap; il lui en reste donc encore les $\frac{3}{12}$; mais, d'après l'énoncé du problème, ce reste égale 6 mètres; donc :

$\frac{3}{12}$ de la pièce $= 6$ mètres;

$\frac{1}{12}$ de la pièce $= 3$ fois moins que les $\frac{3}{12}$, $= \frac{6}{3}$ de mètre;

$\frac{12}{12}$, ou la pièce, $= 12$ fois plus que $\frac{1}{12}$, $= \frac{6 \times 12}{3} = \text{R. } 24$ mèt.

** Problème 6. Une personne interrogée sur son âge répondit : Les $\frac{5}{7}$ de mon âge, moins quatre ans, donnent l'âge que j'avais, il y a 12 ans : devinez mon âge.

Solution. Les $\frac{5}{7}$ de l'âge doivent donner l'âge qu'avait cette personne, il y a $12 - 4 = 8$ ans. Aux $\frac{5}{7}$ de l'âge, il faut donc ajouter 8 ans pour avoir l'âge, ou les $\frac{7}{7}$ de l'âge.

Donc les $\frac{2}{7}$ de l'âge $= 8$ ans;

$\frac{1}{7}$ de l'âge $= 2$ fois moins que les $\frac{2}{7}$, $= \frac{8}{2}$

$\frac{7}{7}$, ou l'âge, $= 7$ fois plus que $\frac{1}{7}$, $= \frac{8 \times 7}{2} = \text{R. } 28$ ans.

** Problème 7. Quel est le nombre que l'on augmente de 34, lorsqu'on lui ajoute ses $\frac{2}{3}$ et ses $\frac{3}{4}$?

Solution. L'augmentation $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$.

$\frac{17}{12}$ du nombre $= 34$;

$\frac{1}{12}$ du nombre $= 17$ fois moins que les $\frac{17}{12}$, $= \frac{34}{17}$;

$\frac{12}{12}$, ou le nombre, $= 12$ fois plus que $\frac{1}{12} = \frac{34 \times 12}{17} =$ R. 24.

** Problème 8. Le double plus les $\frac{2}{3}$ d'un nombre font 72 : quel est le nombre?

Solution. Représentons le nombre par 1, son double sera 2;

$2 + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$;

$\frac{8}{3}$ du nombre $= 72$;

$\frac{1}{3}$ du nombre $= 8$ fois moins que les $\frac{8}{3}$, $= \frac{72}{8} = 9$;

$\frac{3}{3}$, ou le nombre, $= 3$ fois plus que $\frac{1}{3}$, $= 9 \times 3 =$ R. 27.

** Problème 9. Un 1er ouvrier fait 3 mètres d'ouvrage en 4 heures; un 2e en fait 5 mètres en 7 heures : quel est celui qui en fait le plus, et combien par heure?

Solution. Le 1er ouvrier, en 4 heures, fait 3 mètres; en 1 heure, il fait 4 fois moins, ou $\frac{3}{4}$ de mètre;

Le 2e ouvrier, en 7 heures, fait 5 mètres; en 1 heure, il fait 7 fois moins, ou $\frac{5}{7}$ de mètre;

$\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{7}$, au même dénominateur, égalent $\frac{21}{28}$, $\frac{20}{28}$; or, $\frac{21}{28} - \frac{20}{28} = \frac{1}{28}$.

R. Le 1er ouvr., par heure, fait donc $\frac{1}{28}$ de mèt. de plus que le 2e.

** Problème 10. Exprimez $\frac{7}{9}$ de jour en heures et minutes.

1° 1 jour $= 24$ heures;

$\frac{1}{9}$ de jour $= 9$ fois moins qu'un jour $= \frac{24}{9}$ d'heure;

$\frac{7}{9}$ de jour $= 7$ fois plus que $\frac{1}{9} = \frac{24 \times 7}{9}$ d'heure $= \frac{168}{9} = 18$ h. $\frac{6}{9}$

2° Réduisons $\frac{6}{9}$ d'heure en minutes.

