*** P. 2992. On a 150 hectol. de blé à 20 fr. et 140 à 25 fr. : combien faut-il en mettre de chaque prix pour en faire 250 hectol. au prix moyen de 22 fr. ?

*** P. 2993. J'ai acheté 2 pièces de vin qui coûtent ensemble 228 fr.; la première coûte 36 fr. de plus que la seconde; elles contiennent chacune 240 litres; je trouve à en vendre 350 litres à raison de 0 fr. 45, prix moyen : combien dois-je en prendre de chaque pièce?

*** P. 2994. J'ai acheté 2 pièces d'eau-de-vie contenant, l'une 250 litres, et l'autre, 450 : la première coûte 625 fr., et la seconde, 630 ; trouvant l'occasion d'en vendre 450 litres à raison de 2 fr. 40 c., je désire savoir combien il faut livrer de litres de chaque prix.

*** P. 2995. On a 150 litres de vin à 0 fr. 90 c. : combien faut-il y mettre de litres d'eau pour qu'il revienne à 0 fr. 75 c., et quelle sera la quantité du mélange?

*** P. 2996. Un particulier a acheté 450 litres de vin qu'il a payés à raison de 0 fr. 75 c. le lit. ; il veut l'obtenir à 0 fr. 70 c. : dites combien il doit y mettre d'eau, sachant qu'il a dépensé 16 fr. pour le port, etc.

*** P. 2997. On a acheté 48 litres de vin revenant, en moyenne, à 0 fr. 60 c. le litre; on sait que l'on a eu 30 litres à 0 fr. 75 c. : on demande quel était le prix des autres litres.

*** P. 2998. On veut acheter en tout 646 litres de quatre sortes de vin; la première se vend 0 fr. 65 c.; la seconde, 1 fr. 15 c.; la troisième, 1 fr. 25 c.; la quatrième, 1 fr. 45 c.: combien faut-il en acheter de chaque sorte si le litre doit revenir à 0 fr. 95?

*** P. 2999. On veut acheter 350 litres de différentes sortes de vin; la première vaut 0 fr. 25 c. le litre; la seconde, 0 fr. 35 c.; la troisième, 0 fr. 45 c.; et la quatrième, 0 fr. 65 c.: combien faudra-t-il en prendre de chaque prix si le litre doit revenir à 0 fr. 40 c., et si l'on en veut autant de litres de la première sorte que de la dernière?

*** P. 3000. Un particulier a 450 litres de vin à 0 fr. 40 c.: combien doit-il en acheter à 0 fr. 70 c. pour que le litre revienne à 0 fr. 65 c.?

*** P. 3001. On a 50 décalitres de blé estimé 2 fr. 50 le décal.: combien faudrait-il y joindre d'hectol. à 20 fr., à 21 fr. et à 19 fr., pour que le décal. revienne à 2 fr. 20 cent.?

*** P. 3002. On a 560 litres d'eau-de-vie de 2 fr. 50 c. le litre: combien en faut-il à 1 fr. 90 c. pour que le litre revienne à 2 fr. 10 c.?

*** P. 3003. On a acheté au prix moyen de 0 fr. 80 c. le litre du vin de plusieurs prix, savoir : 0 fr. 55, 0 fr. 60 c. et 85 c. : combien en a-t-il fallu de chaque sorte pour former la contenance de 6 pièces de chacune 130 litres?

*** P. 3004. Combien faut-il acheter de litres de vin à 0 fr. 50 avec 200 litres à 0 fr. 65, si l'on veut que le litre revienne à 0 fr. 55 cent.?

RÈGLE D'ALLIAGE.

* 456. On appelle ALLIAGE la combinaison de plusieurs métaux.

Si le mercure est l'un des composants, l'alliage s'appelle *amalgame*.

On appelle encore *alliage* le cuivre que l'on ajoute à l'or et à l'argent pour les rendre plus durs, plus résistants.

* 457. Le *titre* d'un alliage s'obtient en divisant le poids de la matière précieuse par le poids total de l'alliage.

P. 1. Un objet en or contient 246 grammes d'or pur et 82 grammes de cuivre ; quel est son titre ?

Solution. Le poids de l'objet est de 246 + 82 = 328 grammes.

R. L'objet est au titre de 246 : 328 = 0,750.

P. 2. Un orfévre fond ensemble trois lingots d'argent; le premier pèse 2 kilog. 754 grammes, il est au titre de 0,975; le deuxième pèse 1 kilog. 048 grammes, il est au titre de 0,825 : et le troisième pèse 584 grammes, il est au titre de 0,780 : on demande le titre du nouveau lingot.

Solution. Cherchons d'abord le poids de l'argent pur contenu dans chacun des lingots. D'après les titres, le 1er lingot contient les 0,975 de son poids d'argent pur; le 2e les 0,825; et le 3e, les 0,780.

