gues aux précédentes; mais nous ferons observer que, d'après ce qu'on a dit, n° 60, lorsque le degré de la racine est le produit de plusieurs facteurs, elle peut se décomposer en racines successives de degrés moindres. Ainsi de $12 = 2 \times 2 \times 3$, on conclut que la racine douzième revient à deux racines carrées et une racine cubique. Pour $\sqrt{244140625}$, on prendra d'abord la racine cubique qui est 625, puis $\sqrt{625}$ qui est 25, enfin $\sqrt{25} = 5$, qui est la racine douzième cherchée. L'extraction des racines est une opération très-pénible, mais qui sera bientôt rendue facile, par les belles propriétés des logarithmes (n° 87).

CHAPITRE IV.

DES RAPPORTS.

Des Equidifférences et Proportions.

70. On compare les grandeurs sous deux points de vue, en cherchant, ou l'excès de l'une sur l'autre, ou le nombre de fois qu'elles se contiennent mutuellement. Le résultat de cette comparaison s'obtient par une soustraction dans le premier cas, et par une division dans le second. On nomme Raison ou Rapport de deux nombres le quotient qu'on trouve en divisant l'un par l'autre. C'est ainsi que 3 est le rapport de 12 à 4, puisque 3 est le quotient de 12 : 4. On pourrait également dire que le rapport de 12 à 4 est \(\frac{h}{12}\) ou \(\frac{1}{3}\), puisqu'il est indifférent de dire que le premier des nombres est triple du second, ou que celui-ci est le tiers de l'autre. Nous conviendrons à l'avenir de diviser le premier nombre énoncé par le second.

Le premier terme d'un rapport est l'Antécédent, le second est le Conséquent.

On sait (n° 4) que la différence de deux nombres demeure la même lorsqu'on les augmente ou diminue de la même quantité, et qu'on ne change pas un rapport (n° 15) en multipliant ou divisant ses deux termes par un même nombre:

$$12-5=13-6=11-4$$
; $\frac{42}{12}=\frac{14}{4}=\frac{7}{4}$.

Il est aisé d'attacher un sens net au rapport des quantités irra-

tionnelles, puisqu'elles n'entrent dans le calcul que comme représentant leurs valeurs approchées (n° 63). Du reste, ce rapport peut quelquefois être commensurable : ainsi,

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \frac{\sqrt{4}}{1} = \frac{2}{1}.$$

71. Lorsque la différence entre deux nombres, tels que 10 et 8, est la même qu'entre deux autres 7 et 5, ces quatre quantités forment une Équidifférence; 10-8=7-5. Quand le rapport de deux nombres est le même que celui de deux autres, ces quatre quantités forment une Proportion; elle résulte de l'égalité de deux rapports: 20 et 10, aussi bien que 14 et 7, ont 2 pour rapport; on a donc une proportion entre 20, 10, 14 et 7, qu'on écrit ainsi, 20:10::14:7, et qu'on énonce 20 est à 10 comme 14 est à 7. On peut aussi l'indiquer ainsi, $\frac{20}{70}=\frac{14}{7}$. Lorsque nous préférerons cette dernière notation, ce qui arrivera le plus souvent, nous lui conserverons l'énoncé reçu: 20 est à 10 comme 14 est à 7; et non pas 20 divisé par 10 égale 14 divisé par 7, quoique ces locutions soient équivalentes.

Les termes 20 et 7 sont les Extrêmes, 10 et 14 les Moyens de la proportion.

Lorsque les deux moyens sont égaux entre eux, on dit que la Proportion est Continue: telle est la suivante: 16:24:36, qu'on écrit ainsi: ... 16:24:36. Le second terme se nomme Moyen proportionnel.

