90 nombres de 10 à 100, les 900 de 100 à 1000.... se partagent aussi une seule unité.

La différence entre les log. ne tarde même pas à devenir assez petite pour n'affecter que les deux ou trois dernières décimales, et à être la même dans une certaine étendue de la table. Par exemple, en se bornant à sept figures seulement, 79 est l'excès de tous les log. des nombres, depuis 54700 jusqu'à 55300 environ. La différence n'est pourtant pas constante, et si l'on conservait un plus grand nombre de décimales, on la verrait varier sans cesse.

Ainsi, quoiqu'il soit faux de dire que *les nombres croissent proportionnellement à leurs logarithmes*, on voit qu'on peut le supposer sans erreur, du moins pour de grands nombres, et dans une petite étendue. Cela posé, soit demandé *le log d'un nombre qui excède les limites des tables*, tel que 5487343, par exemple, dans celles de Callet, qui ne vont que jusqu'à 108 mille. En négligeant 43, on cherche le log de 54873, qu'on trouve être 7393587, et qui ne diffère de celui de 54874 que de 79. Puisque une unité de différence entre les nombres, répond à 79 de différence entre les log., on posera cette proportion :

Si 1, *diff. entre les nombres, donne* 79, *diff. entre les log., combien* 0,43, *diff. entre les nombres, donnera-t-il de diff. entre les logarithmes?* ou $1 : 79 :: 0{,}43 : x = 34$.

Ainsi, 34 est l'excès du log de 54873,43 sur celui de 54873 : en ajoutant 34 à ce dernier, on a 7393621, et il ne s'agit plus, pour avoir le log cherché, que de mettre la caractéristique, d'après la place que la virgule occupe dans le nombre proposé : ainsi (n° 90)

$$\log 54{,}87343 = 1{,}7393621,\ \log 0{,}5487343 = \bar{1}{,}7393621,\ \text{etc.}$$

Il est inutile de remarquer que, dans notre proportion, 79 et 34 tiennent lieu de 0,0000079 et 0,0000034. D'ailleurs, les tables de Callet offrent à chaque différence logarithmique la valeur de 1, 2, 3,.... 9 dixièmes de cette différence, en sorte que le quatrième terme de la proportion est de suite calculé.

IV. Pour *trouver le nombre qui répond à* $\bar{1}{,}7393621$, on voit d'abord que ce logarithme, abstraction de la caractéristique, tombe entre les nombres 5487300 et 5487400, et que la différence entre le log proposé et celui de 5487300 est 34 ; ainsi on fera la proportion suivante, $79 : 1 :: 34 : x = \frac{34}{79}$, inverse de celle qu'on vient

d'employer : on trouve $x = 0{,}43$; ainsi le log proposé est celui du nombre 0,5487343.

Voici des règles conjointes où les log. simplifient le calcul :

I. La toise ou le pied anglais vaut 0,938293 toise ou pied français, en trouver la valeur en mètres?

x mètres	= 1 toise angl.		
1 toise angl.	= 0,938293 toise franç.		log = $\bar{1}$,9723385
1 toise franç.	= 1,949036 mètre.		log = 0,2898199
$x = 1^m{,}828767$	= 1 toise angl.		log = 0,2621584
On trouve de même 1 pied angl.	= $0^m{,}3047946$.		log = $\bar{1}$,4840072

II. Un centimètre cube d'eau pèse un gramme ; combien de livres pèse un pied cube d'eau ?

x livres	=	1 pied cube.	
29,17386 pieds cub.	=	1000 déc. cubes	log = — 1,4649939
1 décim. cube	=	1000 cent. cubes.	log = + 3,0000000
1 centim. cube	=	1 gramm. p. 60.	
1000 grammes	=	2#,04288.	log = + 0,3102421
$29{,}17386 \times x$	=	$1000 \times 2{,}04288$	log x = + 1,8452482
x	=	70#,0242 = poids d'un pied cube d'eau pure.	

III. Dans un pays où la longueur du pied est de 13 pouces de Paris, et où la perche vaut 20 pieds, on demande combien cette perche vaut de centiares, et combien l'arpent de ce pays vaut d'ares?

1 are	= 26,3245 toises carrées	169	2,2278867
1	= 36 pieds carrés	400	2,6020600
1	= 12 × 12 pouces carrés	26,3245	— 1,4203600
13 × 13	= 1 pied carré	36.	— 1,5563025
20 × 20	= 1 perche carrée	144	— 2,1583625
1	= x ares		
$13^2.20^2$	= $26{,}3245 \times 36 \times 12^2.x$	x	$\bar{1}$,6949217
169.400	= $26{,}3245 \times 36 \times 144.x$		x = 0,4954 ares.

Ainsi, la perche vaut 49,54 centiares ; l'arpent, 49,54 ares.

