ERNESTO GARCIA ORTIZ.
INGENIERO.
MONTEREY, N. LEON. MEX.

PROBLÈMES

PLAISANTS ET DÉLECTABLES.

PROBLÈME I

Deviner le nombre que quelqu'un aura pensé.

Premièrement fais tripler le nombre pensé, et par après prendre la moitié du produit, s'il se peut faire sans fraction; et s'il ne se peut faire autrement, fais-y ajouter 1, puis prendre la moitié de tout, laquelle moitié fais derechef tripler, et demande combien de fois il y a 9 en ce dernier triple. Lors pour chaque 9 prends 2, et tu devineras le nombre pensé. Prends garde seulement que s'il a fallu ajouter 1 pour prendre la moitié, il te faut aussi ajouter 1 au nombre que tu trouveras prenant 2 pour chaque 9.

Par exemple quelqu'un ait songé 6; qu'il le triple, viendra 18, qu'il en prenne la moitié, il aura 9; qu'il le triple viendra 27, où

9 est contenu 3 fois ; partant, tu prendras 3 fois 2, à savoir 6, pour le nombre pensé.

Or qu'on ait pensé 5 ; en le triplant viendra 15 à qui il faut ajouter 1 pour en prendre la moitié, et au lieu de 15 on aura 16 dont la moitié est 8, qui triplé derechef fait 24, où 9 est contenu 2 fois : partant prenant 2 fois 2, tu auras 4, auquel si tu ajoutes 1, à cause de l'*un* qu'il a fallu ajouter pour prendre la moitié, tu trouveras 5, le nombre pensé.

DÉMONSTRATION.

Si l'on a pensé un nombre pair $2n$, on a fait les opérations suivantes :

$$2n \times 3 = 6n, \quad 6n : 2 = 3n, \quad 3n \times 3 = 9n, \quad 9n : 9 = n,$$
$$2 \times n = 2n.$$

Si l'on a pensé un nombre impair $2n+1$, on a opéré ainsi :

$$(2n+1) \times 3 = 6n+3, \; 6n+3+1 = 6n+4, \; (6n+4) : 2 = 3n+2,$$
$$(3n+2) \times 3 = 9n+6, \; (9n+6) : 9 = n, \; 2 \times n + 1 = 2n+1,$$

Donc en suivant la règle on retrouve le nombre pensé.

PROBLÈME II

Faire le même d'une autre sorte.

Fais tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, ou si le nombre est impair, ajouter 1, puis prendre la moitié. Fais tripler derechef cette moitié, puis prendre la moitié de ce triple, ou ajouter 1, comme auparavant, si le nombre est impair, afin de le pouvoir partir en deux. Lors demande combien de fois il y a 9 en la dernière moitié, et pour chaque 9 prends 4, remarquant que si la division ne se peut faire la première fois sans ajouter 1, il te convient aussi retenir 1, et si la division ne se peut faire la seconde fois, il te convient retenir 2 ; par conséquent si toutes les deux fois la division ne se peut faire, il te faut retenir 3.

Par exemple, si l'on avait pensé 7, le faisant tripler viendra 21, auquel il faut ajouter 1 pour prendre la moitié qui est 11, dont le triple est 33, auquel aussi ajoutant 1 et prenant la moitié, vient 17, auquel 9 est contenu une fois seulement ; partant tu prendras une fois 4 auquel tu ajouteras 3, à cause que la division ne s'est pu faire ni la première ni la seconde fois, et tu auras 7, le nombre pensé.

DÉMONSTRATION

Tout nombre est de l'une des formes

$$4n,\ 4n+1,\ 4n+2,\ 3n+3.$$

Voici les opérations qu'on a faites dans ces différents cas.
Pour le nombre $4n$.

$$4n\times 3=12n,\ 12n:2=6n,\ 6n\times 3=18n,$$
$$18n:2=9n,\ 9n:9=n,\ 4\times n=4n.$$

Pour le nombre $4n+1$.

$$(4n+1)\times 3=12n+3,\quad 12n+3+1=12n+4,$$
$$(12n+4):2=6n+2,\quad (6n+2)\times 3=18n+6,$$
$$(18n+6):2=9n+3,\quad (9n+3):9=n,$$
$$4\times n+1=4n+1.$$

Pour le nombre $4n+2$.