Il est visible que l'idée la plus générale qu'on puisse se faire de la mesure des grandeurs (n° 36) consiste à avoir leur rapport avec Punité de leur espèce. Ainsi, lorsqu'on dit qu'une chose est $=\frac{5}{7}$, ou est cinq fois le septième de l'unité, cela revient à dire que le rapport de cette grandeur à l'unité est le même que celui de 5 à 7. De même (n° 63) on mesure l'incommensurable $\sqrt{7}$, en remplaçant son rapport avec l'unité par celui de deux nombres, tels que 13 et 5, qui donnent la proportion inexacte, mais approchée,

72. Suivant que les restes de deux soustractions 10-8 et 7-5 sont égaux ou inégaux, ils le seront encore après leur avoir ajouté la somme 8+5 des quantités soustractives; ce qui donne 10+5 et 7+8. Donc, lorsqu'on a l'équidifférence 10-8=7-5, la

somme des extrêmes est égale à celle des moyens; et réciproquement si 10 + 5 = 7 + 8, on a l'équidifférence 10 - 8 = 7 - 5.

Il est donc bien aisé de trouver un terme d'une équidifférence connaissant les trois autres termes; car soit demandé le quatrième terme x, les trois premiers étant 10, 8 et 7; puisque l'inconnue x, augmentée de 10, doit être $= 8 \dotplus 7$, il faut (n° 4) que $x = 8 \dotplus 7 — 10 = 5$; on a donc l'équidifférence

$$10-8=7-5$$
.

Soient pareillement deux rapports $\frac{6}{3}$ et $\frac{14}{7}$: pour juger s'ils sont égaux ou inégaux, il faut les multiplier par 3×7 , produit des dénominateurs, on a 6×7 d'une part, et 14×3 de l'autre. Donc, si l'on a quatre nombres en proportion, 6:3:14:7, le produit des extrêmes est égal à celui des moyens.

Réciproquement, si l'on a quatre nombres 6, 3, 14 et 7, tels que les produits 6×7 et 3×14 se trouvent égaux, on en conclura l'égalité de leurs rapports, ou la proportion 6:3:14:7, ou $=\frac{6}{3}=\frac{14}{7}$: donc on peut toujours former une proportion avec les facteurs de deux produits égaux.

1º Le produit des moyens devient un carré, s'ils sont égaux. Donc le moyen proportionnel entre deux nombres est la racine carrée de leur produit. Entre 3 et 12, le moyen proportionnel est \bigvee (3×12)=6, savoir \vdots 3:6:12. Réciproquement, si l'on a 6^2 = 3 × 12, on pourra former la proportion continue:

2º Si une proportion renferme un terme inconnu, telle que 6:3::14:x; comme trois fois 14 doit être égal à six fois l'inconnue, elle est (n° 5) le quotient de 3 × 14 divisé par 6, ou $\frac{42}{6} = 7$; donc 6:3::14:7. En général, l'un des extrêmes se trouve en divisant le produit des moyens par l'extrême connu. Si l'inconnue était un moyen, on diviserait le produit des extrêmes par le moyen connu.

3° On peut, sans détruire une proportion, faire subir aux divers termes qui la composent tous les changements qui conduisent encore à donner le produit des extrêmes égal à celui des moyens.

Ainsi pour 6 : 3 :: 14 : 7, qui donne $6 \times 7 = 3 \times 14$, on peut I. Déplacer les extrêmes entre eux, ou les moyens entre eux (ce

qu'on désigne par Alternando); ainsi,

II. Mettre les extrêmes à la place des moyens (ce qu'on nomme Invertendo):

III. Enfin, multiplier ou diviser les deux antécédents, ou les deux conséquents, par le même nombre (n° 70).

73. En appliquant le théorème du n° 38, 4°, à la proportion 30 : 6 :: 15 : 3, ou $\frac{30}{6} = \frac{15}{3}$, on trouve

$$\frac{30 \pm 15}{6 \pm 3} = \frac{15}{3}$$
, et $\frac{30 + 15}{6 + 3} = \frac{30 - 15}{6 - 3}$.

Si l'on fait le produit des extrêmes et celui des moyens, les produits communs à l'un et à l'autre peuvent être supprimés, et il reste les quantités 30 × 3 et 15 × 6, égales d'après la proportion donnée.

Donc, 1° la somme ou la différence des antécédents est à celle des conséquents, comme un antécédent est à son conséquent.

2° La somme des antécédents est à leur différence, comme la somme des conséquents est à leur différence.