Le 1er lingot contient	2 k. 754 g.	× 0,975 =	2 k. 685 g.	15	d'arg. pur.
Le 2e —	1, 048	× 0,825 =	0, 864	60	—
Le 3e —	0, 584	× 0,780 =	0, 455	52	—

Le ling. unique pèse 4 k. 386 g.; il contient 4 k. 005 g. 27 d'arg. pur

R. Le titre du lingot sera de 4,00527 : 4,386 = 0,913 (par défaut).

P. 3. Un orfévre a 5 lingots d'or dont les titres sont : 1° 0,675 ; 2° 0,750, 3° 0,805 ; 4° 0,885 ; et 5° 0,915 : on demande combien il doit prendre de chacun pour former un lingot du poids de 758 grammes, et au titre de 0,840 (2° titre légal).

* 456. *Qu'appelle-t-on alliage?* — * 457. *Comment obtient-on le titre d'un alliage?*

Solution. On peut prendre le millième pour unité.

$$\left.\begin{array}{ll} 675 & 165 \\ 750 & 90 \\ 805 & 35 \\ \quad 840 & \end{array}\right\} = 29o;\ 29 \times 2 = 58 \qquad \frac{12 \times 758}{94} = 96\,g.766.$$

$$\left.\begin{array}{ll} 885 & 45 \\ 915 & 75 \end{array}\right\} = 12o;\ 12 \times 3 = \frac{36}{94} \qquad \frac{29 \times 758}{94} = 233\,g.851.$$

En prenant 1 gramme de chacun des trois lingots aux titres inférieurs, c'est-à-dire 1 gramme à 0,675, 1 gr. à 0,750, et 1 gr. à 0,805, on obtient pour leurs différences au titre moyen un total de $165 + 90 + 35 = 290$ millièmes. En prenant 1 gramme de chacun des autres lingots, c'est-à-dire 1 gr. à 0,885, et 1 gr. à 0,915, on obtient un total de $45 + 75 = 120$ millièmes pour leurs différences au titre moyen. Cherchons combien il faut prendre de chacun des titres supérieurs lorsque l'on prend 1 gramme de chacun des titres inférieurs. La différence en moins étant, dans ce cas, de 290 millièmes, la différence en plus doit aussi être de 290 millièmes; or.

Pour obtenir une différence en plus de 120 millièmes, il faut prendre 1 gramme de chacun des titres les plus forts; pour une différence de 1 millième, il faudra en prendre 120 fois moins, ou $\frac{1}{120}$ de gr.; et pour obtenir 290 millièmes, il en faudra 290 fois plus, ou $\frac{1 \times 290}{120} = \frac{290}{120} = \frac{29}{12}$. Ainsi, quand on prend 1 gramme de chacun des titres les plus faibles, il faut prendre $\frac{290}{120}$, ou $\frac{29}{12}$ de gramme de chacun des titres les plus forts. En multipliant ces nombres par 120, ou par 12, on voit que

Quand on prend 120 gr. de chacun des titres les plus faibles, il faut prendre 290 gr. de chacun des titres les plus forts, *ou*, en divisant 290 et 120 par 10.

Quand on prend 29 grammes de chacun des lingots à 0,885 et à 0,915, il faut prendre 12 gr. de chacun des trois autres lingots. On prend ainsi $12 \times 3 = 36$ grammes des titres les plus faibles, et $29 \times 2 = 58$ grammes des titres les plus forts, et l'on forme $36 + 58 = 94$ grammes d'alliage, au titre de 0,840.

Pour obtenir 94 grammes d'alliage, on prend 12 grammes de chacun des titres les plus faibles; pour obtenir 1 gramme d'alliage, il en faudrait 94 fois moins, ou $\frac{12}{94}$; et pour obtenir 758 gr. d'alliage, il en faut 758 fois plus, ou $\frac{12 \times 758}{94} = 96$ gr. 766.

Pour obtenir 94 grammes d'alliage, on prend 29 grammes de chacun des titres les plus forts; pour obtenir 1 gr., etc.

R. Il faudra prendre 96 grammes 766 de chacun des lingots aux titres inférieurs, et 233 grammes 851 de chacun des lingots aux titres supérieurs.

PROBLÈMES SUR LA RÈGLE D'ALLIAGE.

* P. 3005. L'alliage d'un kilogramme d'étain avec 2 kg. de plomb sert à souder le plomb et l'étain : à quel prix reviendront 75 hg de cet alliage, si l'étain est à f. 75 le kilogramme, et le plomb à 0 f. 75?

** P. 3006. Le bronze des bouches à feu se compose de 10 parties d'étain et de 90 de cuivre. Pour obtenir 100 kg. de bouches à feu terminées, on emploie 22 kg. 20 de cuivre neuf; 3 kg 30 d'étain neuf; 80 kg. 40 de vieilles pièces; 116 kg. 20 de débris de fabrication : combien faudra-t-il de chacune de ces substances pour une bouche à feu de 1 080 kg?

*** P. 3007. Pour les caractères d'imprimerie, on emploie trois sortes d'alliage : le 1er se compose de 20 parties d'antimoine et 80 de plomb; le 2e alliage, plus dur que le 1er, se compose de 6 parties d'étain, 19 d'antimoine et 75 de plomb; le 3e se compose d'une partie de cuivre, 9 parties d'étain, 16 d'antimoine et 74 de plomb. Le cuivre valant 3 f. 10 le kilogramme; l'étain, 3 f. 25; le plomb, 0 f. 60; et l'antimoine, 1 f. 90 : on demande la valeur du métal qui entre, déchets non compris, dans 1 680 kg. de caractères de chacune de ces trois sortes d'alliage.