1 heure $= 60$ minutes;

$\frac{1}{9}$ d'heure $= 9$ fois moins qu'une heure, $= \frac{60}{9}$ de minute;

$\frac{6}{9}$ d'heure $= 6$ fois plus que $\frac{1}{9}$, $= \frac{60 \times 6}{9} = \frac{360}{9} = 40$ minutes.

R. Les $\frac{7}{9}$ de jour égalent donc 18 heures 40 minutes.

** Problème 11. Exprimez en heures et minutes les $\frac{3}{8}$ d'une journée de travail de 10 heures.

1° Une journée de travail $= 10$ heures;

$\frac{1}{8}$ de journée $= 8$ fois moins qu'une journée, $= \frac{10}{8}$ d'heure;

$\frac{3}{8}$ de journée $= 3$ fois plus que $\frac{1}{8}$, $= \frac{10 \times 3}{8} = \frac{30}{8} = 3$ heures $\frac{6}{8}$.

2° Exprimons en minutes les $\frac{6}{8}$ d'une heure.

1 heure $= 60$ minutes;

$\frac{1}{8}$ d'heure $= 8$ fois moins qu'une heure, $= \frac{60}{8}$ de minute;

$\frac{6}{8}$ d'heure $= 6$ fois plus que $\frac{1}{8}$, $= \frac{60 \times 6}{8} = \frac{360}{8} = 45'$.

R. Les $\frac{3}{8}$ de la journée égalent donc 3 heures 45'.

** Problème 12. Un caissier donne les $\frac{2}{5}$ de ce qu'il avait dans sa caisse; il reçoit ensuite 2662 fr. et la valeur primitive de sa caisse se trouve augmentée d'un tiers : combien avait-il d'abord?

Solution. Les 2662 fr. mis dans la caisse égalent les $\frac{2}{5}$ qui avaient été enlevés et le $\frac{1}{3}$, qui se trouve maintenant en plus. Or, $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$.

$\frac{11}{15}$ de la caisse $= 2662$ fr.;

$\frac{1}{15}$ de la caisse $= 11$ fois moins que $\frac{11}{15}$, $= \frac{2662}{11}$;

$\frac{15}{15}$, ou la caisse, $= 15$ fois plus que $\frac{1}{15}$, $= \frac{2662 \times 15}{11} =$ R. 3630 fr.

** Problème 13. Trois associés se partagent un bénéfice; le premier en prend les $\frac{2}{7}$, et le second les $\frac{3}{5}$ de ce qui reste : quelle est la part que chaque associé prend du bénéfice?

Solution. Le 1er prend les $\frac{2}{7}$ du bénéfice et en laisse les $\frac{5}{7}$;

Le 2e prend les $\frac{3}{5}$ de ce reste, qui $= \frac{5}{7}$ du bénéfice; or $\frac{1}{5}$ du du reste $= \frac{1}{5}$ de $\frac{5}{7}$, $= \frac{5}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{7}$; et les $\frac{3}{5}$ du reste $= 3$ fois plus que $\frac{1}{5}$, $= \frac{1 \times 3}{7} = \frac{3}{7}$;

Les deux premiers prennent $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$ du bénéfice;

La part du troisième $= \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$ du bénéfice;

R. Les trois parts sont donc $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{7}$ du bénéfice.

** Problème 14. Il faudrait 1800 mètres de drap pour habiller un bataillon, si le drap avait $\frac{6}{4}$ de large; mais il arrive qu'à la livrai-

son, le drap se trouvant moins large, le fournisseur en a donné 2 000 mètres : quelle était la largeur du drap fourni?

Solution. Lorsque la longueur du drap est 1 800 mètres, sa largeur doit être $\frac{6}{4}$; en supposant une longueur de 1 mètre, la largeur devrait être 1 800 fois plus grande que $\frac{6}{4}$, ou $\frac{6 \times 1800}{4}$;

Mais la longueur étant 2 000 mètres, la largeur sera 2 000 fois moindre, ou $\frac{6 \times 1800}{4 \times 2000} = \frac{3 \times 9}{2 \times 10} = \frac{27}{20}$ = R. 1 mètre $\frac{7}{20}$.