3° Soit une suite de rapports égaux $\frac{6}{3} = \frac{10}{5} = \frac{14}{7} = \frac{30}{15}$, on aura $\frac{6+10+14+30}{3+5+7+15} = \frac{14}{7} = \frac{30}{15}$; donc, dans toute suite de rapports égaux, la somme des antécédents est à celle des conséquents, comme un antécédent est à son conséquent.

4° Si l'on renverse la proportion donnée, on a 30 : 15 :: 6 : 3, d'où $\frac{30 \pm 6}{15 + 3} = \frac{6}{3}$ (Componendo, Dividendo).

74. On peut multiplier deux proportions terme à terme. En effet, 30: 15:: 6:3, et 2:3:: 4:6 donnent les fractions égales $\frac{3 \circ}{10} = \frac{6}{3}$, et $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$; on trouve, en les multipliant,

$$30 \times 2:15 \times 3::6 \times 4:3 \times 6.$$

Donc, on peut élever les termes d'une proportion au carré, au cube, et par conséquent on peut aussi en extraire la racine carrée, cubique....

Des Règles de Trois.

75. Lorsque les éléments d'un problème peuvent former une proportion dont l'inconnue est le dernier terme, un calcul simple (n° 72, 2°) donne la valeur de ce terme : c'est ce qu'on nomme une Règle de trois. Ainsi 30 ouvriers ont fait 20 mètres d'ouvrage ; combien 21 ouvriers en feraient-ils dans le même temps? Accordons, pour un moment, que les conditions de cette question soient exprimées par la proportion 30 : 20 :: 21 : x, en désignant par x le nombre de mètres demandé; on en conclut que cette inconnue

$$x = \frac{20 \times 21}{30} = 14.$$

Lorsqu'on veut résoudre, à l'aide d'une règle de trois, une question proposée, il est nécessaire de s'assurer si la solution peut dépendre des proportions; après quoi il ne reste d'autre difficulté qu'à placer les nombres contenus dans la question, aux rangs qui leur conviennent dans la proportion.

On reconnaît que la solution d'une question dépend des règles de trois, lorsque l'énoncé est formé de deux périodes : les deux termes de la première étant Homogènes respectivement à ceux de la seconde, c'est-à-dire, de même nature deux à deux; et que de plus ces deux termes peuvent être multipliés ou divisés par le même nombre sans altérer la solution.

Ainsi, dans notre problème, 30 ouvriers et
21 ouvriers sont homogènes, et l'on pourrait multiplier ces deux nombres par 4 ou par 3...., sans
y rien changer. Si l'on disait, par exemple, 60 ouvriers ont fait
20 mètres, combien 42 en feraient-ils? cette question aurait visiblement la même solution que la première.

Au contraire, le temps qu'une pierre emploie à tomber n'étant pas double lorsque la hauteur est double; un tonneau n'employant pas à se vider un temps triple, lorsque sa capacité est triple, ces éléments ne peuvent faire partie d'une règle de trois.

76. Après avoir reconnu que la solution d'un problème peut être donnée par une proportion, il s'agit d'assigner à chaque terme le rang qu'il y doit occuper. Le quatrième et le troisième sont d'abord l'inconnue et son homogène, qui seul peut lui être comparé. Le second rapport étant ainsi une fois établi, il reste à former le pre-

mier, lequel est composé des deux autres nombres compris dans le problème, et homogènes entre eux. Or, la question fait connaître lequel doit être le plus grand des deux termes déjà posés, c'est-àdire de l'inconnue et de son homogène; et, comme les antécédents doivent être ensemble plus grands l'un et l'autre, ou moindres que leurs conséquents, il est facile de décider lequel de ces deux termes homogènes qui restent à placer doit occuper le premier ou le second rang.

Ainsi, dans la question précédente, après avoir posé 20 mètres : x mètres, on voit que 21 ouvriers doivent faire moins d'ouvrage que 30, et que le conséquent x est < 20; donc, des deux nombres 30 et 21 qui restent à placer, 30 est le premier, et l'on a 30 : 21 :: 20 : x.

Les deux exemples suivants éclairciront ceci.