*** P. 3008. Un lingot d'argent est au titre de 0,875 : que faut-il faire pour l'amener : 1° au titre de 0,950, et 2° au titre de 0,800? On sait que ce lingot pèse 1 kg.

*** P. 3009. Un lingot d'argent du poids de 6 kg. 24 est au titre de 0,95; un autre du poids de 5 kg. 785 est au titre de 8,842; un 3e du poids de 10 kg. 5 est au titre de 0,74; un 4e au titre de 0,548 est du poids de 8 kg. 45. On fond ces lingots en un seul, et l'on demande : 1° quel sera son titre; 2° ce qu'il faut faire pour l'amener d'abord au titre de 0,950; puis au titre de 0,800.

*** P. 3010. Le chrysocale est composé de 92 parties de cuivre, 6 de zinc et 6 d'étain; il sert à la fabrication des bijoux en faux. Un lingot contient 46 kg. de cuivre, 8 kg. d'étain et 5 k. de zinc; que faut-il faire pour le convertir en chrysocale en y faisant entrer les 8 kg. d'étain?

*** P. 3011. Le maillechort le plus beau est celui qui contient 8 parties de cuivre, 6 de nickel et 3 $^1/_2$ de zinc. On demande ce qu'il faut faire pour l'obtenir avec un alliage contenant 50 k. de cuivre, 4 kg. de nickel et 12 kg. de zinc, en faisant entrer dans la composition les 50 kg. de cuivre contenus dans l'alliage donné.

*** P. 3012. Combien faut-il d'argent aux titres de 0,920; 0,860; 0,740 et 0,720 pour en obtenir 5 kg. 64 à 0,800?

*** P. 3013. Un orfèvre a deux lingots d'or de 95 Dg. chacun, l'un au titre de 0,920, et l'autre au titre de 0,750 : combien doit-il ajouter de grammes du 2e lingot au 1er pour abaisser le titre a 0,840?

RACINE CARRÉE.

* 458. On appelle puissance d'un nombre le produit de ce nombre pris plusieurs fois comme facteur. Le degré de la puisance indique combien de fois le nombre est pris comme facteur; il s'écrit à la droite et un peu au-dessus du nombre.

Ex. $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$.

On appelle CARRÉ ou deuxième puissance d'un nombre, le produit de ce nombre par lui-même.

Les carrés de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 2/3, 0,5,
sont 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 4/9, 0,25.

** 459. On indique le carré d'un nombre par un 2 écrit à la droite et un peu au-dessus de ce nombre qu'on renferme entre parenthèses lorsqu'il est fractionnaire.

Ex. $4^2 = 16$; $(2,4)^2 = 5,76$; $(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$; $(2\frac{1}{3})^2 = \frac{49}{9}$.

** 460. Le carré d'un nombre renfermant des dizaines et des unités, est composé : 1° du carré des dizaines; 2° du produit du double des dizaines par les unités; 3° du carré des unités.

Soit, par exemple, le nombre 12 à élever à son carré : ce nombre est composé d'une dizaine et de 2 unités.

Disposons le calcul comme il suit :

10 + 2	
× 10 + 2	
100	carré des dizaines.
20	produit des diz. par les unités.
20	*id.*
4	carré des unités.
144	

Le multiplicateur étant 12 ou 10 + 2, il est évident qu'on prendra 12 fois le multiplicande, si on le prend d'abord 10 fois, puis 2 fois, et qu'on fasse la somme des produits partiels. Or, 10 fois le multiplicande $= (10 \times 10) + (2 \times 10)$; et 2 fois le multiplicande $= (10 \times 2) + (2 \times 2)$; et la somme de ces produits $= (10 \times 10) + 2$ fois $(10 \times 2) + (2 \times 2)$. Ce qui donne les trois parties dont se compose le carré d'un nombre formé de dizaines et d'unités.

* 458. *Qu'appelle-t-on puissance d'un nombre? Qu'appelle-t-on carré ou deuxième puissance d'un nombre?* — ** 459. *Comment indique-t-on le carré d'un nombre?* — ** 460. *De quoi se compose le carré d'un nombre formé de plusieurs chiffres?*

* 461. On appelle RACINE CARRÉE d'un nombre, un second nombre qui, étant multiplié par lui-même, reproduit le premier.

Les nombres :	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64,	81,	$\frac{4}{9}$,	0,25.
ont pour racine carrée	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9.	$\frac{2}{3}$,	0,5.

* 462. Pour indiquer qu'il faut extraire la racine carrée d'un nombre, on emploie le signe $\sqrt{}$, qu'on appelle radical.

Exemple. $\sqrt{49} = 7$; $\sqrt{0,25} = 0,5$; $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$.