$$(4n+2)\times 3=12n+6,\ (12n+6):2=6n+3,$$
$$(6n+3)\times 3=18n+9,\ 18n+9+1=18n+10,$$
$$(18n+10):2=9n+5,\quad (9n+5):9=n,$$
$$4\times n+2=4n+2.$$

Pour le nombre $4n+3$.

$$(4n+3)\times 3=12n+9,\quad 12n+9+1=12n+10,$$
$$(12n+10):2=6n+5,\quad (6n+5)\times 3=18n+15,$$
$$18n+15+1=18n+16,\ (18n+16):2=9n+8,$$
$$(9n+8):9=n,\qquad 4\times n+3=4n+3.$$

Donc en suivant la règle on retrouve le nombre pensé.
On peut aussi faire ainsi ce problème. Fais ajouter au nombre

pensé la moitié du même nombre, et à cette somme fais ajouter derechef la moitié de la même somme; puis demande combien de fois il y a 9, et prends 4 pour chaque 9, comme devant; mais aussi prends garde que si le nombre pensé n'a point d'entière moitié, il faut faire ajouter 1 et prendre la moitié de ce nombre, et l'ajouter au nombre pensé; que si le même advient la seconde fois, il faut aussi faire le même, et pour la première fois retenir 1, pour la seconde 2, pour toutes deux ensemble 3, comme auparavant.

Par exemple si l'on avait pensé 10, lui ajoutant sa moitié vient 15 auquel faut ajouter 1 pour avoir la moitié 8, qui ajoutée à 15 fait 23, auquel 9 est contenu 2 fois; partant prenant 2 fois 4 tu auras 8, auquel ajoutant 2, à cause que la seconde fois il a fallu ajouter 1 pour prendre la moitié, tu auras 10, le nombre pense

Quelques-uns encore pratiquent autrement ce problème. Ils font ajouter au nombre sa moitié ou bien (s'il est impair) sa plus grande moitié (car d'autant que tout nombre impair se peut diviser en deux nombres dont l'un surpasse l'autre de l'unité, ils appellent le plus grand la plus grande moitié du nombre impair); et semblablement à cette somme ils font ajouter sa moitié ou sa plus grande moitié; puis demandent combien de fois il y a 9, et pour chaque 9 prennent 4; mais ils demandent encore si après avoir ôté tous les 9 de la dernière somme, on en peut ôter encore 8, et si cela est ils retiennent 3; que si 8 ne se peut ôter, ils demandent si l'on en peut ôter 5, et pour cela retiennent 2; que si 5 ne s'en peut ôter, ils en font ôter 3 et pour cela retiennent 1.

Il est aisé de montrer que ces deux autres façons de faire ce

jeu reviennent à la première, et ont les mêmes fondements. Car quant à la seconde, comme tripler un nombre et prendre la moitié du produit, c'est autant que multiplier ledit nombre par $1\frac{1}{2}$, c'est donc aussi autant que lui ajouter sa moitié ; partant, si à cette somme nous ajoutons derechef sa moitié, c'est autant que si nous la multiplions encore par $1\frac{1}{2}$..... On voit facilement par la démonstration qui a été faite de la première manière que les deux autres ne font que reproduire les mêmes calculs; et que suivant qu'un nombre est de la forme $4n+3$ ou $4n+2$ ou $4n+1$, il reste 8, 5 ou 3, quand on a retranché les 9 de la dernière somme.

AVERTISSEMENT.

Quiconque comprendra parfaitement la démonstration de ces deux problèmes, il lui sera facile de forger des règles nouvelles pour deviner le nombre pensé à l'imitation des précédentes. Car, par exemple, fais tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, puis multiplier ladite moitié par 5 et prendre encore la moitié du produit : tu devineras le nombre pensé si tu demandes combien de fois il y a 15 en la dernière moitié, et si pour chaque 15 tu prends 4, observant comme ci-dessus qu'il faut retenir 1 ou 2 ou 3, selon que la division ne se peut parfaire la première ou la seconde fois ou toutes les deux ensemble.