Un ouvrage a été fait en 5 jours par 57 ouvriers; combien faudrait-il de jours à 19 ouvriers; combien faudrait-il de jours à 19 ouvriers pour faire le même ouvrage? Puisqu'on
pourrait prendre deux ou trois fois plus de jours et autant de fois
moins d'ouvriers, la question dépend des proportions. On placera
d'abord 5 jours; et comme il faut plus de jours à 19 ouvriers qu'à 57 pour accomplir la même tâche, le conséquent x est
>que 5; 57 est donc le conséquent du premier rapport, et l'on a

19 ouv.: 57 ouv.:: 5 jours:
$$x$$
 jours. $x = \frac{5.57}{19} = 15$ jours.

Il a fallu 6 mètres d'une étoffe large de $\frac{3}{4}$ pour couvrir un meuble; combien en faudra-t-il d'une étoffe large de $\frac{2}{3}$? Quoiqu'ici les quatre termes soient des mètres, on reconnaît que les uns expriment des longueurs et les autres des $\frac{3}{4}$ 6 mèt. largeurs, et que 6 mètres et l'inconnue sont les deux $\frac{3}{3}$ x homogènes. Ainsi, la proportion est terminée par 6 mètres: x mètres. Or, il faut moins de longueur à l'étoffe qui est la plus large; comme $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$, on a x > 6; ainsi $\frac{2}{3}$ est l'antécédent du premier rapport, et l'on trouve $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} : : 6 : x$, d'où

$$x = 6 \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = 6 \frac{3}{4}$$

77. Quoiqu'il soit toujours facile de faire ce raisonnement, en l'évitant on donne plus de rapidité au calcul. On distingue deux sortes de rapports: le Direct, formé de nombres qui croissent ou décroissent ensemble; l'un décroît au contraire quand l'autre croît, dans le rapport Inverse. Les 30 ouvriers et 20 mètres de la première

question sont en rapport direct, parce que plus il y a d'ouvriers, et plus ils font d'ouvrage. Dans la seconde, au contraire, 57 ouvriers et 5 jours sont en rapport inverse, parce que plus il y a d'ouvriers, et moins on doit les employer de jours pour faire un ouvrage.

Lorsque les termes d'une question sont en rapport direct, et que, dans l'énoncé, les termes homogènes se présentent dans le même ordre dans les deux périodes de la phrase, ces termes conservent leurs rangs dans la proportion. Ainsi 30 ouvriers ont fait 20 mètres d'ouvrage, combien 21 ouvriers en feraient-ils? On pose 30: 20:: 21: x. Si l'on eût énoncé ainsi la question: 20 mètres ont été faits par 30 ouvriers, combien 21 ouvriers en feraient-ils? les termes homogènes ne seraient plus dans l'ordre voulu; ils ne s'y présentent dans les mêmes rangs qu'ils doivent occuper dans la proportion, qu'autant qu'en posant la question, on donne le même ordre aux termes homogènes dans les deux périodes de l'énoncé.

Mais si le problème a ses rapports inverses, les termes doivent procéder en sens opposés dans la proportion, de sorte que le dernier des nombres énoncés soit écrit le premier, l'avant-dernier le second, etc....; l'inconnue étant toujours à la quatrième place *.

* On peut éviter l'emploi des proportions, dans tous ces problèmes, en réduisant à l'unité l'un des deux termes de la première période de l'énoncé: c'est ce qu'on fait en multipliant les deux termes de cette période, quand ils sont en rapport inverse, et divisant l'un par l'autre quand ce rapport est direct. En voici des exemples:

1er cas. Règles directes. On divise l'un des termes de la première période par l'autre, et l'on remplace ce dernier par 1. Dans la première question, 30 ouvriers font 20 mètres, etc., comme moins on a d'ouvriers et moins ils font d'ouvrage, on posera : si un

ouvrier fait $\frac{20}{30}$ mètres, combien 21 ouvriers en feront-ils? Évidemment 21 fois davantage,

ou
$$x = \frac{20}{30} \times 21 = 14.$$

2° cas. Règles directes. On multiplie l'un par l'autre les deux termes de la première période, et l'on remplace par 1 celui des deux qu'on veut. Dans le 2° problème, 5 jours ont suffi à 57 ouvriers, etc., comme moins on emploie d'ouvriers et plus il faut de jours pour faire le travail, on peut prendre 57 fois plus de temps et un seul ouvrier, savoir: un seul homme a employé 57 × 5 jours, combien 19 ouvriers mettraient-ils de temps? 19 fois

moins, ou $x = \frac{57 \times 5}{19} = \frac{285}{19} = 15$ jours.