*** 463. Tout nombre entier qui n'est pas le carré d'un nombre entier ne peut avoir pour racine carrée un nombre fractionnaire exact. Par exemple, 13 étant compris entre 9 et 16, sa racine est comprise entre 3 et 4 sans pouvoir être exprimée en décimales d'une manière exacte.

** 464. La racine carrée d'un nombre est obtenue à moins d'un dixième, d'un centième, lorsqu'on néglige dans son expression moins d'un dixième, d'un centième, etc.

* 465. Pour extraire la racine carrée d'un nombre entier, on le partage en tranches de deux chiffres à partir de la droite; la tranche à gauche peut n'avoir qu'un chiffre. On extrait la racine du plus grand carré contenu dans la tranche à gauche; on écrit cette racine à la droite du nombre, comme si c'était un diviseur, et l'on retranche son carré de la première tranche à gauche.

A côté du reste, on écrit la tranche suivante, dont on sépare le chiffre à droite par un point. On divise la partie à gauche du reste par la double racine que l'on écrit comme si c'était un quotient. On écrit le chiffre que l'on obtient à la racine, et à la droite du double; on multiplie par ce chiffre ce dernier nombre ainsi formé, et l'on retranche le produit du dividende, y compris le chiffre qui est à droite du point.

* 461. *Qu'appelle-t-on racine carrée d'un nombre?* — * 462. *Quel est le signe qui indique qu'il faut extraire la racine carrée d'un nombre?* — *** 463. *Un nombre entier qui n'a pas une racine exacte peut-il avoir un nombre fractionnaire exact pour racine?* — ** 464. *Quand est-ce qu'on a la racine carrée d'un nombre à moins d'un dixième, d'un centième?* — * 465. *Quelle est la règle à suivre pour extraire la racine carrée d'un nombre?*

On continue cette série d'opérations jusqu'à ce que l'on ait écrit toutes les tranches.

* 466. Il doit y avoir à la racine autant de chiffres qu'il y a de tranches dans le nombre donné.

Soit à extraire la racine carrée de 4096.

40.96	64
49.6	124
000	

Il est évident que le carré des dizaines ne peut se trouver que dans les centaines; car $10 \times 10 = 100$; c'est pourquoi j'ai séparé 40 de 96, pour extraire la racine carrée de 40, qui est 6. Je carre 6 et j'ai 36, que je retranche de 40; il reste 4, à côté duquel j'écris l'autre tranche 96, et j'ai 496; or, ce reste contient deux fois les dizaines multipliées par les unités, plus le carré des unités; mais le double des dizaines multipliées par les unités, ne peut donner moins que des dizaines; ce produit est donc contenu dans 49; j'en sépare la dernière figure 6 par un point. Maintenant donc, pour avoir les unités, il ne s'agit plus que de diviser 49 par le double des dizaines, lequel égale 12; le quotient égale 4. Si ce nombre égale effectivement les unités, il faut que de 496 on puisse retrancher le produit du double des dizaines par 4, plus le carré de 4. Comme cette opération s'effectue exactement, j'en conclus que 64 est la racine carrée exacte de 4096.

Si le nombre dont on veut avoir la racine avait trois tranches, le carré des dizaines se trouverait évidemment dans les centaines. Pour avoir la racine carrée de ces centaines, on calcule comme dans un nombre de deux tranches; et pour avoir les unités, on raisonne comme dans l'exemple précédent.

Exemple. On demande la racine carrée de 459643.

R. 677, et il reste 1314.

45.96.43	677	racine.
99.6	127	1er diviseur.
10.74.3	1.347	2e diviseur.
1.31.4		

Pour faire cette opération, après avoir séparé les chiffres par tranches, je cherche quel est le plus grand carré contenu dans la première tranche à gauche : c'est 36, dont la racine est 6, que j'écris à droite du nombre, en le séparant par un trait; j'ôte 36 de 45, reste 9, à côté duquel j'écris la tranche suivante, et j'ai 996, dont je sépare 6 par un point.

Pour avoir le diviseur, je double la racine trouvée, il vient 12; je dis donc : En 99 combien de fois 12; je vois qu'il ne peut y être que 7, que j'écris à la racine, à droite du 6; je mets aussi ce 7 à côté du diviseur 12, et j'ai 127, que je multiplie par 7; ôtant le

* 466. *Combien doit-il y avoir de chiffres à la racine?*

produit de 996, il reste 107; j'écris la tranche 43, et j'ai pour troisième membre 10743, dont je sépare la figure à droite; je forme le second diviseur en doublant la racine 67, et j'ai 134, par lequel je divise le nombre 1074; il vient 7 pour quotient; j'écris 7 à la racine, et à la droite du diviseur 134, ce qui donne 1347. Multipliant 1347 par 7, je retranche le produit de 10743; il reste 1314; de sorte que la racine carrée de 459643 est 677, avec 1314 pour reste, parce que le nombre donné n'est pas un carré parfait.

* 467. Si, après avoir fait la division, il restait un nombre qui égalât au moins deux fois plus 1 celui qui est à la racine, ce serait une preuve que le dernier chiffre qu'on y a mis est trop faible.

* 468. La PREUVE de cette opération se fait en multipliant la racine trouvée par elle-même et ajoutant le reste au produit. Le total doit égaler le nombre dont on a extrait la racine.