** Problème 15. Un berger interrogé sur le nombre de ses moutons, répondit : Si j'en avais encore $\frac{1}{3}$ et 12 de plus, j'en aurais 132 : devinez combien j'en ai.

Solution. Soit $\frac{3}{3}$ le nombre des moutons, on a $\frac{3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$.

Le problème revient donc à ceci : Les $\frac{4}{3}$ du nombre des moutons + 12 égalent 132; quel est le nombre des moutons?

Les $\frac{4}{3}$ du nombre des moutons = 132 — 12 = 120;

$\frac{1}{3}$ du nombre des moutons = 4 fois moins que les $\frac{4}{3}$, = $\frac{120}{4}$;

Les $\frac{3}{3}$, ou le nombre des moutons, = $\frac{120 \times 3}{4}$ = R. 90 moutons.

** Problème 16. On fond ensemble 3 gram. d'argent et 7 gr. de cuivre; trouvez l'argent contenu dans $\frac{3}{5}$ de gramme de cet alliage.

Solution. L'alliage a un poids qui égale 3 + 7 = 10 grammes.

Sur 10 gr. d'alliage, il y a 3 gr. d'argent;

Sur 1 gr. d'alliage, il y a $\frac{3}{10}$ de gr. d'argent;

Sur $\frac{1}{5}$ de gr. d'alliage, il y a $\frac{3}{10 \times 5}$ de gr. d'argent;

Sur $\frac{3}{5}$ de gr. d'alliage, il y a $\frac{3 \times 3}{10 \times 5}$ = R. $\frac{9}{50}$ de gr. d'argent.

** Problème 17. Un ouvrier fait 2 mètres $\frac{3}{5}$ d'ouvrage en 2 heures $\frac{1}{4}$: combien fera-t-il de mètres en 5 heures $\frac{1}{2}$?

1re *Solution.* 2 mèt. $\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$ de mèt.; 2 heures $\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ d'heure; 5 heures $\frac{1}{2} = \frac{11}{2}$ d'heure.

En $\frac{9}{4}$ d'heure, l'ouvrier fait $\frac{13}{5}$ de mètre;

En $\frac{1}{4}$ d'heure, il en fera 9 fois moins = $\frac{13}{5 \times 9}$;

En $\frac{4}{4}$, ou 1 heure, il fera 4 fois plus = $\frac{13 \times 4}{5 \times 9}$;

En $\frac{1}{2}$ heure, il en fera 2 fois moins = $\frac{13 \times 4}{5 \times 9 \times 2}$;

En $\frac{11}{2}$ h., il en fera 11 fois plus = $\frac{13 \times 4 \times 11}{5 \times 9 \times 2}$ = R. 6 mètres $\frac{16}{45}$.

2e *Solution.* $\frac{9}{4}$ et $\frac{11}{2}$, deviennent au même dénominateur $\frac{4}{9}$, $\frac{22}{4}$.

En $\frac{9}{4}$ d'heure, l'ouvrier fait $\frac{13}{5}$ de mèt.;

En $\frac{1}{4}$ d'heure, il en fait 9 fois moins, ou $\frac{13}{5 \times 9}$;

En $\frac{22}{4}$ d'heure, il en fait 22 fois plus, ou $\frac{13 \times 22}{5 \times 9}$ = R. 6 mèt. $\frac{16}{45}$.

N. B. Cette solution est plus expéditive que la première, parce qu'elle dispense de passer par les dénominateurs.

** Problème 18. Un tisserand fait 1 mètre $\frac{2}{3}$ de toile par heure : combien en fera-t-il en 5 heures $\frac{3}{4}$?

Solution. 1 mèt. $\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ de mèt.; 5 heures $\frac{3}{4} = \frac{23}{4}$ d'heure.

En 1 heure, le tisserand fait $\frac{5}{3}$ de mètre;

En $\frac{1}{4}$ d'h., il en fera 4 fois moins que dans 1 h., ou $\frac{5}{3 \times 4}$;

En $\frac{23}{4}$ d'heure, il en fera 23 fois plus ou $\frac{5 \times 23}{3 \times 4}$ = R. 9 mètres $\frac{7}{12}$.