Dans tous les cas, le terme qu'on doit réduire à l'unité dans la première période est celui qui est homogène, ou de même espèce que le terme donné dans la deuxième période. On fera bien de beaucoup s'exercer à cette sorte de raisonnement : les questions énoncées dans le texte scront résolues par ce procédé. On en trouvera un grand nombre d'applications dans le Recueil des problèmes de M. Grémilliet, ainsi que de toutes les règles d'arithmétique : cet estimable ouvrage est très-utile pour former les jeunes gens au calcul numérique.

Un homme a fait une route en 8 jours, marchant 7 heures par jour; combien eût-il mis de temps s'il eût marché 10 heures par jour? Règle inverse, parce qu'en marchant plus d'heures par jour, il faut moins de jours pour parcourir la même distance: ainsi, $10:7::8:x=5\frac{3}{5}$.

Voici quelques exemples des règles de trois :

I. Si 17 marcs 5 onces 4 gros d'argent ont coûté 869 livres 15 sous 6 deniers, combien 17 869 coûteraient 14 marcs 3 onces 2 gros ½? Règle directe; donc

17m 50 4gr: 869 liv. 15 s. 6 den.:: 14m 30 2gr 1 : x liv.

On simplifie le calcul (n° 58, 2°, et 70) en multipliant les deux antécédents par 16; et l'on a 283^{m} : 869^{l} 15^{s} 6^{d} :: 230^{m} 5^{o} : x. On trouve $x = 708^{l}$ 16^{s} 1^{d} $\frac{269}{213^{3}}$.

II. 6 escadrons ont consommé un magasin de fourrages en 54 jours; en combien de jours 9 escadrons l'eussent-ils consommé? Règle inverse, d'où, 9:54:6:x=36.

III. Un vaisseau a encore pour 10 jours de vivres; mais on veut tenir la mer encore 15 jours:

à quoi doit être réduite chaque ration? On ne trouve pas ici quatre termes; mais il est évident

que l'un est sous-entendu, et que le problème doit être conçu de cette manière. On donnerait la ration 1 à chaque homme, s'il fallait tenir la mer 10 jours; on doit la tenir 15 jours, que donnera-t-on? Règle inverse : ainsi, $15 \div 10 \div 1 \div x = \frac{2}{3}$.

 la somme des fractions du réservoir qu'emplit chaque fontaine en 1^h.

78. Règles de trois composées. On ramène souvent aux proportions des questions qui renserment plus de trois termes donnés. Il faut alors qu'elles soient formées de deux périodes qui contiennent des nombres homogènes, deux à deux, et variables proportionnellement. En voici un exemple.

Si 20 hommes ont fait 160 mètres d'ouvrage en 15 jours, combien 30 hommes en Hommes. Mètres. Jours. feraient-ils en 12 jours?

Il se présentera deux cas, suivant que les termes qui ne répondent pas à l'inconnue sont en rapport direct ou inverse. Ici, 20 hommes et 15 jours sont en rapport inverse; car plus on emploie d'ouvriers, et moins il est nécessaire de les occuper de temps pour accomplir une même tâche; en sorte qu'on peut doubler, tripler.... l'un des nombres, pourvu qu'on divise l'autre par 2, 3.... et la question reste la même. Multiplions 20 hommes par 15, et divisons 15 jours par 15; il viendra 300 hommes et 1 jour : de même, multiplions 30 hommes par 12, et nous aurons 360 hommes et 1 jour. La question devient donc, si 300 hommes ont fait Hommes. Mètres. Jour. 160 mètres en un jour, combien 360 hom-

mes en feront-ils en un jour? Le temps étant le même de part et d'autre, il est inutile d'y avoir égard, et * on a la règle directe 300 : 160 :: 360 : x = 192 mètres.

Lorsque le rapport est direct, on procède différemment. Par exemple, si 20 hommes Hommes. Mètres. Jours. ont fait 160 mètres en 15 jours, combien 50 160 15 audra-t-il de jours à 30 hommes pour faire 192 mètres?