Je te laisse à en faire la démonstration, ce qui est chose aisée; et tu trouveras que si le nombre pensé surpasse de 1 quelque nombre pairement pair (*a*), outre les 15 contenus en la dernière

(*a*) Un nombre est dit *pairement pair* quand il est divisible par 4, et il est dit *pairement impair* quand il est divisible par 2 sans l'être par 4.

moitié il y aura encore 5 ; et si le nombre pensé surpasse de 2 quelque pairement pair, à la fin il restera 8; et si le nombre pensé surpasse de 3 quelque pairement pair, il restera 13 à la fin. Partant, si tu veux imiter la seconde ou troisième façon de parfaire ce problème, tu feras ajouter au nombre pensé sa moitié ou sa plus grande moitié ; puis à cette somme tu feras ajouter un nombre égal à elle-même, et encore de plus la moitié ou plus grande moitié de la même somme (cela est autant que la multiplier par 5 et diviser le produit par 2) ; puis tu demanderas combien de fois il y a 15, et pour chaque 15 tu prendras 4, retenant 1 ou 2 ou 3, selon que la division ne se pourra parfaire la première ou la seconde fois ou toutes deux ensemble. Ou bien après avoir fait ôter les 15 de la dernière somme, tu demanderas s'il reste encore 13 ou 8 ou 5, et retiendras pour cela ou 3 ou 2 ou 1.

Cette même règle se peut changer en faisant multiplier d'abord le nombre pensé par 5, puis partir par deux, puis multiplier par 3, puis partir par 2. Mais si le nombre pensé passe de 1 quelque pairement pair, la partition ne se pourra faire sans fraction ni la première ni la seconde fois; et si le nombre pensé passe de 3 quelque pairement pair, la partition ne se pourra faire la première fois seulement. Partant, en tel cas il faut changer la règle; et si la partition ne se peut faire la première fois seulement, retenir 3; si elle ne se peut faire la seconde fois seulement, retenir 2 : si elle ne se peut faire toutes les deux fois, retenir 1. Tous les 15 étant ôtés du dernier nombre, il reste 12 dans le premier cas, 8 dans le second et 5 dans le troisième.

On pourrait aussi faire multiplier par 5, puis partir par 2, et derechef multiplier par 5 et partir par 2, et demander combien

de fois il y a 25, et pour chaque 25 retenir 4 ; et ainsi de plusieurs autres manières. Prends garde seulement qu'en cette dernière façon il advient ce que je viens de dire, à savoir que si la partition ne se fait juste toutes les deux fois, il faut retenir 1 ; si elle ne se peut faire juste la seconde fois, il faut retenir 2 ; si elle ne se peut faire la première fois, il faut retenir 3.

La cause de tout ceci n'est pas malaisée à trouver. J'en laisse la recherche au curieux lecteur, qui suivant le chemin que je lui ai tracé, et se fondant sur les mêmes principes et propositions, en pourra venir facilement à bout.

PROBLÈME III

Deviner le nombre pensé d'une autre façon.

Fais tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, et tripler derechef cette moitié, puis prendre la moitié de ce triple, tout de même qu'au problème précédent, faisant aussi ajouter 1, lorsque la partition ne se peut pas faire. Mais au lieu de demander combien de fois il y a 9 en la dernière moitié, demande qu'on te déclare toutes les figures avec lesquelles ladite moitié s'exprime, excepté une, pourvu que celle qu'on te cache ne soit point un zéro, et qu'on te die l'ordre desdites figures, tant de celles qu'on te manifeste que de celle qu'on cache. Lors tu devineras le nombre pensé, ajoutant ensemble toutes les figures qu'on te manifeste, et rejetant 9 tant de fois qu'il sera possible, puis soustraisant cette somme, ou ce qui reste ayant rejeté tous les 9, du même nombre 9 ; car le reste sera la figure cachée, ou s'il ne reste rien, ladite figure cachée sera 9, au cas néanmoins que les deux partitions se soient faites justement sans l'addition de l'unité. Que si la partition n'a pas été faite juste la première fois, alors à la somme des figures manifestées tu ajouteras 6, et parfairas le demeurant ainsi qu'il a été dit. Si la partition n'a pas

été juste la seconde fois, tu ajouteras 4 à ladite somme. Si la partition n'a pas été juste toutes les deux fois, tu ajouteras 1 à la même somme. Ainsi donc ayant treuvé la figure cachée tu auras entièrement connaissance de la dernière moitié; et partant considérant combien de fois il y a 9, et prenant 4 pour chaque 9, et ajoutant 1 ou 2 ou 3, selon qu'il sera de besoin, en la même façon qu'au problème précédent, tu devineras infailliblement le nombre pensé.