** Problème 19. Quel temps faut-il à deux fontaines réunies pour remplir un bassin, si la 1re met 4 heures et la 2e 6 heures?

La 1re fontaine remplit le bassin en 4 heures; dans une heure, elle en remplirait $\frac{1}{4}$; la 2e fontaine remplit le bassin en 6 heures; dans une heure, elle en remplirait $\frac{1}{6}$;

En 1 h., les deux fontaines remplissent $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{10}{24}$ du bassin;

Pour remplir $\frac{10}{24}$ du bassin, il faut une heure; pour $\frac{1}{24}$ de bassin, il faut 10 fois moins de temps, ou $\frac{1}{10}$ d'heure; pour les $\frac{24}{24}$ du bassin, il faut $\frac{1 \times 24}{10} = \frac{24}{10}$ = R. 2 heures $\frac{2}{5}$.

** Problème 20. Deux conduits réunis remplissent une citerne en 10 h.; quel temps faut-il au plus petit, si le plus grand met 18 h.?

Les deux conduits, en 10 heures, remplissent 1 fois la citerne; et en 1 heure, ils en remplissent 10 fois moins, ou $\frac{1}{10}$;

Le grand conduit, en 1 heure, en remplit $\frac{1}{18}$;

Le petit conduit, en 1 heure, remplit $\frac{1}{10} - \frac{1}{18} = \frac{18}{180} - \frac{10}{180} = \frac{8}{180}$

Pour remplir les $\frac{8}{180}$, le petit conduit met 1 h.; pour remplir $\frac{1}{180}$, il met 8 fois moins de temps, ou $\frac{1}{8}$ d'h.; et pour les $\frac{180}{180}$, ou la citerne, il met 180 fois plus de temps, ou $\frac{180}{8}$ d'h. = R. 22 h. $\frac{1}{2}$.

*** Problème 21. Trois ouvriers se présentent pour faire un ouvrage : le 1er le ferait en $\frac{1}{5}$ de jour, le 2e en $\frac{1}{4}$ de jour, et le 3e en $\frac{1}{3}$ de jour : s'ils travaillent ensemble, quel temps leur faudra-t-il pour faire l'ouvrage, la journée étant de 10 heures?

Solution. En 1 jour, le 1er ouvrier ferait 5 fois l'ouvrage; le 2e 4 fois, et le 3e 3 fois; ensemble ils le feraient $5 + 4 + 3 = 12$ fois.

Pour faire 12 fois l'ouvrage, il faut 1 jour aux trois ouvriers; et pour le faire une fois, il leur faut faut 12 fois moins, ou $\frac{1}{12}$ de jour.

Une journée de travail = 10 heures; $\frac{1}{12}$ de journée = 12 fois moins d'heures = $\frac{10}{12}$ d'heure = en minutes, $\frac{10 \times 60}{12}$ = R. 50 min. (Voyez problème 11, page 95.)

*** Problème 22. Trois fontaines coulent dans un bassin : la 1re le remplit en 1 heure $\frac{2}{5}$; la deuxième en 2 heures $\frac{3}{4}$; la troisième en 4 heures $\frac{5}{8}$. Un robinet le vide en 1 heure $\frac{2}{3}$: en combien de temps le bassin sera-t-il rempli, si tous les conduits sont ouverts?

Solution. La première fontaine remplit le bassin en $\frac{7}{5}$ d'heure;

La deuxième le remplit en $\frac{11}{4}$ d'heure;

La troisième le remplit en $\frac{37}{8}$ d'heure;

Le robinet le vide en $\frac{5}{3}$ d'heure;

La première fontaine remplit en $\frac{1}{5}$ d'heure $\frac{1}{7}$ du bassin; et, en 1 heure, 5 fois plus, ou $\frac{1 \times 5}{7} = \frac{5}{7}$;

La deuxième remplit en $\frac{1}{4}$ d'heure $\frac{1}{11}$ du bassin; en 1 heure, $\frac{4}{11}$;

La troisième remplit en $\frac{1}{8}$ d'heure $\frac{1}{37}$ du bassin; en 1 heure, $\frac{8}{37}$.