Plus il y a d'hommes, et plus ils font de mètres; 20 hommes et 160 mètres sont en rapport direct. Ainsi, après avoir multiplié l'une de ces quantités par 2, 3...., il faudra aussi multiplier l'autre par le même nombre. Prenons 192 pour facteur de 20 hommes et 160 mètres, puis 160 pour facteur de 30 hommes et 192 mètres, il est clair que le nombre des mètres sera, dans les deux

cas *, 192 \times 160. On a donc cette question: si 20 \times 192 hommes ont fait un ouvrage en 15 jours, combien de jours seraient 30 \times 160 hommes à faire ce même ouvrage. Cette règle est inverse, et l'on a

$$30 \times 160 : 15 :: 20 \times 192 : x = \frac{20.192.15}{30.160},$$

$$x = \frac{2.192.5}{1.160} = \frac{192}{16} = 12.$$

On raisonnera de même dans tout autre cas : le 2° de ces problèmes peut servir de preuve à l'exactitude du 1° calcul; et, en général, en renversant le problème, on fera la preuve de l'opération. Voici encore un exemple assez compliqué:

Si 40 ouvriers ont fait 300 mètres en 8 jours, en travaillant 7 heures par jour, combien 51 ou-

vriers seraient-ils de jours à faire Hommes. Mètres. Jours. Heures. 459 mètres en travaillant 6 heures 51 459 x 6 par jour?

On verra d'abord que les ouvriers et les heures sont en rapport inverse; on mettra donc 40×7 heures d'une part, et 51×6 heures de l'autre, durant une heure, ce qui donnera lieu à la question indiquée ci-contre, Hommes. Mètres, Jours, et qu'il est inutile d'énoncer.

Hommes. Mètres, Jours, 40×7 500 8 51 $\times 6$ 459 $\times 6$

Les heures et les mètres sont en rapport direct; on fera donc 459 multiplicateur des termes de la première période, et 300 celui de la seconde; ce qui réduira le nombre des mètres à être le même de part et d'autre. On aura une règle 51 × 6 × 500 x de trois inverse, qu'on posera ainsi:

$$51 \times 6 \times 300$$
; 8; $40 \times 7 \times 459$; $x = \frac{40.7.459.8}{51.6.300}$.

On peut même, avant d'effectuer le calcul, supprimer le facteur 3, dans 300 et 6, puis 9 dans 459; d'où

$$x = \frac{40 \times 7 \times 51 \times 8}{51 \times 2 \times 100} = \frac{4 \times 7 \times 4}{10} = 11,2.$$

^{*} C'est même à la réduction de ces deux nombres à l'égalité que l'on doit tendre. On aurait pu se contenter de multiplier 20 et diviser 15 par 5; et de même, multiplier 30 et diviser 12 par 4; ce qui aurait réduit les jours au même nombre 3 dans les deux cas.

On aurait rempli le même but avec un facteur plus simple que 192; voyez ce qu'on a dit pour la réduction au même dénominateur (p. 42); nous avons pris ici 192, pour mieux faire concevoir la conséquence qui suit.

On peut encore éviter ces divers raisonnements; car, en les reproduisant sur chaque terme, comparé à l'inconnue, on voit que, lorsque le rapport sera direct, le terme devra changer de place avec son homogène; tandis que s'il forme un rapport inverse, on le laissera où il est. Enfin, on multipliera tous les nombres contenus dans chaque ligne, et l'on égalera les produits entre eux. Ainsi, dans la dernière question, les ouvriers et les jours sont en rapport inverse, ainsi que les heures et les jours; mais les mètres et les

jours forment un rapport direct : on changera de place seulement 300 et 459; on formera le $40 \times 459 \times 8 \times 751 \times 500 \times x \times 600$

produit des nombres contenus dans chaque ligne, et égalant il viendra $40 \times 459 \times 8 \times 7 = 51 \times 300 \times 6 \times x$, ce qui donne la même valeur que ci-devant: en effet, l'inconnue sera le quotient (n° 5) de $40 \times 459 \times 8 \times 7$ divisé par $51 \times 300 \times 6$.

Cette opération peut même s'appliquer aux règles de trois simples.