Ainsi, pour l'exemple précédent, en multipliant 677 par lui-même et ajoutant le reste 1314 au résultat, on reproduit le nombre 459643.

* 469. Si de ce qui reste on voulait obtenir des décimales, il faudrait écrire à la droite de ce reste autant de fois deux zéros qu'on voudrait avoir de chiffres décimaux à la racine.

En effet, le nombre dont on extrait la racine peut être considéré comme le produit d'un nombre décimal d'autant de chiffres décimaux qu'on en veut avoir à la racine; or, lorsque les deux facteurs d'un produit contiennent chacun deux chiffres décimaux, il y en a 4 au produit; donc, etc.

* 470. Pour extraire la racine carrée d'une fraction, on extrait la racine carrée du numérateur, puis celle du dénominateur; ou encore, on réduit la fraction proposée en décimales, en ayant soin de calculer un nombre de chiffres décimaux double de celui que l'on veut obtenir à la racine, et l'on extrait la racine carrée de cette fraction décimale.

Exemple. $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}$

La fraction $\frac{36}{49}$ réduite en décimales est 0,73469487; or, $\sqrt{0,73469387} = 0,8571$.

* 468. *Comment vérifie-t-on l'exactitude de la racine trouvée?* — * 469. *Quelle est la règle à suivre pour avoir des décimales à la racine?* — * 470. *Comment extrait-on la racine carrée d'une fraction?*

PROBLÈMES SUR LA RACINE CARRÉE.

* P. 3014. Quelle est la racine carrée de chacun des nombres suivants : 1° 169 unités; 2° 576 unités; 3° 1225 unités; 4° 2401 unités; 5° 3249 unités; 6° 4096 unités; 7° 5329 unités; 8° 6724 unités; 9° 9801 unités; 10° 18816 unités?

* P. 3015. Quelle est la racine carrée de chacun des nombres suivants : 1° 61009 unités; 2° 454276 unités; 3° 505521 unités; 4° 637821 unités; 5° 648132 unités; 6° 738417 unités; 7° 809215 unités; 8° 927748 unités; 9° 977137 unités; 10° 999999 unités?

** P. 3016. Quelle est, à moins d'un centième près, la racine carrée de chacun des nombres suivants : 1° 9828432 unités; 2° 16032016 unités; 3° 30858025 unités; 4° 31900584 unités; 5° 96964006 unités?

** P. 3017. Quelle est, à moins d'un millième près, la racine carrée de chacun des nombres suivants : 1° 100000000 d'un.; 2° 147219689 unit.; 3° 773618596 unit.; 4° 1344395556 un.?

** P. 3018. Quelle est la racine carrée de chacun des nombres décimaux suivants : 1° 152413839 unités 36 centièmes; 2° 1281002839 unités 21 centièmes; 3° 609151 unités 76100 cent-millièmes?

** P. 3019. Quelle est la racine carrée de chacune des quantités décimales suivantes : 1° 0,401; 2° 0,83754; 3° 0,0008783; 4° 75328 billionièmes?

*** P. 3020. Quelle est, à moins d'un millième près, la racine carrée de chacune des fractions suivantes : 1° $^4/_9$; 2° $^3/_7$; 3° $^5/_{12}$; 4° $^{17}/_{28}$?

* P. 3021. Soit proposé de trouver la racine carrée de 1368, à moins d'un centième près, c'est-à-dire avec deux décimales.

** P. 3022. On veut entourer de murs un terrain carré qui contient 3600 mètres de superficie : on demande quelle sera la longueur des murs.

** P. 3023. Un jardinier a 3969 choux qu'il veut planter en carré, de manière qu'ils forment des lignes droites et parallèles en long et en large : on demande combien il y aura de choux dans chaque rangée, sur les quatre faces.

** P. 3024. Un terrain de forme carrée est planté d'arbustes à 1 mètre de distance : combien y en a-t-il sur chaque face, si le terrain en contient 94864?

** P. 3025. Combien faut-il placer d'arbres sur chaque côté d'un terrain carré qui doit en contenir 15129 en totalité?

*** P. 2026. On veut rendre carré un terrain qui a 625 mètres de longueur sur 400 de largeur : on demande de combien on doit diminuer la longueur et augmenter la largeur pour que le terrain ait la même superficie.

** P. 3027. On demande la racine carrée de 87567, à moins d'un millième près.

** P. 3028. Un terrain de forme circulaire, ayant 119025 mètres de superficie, doit être changé pour un terrain carré ayant la même superficie : quelles seront les dimensions de ce dernier?

** P. 3029. Un jardin qui a 90 mètres de long et 40 de large, doit être échangé avec un autre de forme carrée : quelles sont les dimensions de ce dernier?

** P. 3030. Combien faut-il payer pour faire recrépir les quatre murs d'un jardin de 8100 mètres de superficie, à 1 fr. 75 c. le mètre, les murs ayant 2 mètres 30 centimètres de hauteur?