Ensemble, elles remplissent en 1 h. $\frac{5}{7} + \frac{4}{11} + \frac{8}{37} = \frac{3687}{2849}$ du bassin.

Le robinet vide en $\frac{1}{3}$ d'heure $\frac{1}{5}$ du bassin; et, en 1 heure, les $\frac{3}{5}$.

Il reste par heure $\frac{3687}{2849} - \frac{3}{5} = \frac{9888}{14245}$.

Pour remplir $\frac{9888}{14245}$ du bassin, il faut 1 heure; pour en remplir $\frac{1}{14245}$, il faut $\frac{1}{9888}$ d'heure; pour remplir le bassin entier, ou $\frac{14245}{14245}$, il faut $\frac{1 \times 14245}{9888} = 1$ heure $\frac{4357}{9888}$ = R. 1 heure 26' $\frac{4332}{9888}$.

*** Problème 23. Une fontaine remplit un bassin en 6 heures $\frac{3}{4}$; une autre le remplit en 3 heures $\frac{3}{8}$: combien les deux fontaines réunies mettraient-elles de temps?

Solution. La 1re fontaine, en 6 heures $\frac{3}{4}$, ou $\frac{27}{4}$, remplit le bassin; en $\frac{1}{4}$ d'heure, elle remplit 27 fois moins, ou $\frac{1}{27}$ du bassin; et en $\frac{4}{4}$ d'heure, ou 1 h., elle remplit 4 fois plus, ou $\frac{4}{27}$ du bassin;

La seconde fontaine, en 3 heures $\frac{3}{8}$, ou $\frac{27}{8}$, remplit le bassin; en $\frac{1}{8}$ d'heure, elle remplit 27 fois moins, ou $\frac{1}{27}$ du bassin; et en $\frac{8}{8}$ d'heure, ou 1 h., elle remplit 8 fois plus, ou $\frac{8}{27}$ du bassin;

En 1 heure, les deux fontaines réunies remplissent $\frac{4}{27} + \frac{8}{27}$ $\frac{12}{27}$ du bassin; pour remplir $\frac{12}{27}$ du bassin, il leur faut 1 h.; pour remplir $\frac{1}{27}$ du bassin, il leur faut 12 fois moins de temps, ou $\frac{1}{12}$ d'h.; et pour remplir les $\frac{27}{27}$, ou le bassin entier, il leur faut 27 foisplus de temps, ou $\frac{1 \times 27}{12} = \frac{27}{12} = 2$ heures $\frac{3}{12}$ = R. 2 heures $\frac{1}{4}$.

*** Problème 24. On a deux compagnies d'ouvriers pour un travail : la 1re le ferait seule en 8 jours de 10 heures; la 2e le ferait seule en 12 jours de 9 heures : combien faudrait-il de temps aux compagnies réunies, si leur journée est de 8 heures.

Solution. 8 jours de 10 heures = 80 heures;

12 jours de 9 heures = 108 heures;

En 1 heure, la 1re compagnie fait $\frac{1}{80}$ de l'ouvrage; la 2e $\frac{1}{108}$, les deux compagnies réunies $\frac{1}{80} + \frac{1}{108} = \frac{188}{8640}$;

Pour faire $\frac{188}{8640}$ de l'ouvrage, il faut 1 heure; Pour faire $\frac{1}{8640}$ de l'ouvrage, il faut 188 fois moins de temps, ou $\frac{1}{188}$ d'heure; et pour faire $\frac{8640}{8640}$ ou l'ouvrage, il faut $\frac{8640}{188}$ d'heure;

Cherchons les jours de travail contenus dans $\frac{8640}{188}$ d'heure.

8 heures font 1 journée de travail; et 1 heure fait $\frac{1}{8}$ de journée;

$\frac{1}{188}$ d'heure = 188 fois moins, = $\frac{1}{8 \times 188} = \frac{1}{1504}$ de journée;

$\frac{8640}{188}$ d'h. = 8640 fois plus que $\frac{1}{188}$, = $\frac{8640}{1504}$ de journée = R. 5 jours $\frac{1120}{1504}$ = R. 5 jours, 5 heures $\frac{1440}{1504}$. (Voir le problème 11, page 95.)