79. Règle de Société. Trois associés ont mis dans le commerce, l'un 12000 fr., l'autre 8000 fr., le troisième 4000 fr. Ils ont gagné 5430 fr.; on demande de partager ce gain à raison de leurs mises.

La somme totale 24000 fr. a rapporté 5430 fr. On fera donc ces trois proportions:

```
24000 : 5430 ou 2400 : 543 :: 12000 : x = 2715 fr.
2400 : 543 :: 8000 : x = 1810
2400 : 543 :: 4000 : x = 905
```

On voit que la totalité des mises est à celle des bénéfices, comme chaque mise particulière est au bénéfice qui lui est échu. La somme des bénéfices doit reproduire 5430.

Soit encore proposé le problème suivant :

Trois négociants ont mis dans le commerce, savoir, l'un 10000 fr. pendant 7 mois, l'autre 8000 fr. pendant 5 mois, le troisième 4000 fr. pendant 20 mois; on demande quelle est la part de chacun dans le bénéfice de 1500 fr.

On remarquera que les mises et les temps sont en rapport inverse: en les multipliant respectivement, on retombe sur une règle de la première espèce. L'un des associés est supposé avoir mis 70000 fr., le second 40000 fr.; le dernier 80000; les temps sont égaux. On trouvera, par la règle précédente, 552 fr.,63.... 315 fr.,79.... 631 fr.,58.... pour les gains respectifs.

Si l'on cherche d'abord le bénéfice que rapporterait une mise de 100 fr., on pourra poser aussi, pour chacune, cette proportion : si 100 fr. rapportent un tel bénéfice, quel est celui qui est dû à une telle mise? Le 1er terme, ou diviseur, est 100 dans cette règle de trois. Ainsi, toutes ces proportions seront plus faciles à résoudre, ce qui sera surtout utile lorsqu'il y aura un grand nombre de sociétaires, puisqu'on est conduit à autant de règles de trois qu'il y a de parts à faire.

80. Règle d'Intérêt. On a pour but de trouver la somme due pour de l'argent prêté, sous certaines conditions. Cette intérêt se stipule de deux manières: ou en indiquant celui que porte la somme de 100 fr., ce qu'on désigne par les mots tant pour cent (5 pour cent s'écrit ainsi: 5 p. %); ou en fixant la somme qui doit rapporter un franc d'intérêt; le Denier 14 signifie que 14 francs rapportent 1 franc.

La relation qui lie ces deux manières de stipuler l'intérêt se trouve par une proportion. Ainsi le denier 25 équivaut à 4 p. %, puisque, si l'on pose cette règle de trois, 25 fr. rapportent 1 fr., quel est l'intérêt de 100 fr.? on trouve 4 fr. De même, le denier 2 revient à 50 p. %; le denier 20, à 5 p. %.

Pour trouver l'intérêt de 54000 fr. à 5 p. $\frac{\circ}{\circ}$ par an, on pose cette règle de trois : si 100 rapporte 5, combien rapporteront 54000 fr.? Le 4° terme est 540 \times 5 = 2700 fr.; l'intérêt est, à ce taux, le 20° du capital.

Souvent l'intérêt, au lieu d'être pris pour un an, l'est pour un nombre de jours. L'usage du commerce est de faire l'année de 360 jours, ce qui simplifie beaucoup le calcul : car pour trouver l'intérêt de 54000 fr., à 5 p. $\frac{o}{a}$ par an, pendant 210 jours, on pose cette 2° proportion : si 360 jours donnent 2700 fr., combien 210 jours? Le 4° terme est l'intérêt cherché. L'opération se réduit, comme on voit, à $x = 54000 \times \frac{5.210}{36000} = 1575 (V. n° 150)$.

On tire de là cette règle: Pour trouver l'intérêt d'un capital, multipliez ce capital par le nombre de jours et par le PERCENTAGE, ou tant pour cent, et divisez par 36000.

On abrége ce calcul en observant qu'il revient à multiplier le capital par deux fractions, l'une qui est le nombre de jours divisé par 6000, et l'autre le 6° du percentage, ce qu'on fait aisément à l'aide des parties aliquotes de 6000 et de 6, comme n° 42. Ainsi, on