IV. Pour montrer comment on a pu calculer les nombres qui composent le tableau suivant, nous choisirons cet exemple. En partant de la longueur du *mètre légal*, qui est de 443^{li},296 de la toise du Pérou, et sachant que l'ancien boisseau était une capacité de

655,78 pouces cubes, on demande combien le boisseau vaut de décalitres.

x décal. = 1 boisseau	100 2
1 = 655,78 pouces cub.	1728. 3,2375457
1 = 1728 lignes cubes	655,78. 2,8167582
$(443,296)^3$ = 1 mètre cube	$(443,296)^3$ . . . — 7,9400814
1 = 1000 décim. cubes	x 0,1142205
1 = 1 litre	x = 1,30083
10 = 1 décalitre	un boisseau vaut 1,30083 décal.

$(443,296)^3 . x = 100 . 1728 . 655,78$

Rapports des mesures anciennes et nouvelles.

Un mètre = 0,513074074 toise = a . . . . . log a = $\bar{1}$,71018007
Un mètre = 3 pi. 0 po. 11 li.,296 = 3 pi.,078444 = b. log b = 0,48833132
Une toise = 1,9490363 mètre = c. . . . . log c = 0,28981993
Un pied = 0,3248394 mètre = d. . . . . log d = $\bar{1}$,51166868
Un pouce = 2,706995 centimètres . . . . . log = 0,43248743
Une aune = 43 pouc. 10 lign.,5 = 1,187694 mètre . . log = 0,0747045
M mètres valent ($a \times M$) toises ou ($b \times M$) pieds.
T toises valent ($c \times T$) mètres; P pieds valent ($d \times P$) mètres.

Un are = 26,3245 toises carrées . . . . . log = 1,42036014
Un arpent de 900 t. carr. (100 perches de 18 pi.) = 34,18867 ares.
Un hectare = 2,924944 arpents. . . . . log = 0,46611763
Une toise carr. = 3,798743 mètres carrés. . . . . log = 0,57963986
Un pied carré = 10,552 décimètres carrés; 1 po. carré = 7,32782 cent. carr.

Un stère = 0,133064 toise cube = 29,17386 pieds cubes.
Un stère = 0,521 voie = 0,261 corde; 1 voie = 1,920 stère.
Une toise cub. = 7,403887 mètres cubes. . . . . log = 0,86945979

Un litre = 1,2300 litron. . . . . log = 0,0899051
= (50,4124 pouc. cub.) = 1,07376 pinte. log = 0,0309020
Un litron = 0,81302 litre; une pinte = 0,9313 litre.
Un boisseau = 1,3008 décalit.; 1 hectol. = 7,6874 boiss.

Une livre = 4,89506 hectogr. = h. . . . . log h = 0,68975788
Un kilogramm. = 2,0428765 livres = l . . . . . log l = 0,31024212
L livres valent ($h \times L$) hectogr.; K kilogr. valent ($l \times K$) livres.

80 francs = 81 livres tournois. Pour traduire des francs en livres, ajoutez le 80e (ou le 8e du 10e, c'est-à-dire un liard par franc). Pour changer des livres en francs, ôtez le 81e, ou le 9e du 9e.

D'après les réductions des anciennes monnaies, 5 pièces de 6 livres valent 29 fr.; 4 de 3 livres valent 11 fr.; le louis vaut 23 fr.,55, et le double louis 47 fr.,20.

Rapports approchés.

76 mètres = 39 toises.	13 décimètr. = 4 pieds.	81 centimètr. = $2\frac{1}{2}$ pieds.
19 mètres = 16 aunes.	3 décimètr. = 11 pouc.	97 millimètr. = 43 lignes.
40 hectar. = 117 arpents.	19 mèt. carr. = 5 t. carr.	21 décim. car. = 2 pi. car.
37 stères. = 5 toi. cu.	5 décim. cu. = 252 po. cu.	22 centim. car. = 3 po. car.
13 litres = 16 litrons.	13 décalitres = 10 boiss.	27 litres = 29 pintes.
70 kilogr. = 143 livres.	11 hectogr. = 36 onces.	8 décigram. = 15 grains.

4 myriamètres valent 9 lieues de 25 au degré, ou de 2283 toises $\frac{1}{2}$.

Table des nombres M < 2461 *qui sont multiples des nombres premiers autres que* 2, 3 *et* 5, *avec leur plus petit diviseur* d.