** P. 3031. On veut former un parterre de 961 mètres carrés : quelle sera la longueur de ses côtés?

*** P. 3032. On a deux nombres, le plus grand est 40, et le total de leurs carrés est 1625 : quel est le plus petit?

RACINE CUBIQUE.

* 471. On appelle CUBE ou troisième puissance d'un nombre le produit de ce nombre pris trois fois comme facteur.

Ainsi les cubes des nombres suivants :
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 2/3, 0,5 sont
1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 8/27, 0,125.

* 472. On indique le cube d'un nombre par le chiffre 3 écrit à la droite et un peu au-dessus du nombre qu'on renferme entre parenthèses lorsqu'il est fractionnaire.

Ex. $4^3 = 64$; $(2,4)^3 = 13,824$; $(\frac{3}{4})^3 = \frac{27}{64}$.

* 473. Le cube d'un nombre renfermant des dizaines et des unités est composé : 1° du cube des dizaines; 2° du produit de trois fois le carré des dizaines par les unités; 3° de trois fois les dizaines par le carré des unités; 4° du cube des unités.

En effet, soit à cuber le nombre 24, par exemple, et supposons-le décomposé en 20 + 4, nous aurons d'abord par la première multiplication.

---

* 471. *Qu'appelle-t-on cube ou troisième puissance d'un nombre?* — * 472. *Comment indique-t-on le cube d'un nombre?* — * 473. *De quoi se compose le cube d'un nombre de plusieurs chiffres?*

$$\begin{array}{l} 20 + 4 \\ 20 + 4 \\ \hline (20 \times 20) + (20 \times 4) + (20 \times 4) + (4 \times 4)\ 20 + 4 \\ \text{par la 2e} \\ \hline (20 \times 20 \times 20) + (20 \times 20 \times 4) + (20 \times 20 \times 4) \\ + (20 \times 4 \times 4) + (20 \times 20 \times 4) + (20 \times 4 \times \\ 4) + (20 \times 4 \times 4) + (4 \times 4 \times 4) \\ \hline \end{array}$$

en réduisant $(20 \times 20 \times 20) + 3\,(20 \times 20 \times 4) + 3\,(20 \times 4 \times 4) + (4 \times 4 \times 4)$

où l'on voit séparément : 1° le cube des dizaines; 2° trois fois le carré des dizaines multiplié par les unités; 3° trois fois les dizaines multipliées par le carré des unités; 4° le cube des unités. Donc, le cube d'un nombre est composé, etc.

* 474. On appelle RACINE CUBIQUE d'un nombre le nombre qui, étant pris trois fois comme facteur, reproduit celui dont il est la racine.

Ainsi, les racines cubiques des nombres

1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 8/27, 0,125, sont
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 2/3, 0,5.

* 475. Pour indiquer qu'il faut extraire la racine cubique d'un nombre on emploie le signe $\sqrt[3]{}$, qu'on appelle radical.

Ex. $\sqrt[3]{27} = 3$; $\sqrt[3]{8/27} = \frac{2}{3}$; $\sqrt[3]{0,125} = 0,5$.

* 476. Pour extraire la racine cubique d'un nombre quelconque, il faut suivre la méthode suivante :

Si le nombre proposé n'a pas plus de trois chiffres, sa racine se trouve dans les unités; car 10, qui est le plus petit nombre de deux chiffres, en a 4 à son cube ($10 \times 10 \times 10 = 1000$). Si le nombre en contient plus de trois, on le partage en tranches de trois chiffres en allant de droite à gauche; la dernière peut en avoir moins de trois. On cherche ensuite la racine cubique de la dernière tranche, on l'écrit au-dessus du trait horizontal, et on retranche le cube de cette

* 474. *Qu'appelle-t-on racine cubique d'un nombre?* — * 475. *Par quel signe indique-t-on qu'il faut extraire la racine cubique d'un nombre?* — * 476. *Quelle est la règle à suivre pour extraire la racine cubique d'un nombre?*

racine du nombre sur lequel on opère; à côté du reste, on écrit la tranche suivante; on en sépare les deux chiffres à droite par un point; puis, on divise la partie à gauche du point par le triple carré des dizaines; on écrit le quotient à la racine; après quoi, on soustrait de la tranche que l'on vient de diviser la somme du produit du triple carré des dizaines multiplié par ce dernier chiffre, + le produit du triple des dizaines multiplié par le carré des unités, + le cube des unités.

** 477. On pourrait aussi, ce qui est plus expéditif quand il y a plus de deux tranches, cuber la racine obtenue, et retrancher ce cube de l'ensemble des tranches déjà employées. On renouvelle les mêmes opérations toutes les fois qu'on écrit une nouvelle tranche à côté du reste. Le nombre qui se trouve à la racine exprime alors la racine cubique du nombre proposé.

*** 478. Tout nombre entier qui n'est pas le cube d'un nombre entier ne peut avoir pour racine cubique un nombre fractionnaire exact. Par exemple, 16 étant compris entre 8 et 27, sa racine cubique est comprise entre 2 et 3 et ne peut être exprimée en décimales d'une manière exacte.

Soit proposé de trouver la racine cubique de 12167.