Par exemple, qu'on ait pensé 24 : après avoir triplé et partagé par deux fois, la dernière moitié sera 54. Partant si on te manifeste la première figure 5, tu ne feras que soustraire 5 de 9, et le reste 4 sera la seconde figure cachée; et si on te manifeste 4, ôtant 4 de 9 tu trouveras 5 la première figure. Ainsi tu connaîtras que la dernière moitié était 54, où 9 est contenu 6 fois, et partant prenant 6 fois 4 tu devineras que le nombre pensé était 24.

Que si l'on pense 25, après avoir triplé et partagé par deux fois, la dernière moitié sera 57; mais la partition n'a pas été juste la première fois. Partant si l'on te manifeste la première figure 5, tu lui ajouteras 6, et de la somme 11 tu ôteras 9, restera 2 que tu ôteras de 9, et le reste 7 sera la seconde figure cachée. Ainsi tu sauras que la dernière moitié est 57, où 9 est contenu 6 fois, et prenant 4 pour chaque 9 et ajoutant 1, à cause de la première partition imparfaite, tu trouveras le nombre pensé.

Que si l'on te dit qu'en la dernière moitié il y a trois figures et que les deux dernières sont 13, et que la partition n'a pas été juste la seconde fois, tu ajouteras ensemble 1 et 3, et à la somme 4 tu ajouteras 4, ce qui fait 8, tu ôteras 8 de 9, reste 1 pour la première figure cachée. Donc la dernière moitié était 113,

où 9 est contenu 12 fois, et multipliant 12 par 4 vient 48 auquel ajoutant 2, à cause de la seconde partition imparfaite, tu auras 50, le nombre pensé.

Finalement si en la dernière moitié il y a trois figures dont la première soit 1, la dernière 7, et que toutes deux les partitions n'aient pas été justes, tu ajouteras les deux figures connues ensemble, qui font 8, et à 8 tu ajouteras 1 selon la règle, ce qui fait 9, qui ôté de 9 ne laisse rien. Partant la seconde figure cachée est 9, et la dernière moitié entière est 197, où 9 est contenu 21 fois; donc multipliant 21 par 4, et au produit 84 ajoutant 3, à cause des deux partitions imparfaites, tu trouveras le nombre pensé 87.

DÉMONSTRATION.

En se reportant à la démonstration du problème 11, on voit que pour un nombre $4n$ le résultat du calcul actuel est $9n$, c'est-à-dire un multiple de 9; la somme des chiffres doit donc être un multiple de 9; par conséquent le chiffre caché est ce qui manque à la somme des autres pour faire un multiple de 9; et si cette dernière est elle-même un multiple de 9, c'est que le chiffre caché est 9, puisqu'on sait que ce n'est pas zéro.

Pour un nombre $4n+1$ le résultat du calcul actuel est $9n+3$; en y ajoutant 6, on a un multiple de 9; il doit en être de même de la somme de ses chiffres.

Pour un nombre $4n+2$, le résultat du calcul actuel est $9n+5$; en y ajoutant 4, on a un multiple de 9; il doit en être de même de la somme de ses chiffres.

Enfin, pour un nombre $4n + 3$, le résultat du calcul actuel est $9n + 8$; en y ajoutant 1, on a un multiple de 9; il doit en être de même de la somme de ses chiffres.

La règle est donc justifiée dans tous les cas.

PROBLÈME IV

Faire le même encore diversement.

Fais doubler le nombre pensé et à ce double fais ajouter 5, puis multiplier le tout par 5, puis ajouter 10 et multiplier le tout par 10. Lors t'enquérant quel est ce dernier produit, et en ôtant d'icelui 350, le nombre des centaines du reste sera le nombre pensé.

Par exemple, qu'on ait pensé 3, son double est 6, auquel ajoutant 5 vient 11, qui multiplié par 5 fait 55, auquel ajoutant 10 provient 65, qui multiplié par 10 produit 650, duquel si tu ôtes 350 restera 300, où tu vois clairement que le nombre des centaines, à savoir 3, est le nombre pensé.

DÉMONSTRATION.

En exécutant sur un nombre quelconque n les opérations prescrites par la règle, on a :

$$n \times 2 + 5 = 2n + 5,\ (2n + 5) \times 5 = 10n + 25,$$
$$10n + 25 + 10 = 10n + 35,\ (10n + 35) \times 10 = 100n + 350,$$
$$100n + 350 - 350 = 100n,\ 100n : 100 = n,$$

ce qui prouve l'exactitude de la règle.