M	d	M	d	M	d	M	d	M	d	M	d	M	d	M	d
49	7	469	7	779	19	1073	29	1349	19	1651	13	1909	23	2183	37
77	7	473	11	781	11	79	13	51	7	61	11	19	19	89	11
91	7	481	13	791	7	81	23	57	23	73	7	21	17	97	13
119	7	493	17	793	13	99	7	63	29	79	23	27	41	2201	31
121	11	497	7	799	17	1111	11	69	37	81	41	37	13	09	47
133	7	511	7	803	11	21	19	79	7	87	7	39	7	19	7
143	11	517	11	817	19	27	7	87	19	91	19	43	29	27	17
161	7	527	17	833	7	33	11	91	13	1703	13	57	19	31	23
169	13	529	23	841	29	39	17	93	7	11	29	61	37	33	7
187	11	533	13	847	7	41	7	97	11	17	17	63	13	49	13
203	7	539	7	851	23	47	31	1403	23	27	11	67	7	57	37
209	11	551	19	869	11	57	13	11	17	29	7	69	11	61	7
217	7	553	7	871	13	59	19	17	13	39	37	81	7	63	31
221	13	559	13	889	7	69	7	21	7	51	17	91	11	79	43
247	13	581	7	893	19	77	11	41	11	57	7	2009	7	91	29
253	11	583	11	899	29	83	7	57	31	63	41	21	43	99	11
259	7	589	19	901	17	89	29	63	7	69	29	33	19	2303	7
287	7	611	13	913	11	99	11	69	13	71	7	41	13	17	7
289	17	623	7	917	7	1207	17	77	7	81	13	47	23	21	11
299	13	629	17	923	13	11	7	1501	19	93	11	51	7	23	23
301	7	637	7	931	7	19	23	07	11	99	7	57	11	27	13
319	11	649	11	943	23	41	17	13	17	1807	13	59	29	29	17
323	17	667	23	949	13	43	11	17	37	13	7	71	19	53	13
329	7	671	11	959	7	47	29	19	7	17	23	77	31	59	7
341	11	679	7	961	31	53	7	29	11	19	17	93	7	63	17
343	7	689	13	973	7	61	13	37	29	29	31	2101	11	69	23
361	19	697	17	979	11	67	7	41	23	37	11	07	7	87	7
371	7	703	19	989	23	71	31	47	7	41	7	17	29	2401	7
377	13	707	7	1001	7	73	19	61	7	43	19	19	13	07	29
391	17	713	23	03	17	1309	7	73	11	49	43	23	11	13	19
403	13	721	7	07	19	13	13	77	19	53	17	47	19	19	41
407	11	731	17	27	13	31	11	89	7	59	11	59	17	29	7
413	7	737	11	37	17	33	31	91	37	83	7	67	11	31	11
427	7	749	7	43	7	37	7	1603	7	91	31	71	13	43	7
437	19	763	7	57	7	39	13	31	7	97	7	73	41	49	31
451	11	767	13	67	11	43	17	49	17	1903	11	77	7	2453	11

On demande si les nombres 1843, 1907 et 29055 sont premiers, ou quels en sont les diviseurs? 1° la table indique que 1843 est multiple de 19, et $= 19 \times 97$; 2° 1907 est un nombre premier, puisqu'il n'est pas dans la table, et que 2, 3 ni 5 ne le divisent; 3° 29055 est divisible par 3 et 5, et le quotient est 1937, multiple de 13; donc $29055 = 3 \times 5 \times 13 \times 149$.

LIVRE SECOND.

ALGÈBRE ÉLÉMENTAIRE.

CHAPITRE PREMIER.

CALCULS ALGÉBRIQUES.

Notions générales.

92. En arithmétique on a pour but de combiner entre eux des nombres, selon de certaines règles : en Algèbre, ce n'est pas un résultat numérique qu'on veut obtenir, mais on cherche la manière dont chaque nombre entre dans le calcul. La solution de tous les problèmes de même nature, qui ont seulement des données différentes, exige des calculs semblables pratiqués sur ces données. Par exemple, l'intérêt d'un capital se trouve en multipliant ce capital par le temps écoulé et par le 100e de l'intérêt que rapportent 100 francs dans l'unité de temps (n° 150). L'algèbre s'occupe de la recherche des calculs à faire dans chaque problème, et pour y parvenir, on y représente les données par des lettres $a, b, c, \ldots$ propres à désigner tous les nombres, afin de reconnaître dans le résultat, à travers toutes les réductions et les modifications, la manière dont chacune s'y comporte.

Cherchons, par exemple, le nombre dont le triple est égal à 100, plus la moitié de ce nombre; nous raisonnerons ainsi :

3 fois l'inconnue égale 100 *plus la moitié de l'inconnue* . . . . . $3x = 100 + \frac{1}{2}x$

Retranchant de part et d'autre la moitié de l'inconnue, on a

3 fois l'inconnue moins sa moitié égale 100, $3x - \frac{1}{2}x = 100$

ou $\frac{5}{2}$ *fois l'inconnue égale* 100 . . . . . $\frac{5}{2}x = 100$

Enfin (5), divisant des deux côtés par $\frac{5}{2}$,

l'inconnue égale $\frac{2}{5}$ *de* 100 ou *égale* 40 . . . . $x = \frac{2}{5}100 = 40$