Opération.

$$\begin{array}{r|l} 12.167 & 23 \\ 41.67 & \overline{12} \\ 0000 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20 \times 20 \times 3 \times 3 = 3600 \\ 20 \times 3 \times 3 \times 3 = 540 \\ 3 \times 3 \times 3 = 27 \\ \hline 4167 \end{array}$$

Je dis que ce nombre est composé de quatre parties, dont la plus grande est le cube des dizaines; or, le cube des dizaines ne peut être que dans les mille ($10 \times 10 \times 10 = 1000$); j'en sépare donc trois chiffres, et je cherche la racine du plus grand cube contenu dans 12; je trouve que c'est 2, je l'écris au-dessus du trait horizontal; je cube cette racine, je la retranche du nombre sur lequel j'opère; j'écris à la droite du reste l'autre tranche, et j'ai 4167. Ce nombre contient encore trois parties dont la plus grande

** 477. *Quel moyen plus expéditif pourrait-on employer quand il y a plus de tranches au nombre dont on extrait la racine cubique?* — *** 478. *Tout nombre entier qui n'est pas le cube d'un nombre entier peut-il avoir pour racine un nombre fractionnaire?*

est le produit de trois fois le carré des dizaines par les unités; mais ce produit ne peut être que dans les centaines ($10 \times 10 \times 3 \times 1 = 300$); c'est pour cela que j'en sépare 2 chiffres à droite par un point, et je dis : puisque 41 contient le produit de trois fois le carré des dizaines par les unités, si je le divise par trois fois le carré des dizaines, il viendra les unités au quotient. Je carre donc 2, puis je triple ce carré, et j'ai pour diviseur 12; je divise 41 par ce nombre, et il vient 3, que j'écris à la racine. Pour m'assurer que 3 égale les unités, j'essaie si je puis retrancher de 4167 les trois nombres qui y sont contenus, c'est-à-dire trois fois le carré des dizaines × les unités, + trois fois les dizaines × le carré des unités, + le cube des unités; et comme je vois qu'il ne reste rien, j'en conclus que 23 est la racine cubique de 12167.

Si le nombre dont on veut avoir la racine avait trois tranches, sa racine serait composée de dizaines et d'unités; or, le cube de ces dizaines se trouverait dans les mille; on en séparerait donc les mille, qui forment deux tranches, pour en extraire la racine cubique; puis on opèrerait sur ces deux tranches comme on a fait pour extraire la racine du nombre précédent qui n'en avait que deux. On aurait les unités en raisonnant et en opérant comme on a fait pour les avoir dans l'exemple précédent.

* 479. On reconnaît que le dernier chiffre écrit à la racine est trop faible lorsque le reste est un nombre qui contient trois fois le carré de celui qui est à la racine, + trois fois ce nombre, + l'unité.

* 480. Pour approcher de la véritable racine au moyen des décimales, il faut écrire, à la droite de ce qui reste après l'extraction, autant de fois trois zéros qu'on veut avoir de chiffres décimaux à la racine, et on opère ensuite comme à l'ordinaire, ayant soin de séparer à la racine autant de chiffres que l'on a écrit de fois trois zéros à la droite du reste.

Ceci est évident; si la racine doit avoir un certain nombre de chiffres décimaux, le cube en aura trois fois plus.

S'il s'agissait d'un nombre accompagné déjà de chiffres décimaux, on les compterait avec les zéros qu'on écrit.

---

* 479. *Comment connaît-on que le dernier chiffre écrit à la racine est trop faible ?* — * 480. *Comment obtient-on des décimales à la racine ?*

Exemple.

Soit à extraire la racine cubique du nombre 36,20, à moins d'un millième près.

36,200 000 000	3,308
92.00	27
2630.000.00	3267
1 005 888	326700

Comme il y a deux chiffres décimaux au nombre dont on demande la racine, je n'écris que sept zéros pour avoir les trois tranches qui doivent donner les trois chiffres décimaux à la racine; après quoi, j'opère comme à l'ordinaire.

*** 481. Pour extraire la racine cubique d'une fraction, on extrait la racine cubique du numérateur, puis celle du dénominateur; ou encore, on réduit la fraction proposée en décimales, en ayant soin de calculer un nombre de chiffres décimaux triple de celui que l'on veut obtenir à la racine, et l'on extrait la racine cubique de cette fraction décimale.

Exemple. $\sqrt[3]{\frac{343}{512}} = \frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{512}} = \frac{7}{8}$

La fraction $\frac{343}{512}$ réduite en décimales, donne 0,669941; or $\sqrt[3]{0,669941} = 0,87$.

PROBLÈMES SUR LA RACINE CUBIQUE.

* P. 3033. Quelle est la racine cubique de chacun des nombres suivants : 1° 1331 unités; 2° 3375 unités; 3° 12167 unités; 4° 32768 unités?

* P. 3034. On propose d'extraire la racine cubique de chacun des nombres suivants : 1° 185193 unités; 2° 272144 unités; 3° 456533 unités; 4° 704969 unités?

* P. 3035. On désire savoir quelle est la racine cubique de chacun des nombres suivants : 1° 1367631 unités; 2° 9938375 unités; 3° 41781923 unités; 4° 96071912 unités.

* P. 3036. On demande la racine cubique de chacun des nombres suivants : 1° 300763000 unités; 2° 476373541 unités; 3° 709732288 unités; 4° 736314927 unités.

** P. 3037. Quelle est, à moins d'un centième près, la racine cubique de chacun des nombres suivants : 1° 1802485322 unités; 2° 80480964 unités; 3° 41709719232 unités; 4° 183250432000 unités?

*** 481. *Comment extrait-on la racine cubique d'une fraction ?*

** P. 3038. On désire savoir quelle est, à moins d'un centième près, la racine cubique de chacun des nombres suivants : 1° 14897132847 unit. ; 2° 45844273539 unit. ; 3° 102563235427 unités ;

** P. 3039. Quelle est, à moins d'un millième près, la racine cubique de chacun des nombres suivants : 1° 3 unités ; 2° 7 unités ; 3° 915 unités ?

** P. 3040. Quelle est la racine cubique de chacun des nombres décimaux suivants : 1° 95961827973 unités 391154 ; 2° 312733011115 unités 263375 ; 3° 314709521 unités 608 ?

** P. 3041. Quelle est la racine cubique de chacune des fractions décimales suivantes : 1° 0,518 ; 2° 0,12965 ; 3° 5616 millionièmes ?

*** P. 3042. On demande quelle est, à moins d'un millième près, la racine cubique de chacune des fractions suivantes : 1° $^{64}/_{125}$; 2° $^{2979}/_{42875}$; 3° $^{8872}/_{24389}$; 4° $^{57}/_{4913}$?

*** P. 3043. Une citerne de forme cubique doit contenir 2744 mèt. cubes d'eau, quelles en seront les dimensions ?

DES PROGRESSIONS PAR DIFFÉRENCE.

* 482. On appelle PROGRESSION PAR DIFFÉRENCE une suite de termes qui présentent constamment la même différence entre un terme quelconque et le suivant.

Telles sont les progressions :

÷ 2. 4. 6. 8. 10. 12.
÷ 15. 12. 9. 6. 3.

Dans le premier exemple, la progression est *croissante ;* et dans le deuxième, elle est *décroissante.*

* 483. La différence, qui est la même entre tous les termes consécutifs, est appelée raison de la progression.

* 484. Pour écrire les progressions par différence, on les fait précéder d'un trait horizontal placé entre deux points (÷), et on place un point entre chaque terme de la progression. On les lit : comme 2 est à 4, 4 est à 6, 6 est à 8, 8 est à 10, etc.

* 485. Chaque terme d'une progression par différence égale le premier plus autant de fois la raison qu'il y a

* 482. *Qu'appelle-t-on progression par différence ?* — * 483. *Qu'appelle-t-on raison de la progression ?* — * 484. *Comment écrit-on les progressions par différence ?* — * 485. *Qu'égale un terme quelconque d'une progression par différence ?*

de termes avant lui, si la progression est croissante ; et moins autant de fois la raison, si la progression est décroissante.

Soit la progression : ÷ 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17.
Le 2e terme 5 = 3 + 2 = 3 + 1 fois la raison ;
Le 3e terme 7 = 5 + 2 = 3 + 2 fois la raison ;
Le 4e terme 9 = 7 + 2 = 3 + 3 fois la raison.
De ce qui précède, on conclut les principes suivants :

* 486. Pour avoir un terme quelconque d'une progression par différence, il faut multiplier la raison par un nombre égal à celui des termes qui précèdent celui qu'on cherche, et ajouter le produit au premier terme de la progression si elle est croissante, et, au contraire, l'en retrancher si elle est décroissante.

Exemple. Un escalier a 24 marches ; la première a 12 centimètres de hauteur, et les autres 17 centimètres chacune : quelle est l'élévation de la dernière au-dessus du sol ?

Solution. La dernière marche est élevée au-dessus du sol de 23 fois 17 centimètres + 12 centimètres, ou de 23 fois la raison de la progression qui est 17 centim., + le premier terme qui égale 12 centimètres. En opérant, nous avons (0,17 × 23) + 0,12 = R. 4 mètres 03.

* 487. Pour avoir le premier terme d'une progression dont on connaît le dernier terme et la raison, si la progression est croissante, il faut soustraire de ce dernier terme le produit de la raison par le nombre des termes qui précèdent le dernier ; si la progression est décroissante, il faut ajouter le produit au dernier terme.

* 488. Pour avoir la raison d'une progression, il faut soustraire de l'autre le plus petit des deux termes connus, et diviser la différence par le nombre de termes compris entre ces deux termes connus, + 1.

*** 489. La somme de deux termes pris à égale distance des extrêmes est constante et égale la somme des extrêmes.

Écrivons une même progression sous une forme croissante, et sous une forme décroissante, comme :

* 486 *Comment détermine-t-on un terme quelconque d'une progression par différence ?* — * 487. *Que faut-il faire pour avoir le premier terme d'une progression ?* — * 488. *Comment obtient-on la raison d'une progression ?* — *** 489. *Que vaut la somme de deux termes pris à égale distance des extrêmes ?*