PROBLÈME XII

Deviner plusieurs nombres pensés, pourvu que chacun d'iceux soit moindre que dix.

Fais multiplier le premier nombre pensé par 2, puis ajouter 5 au produit et multiplier le tout par 5, et à cela ajouter 10, puis y ajouter le second nombre pensé et multiplier le tout par 10, puis y ajouter le troisième nombre pensé, et si l'on a pensé davantage de nombres, fais encore multiplier cela par 10, puis ajouter le quatrième nombre, et ainsi fais toujours multiplier par 10 et ajouter un des autres nombres pensés. Alors fais-toi déclarer la dernière somme ; et si l'on n'a pensé que deux nombres, soustrais d'icelle somme 35, et du reste le nombre des dizaines te montrera le premier nombre pensé, le nombre des nombres (unités) le second. Que si l'on a pensé trois nombres, ôte de la dernière somme 350, et du reste le nombre des centaines exprimera le premier nombre pensé, celui des dizaines le second, celui des nombres le troisième ; et de même façon tu procèderas toujours à deviner davantage de nombres, comme si l'on en a pensé quatre, tu soustrairas de la dernière somme 3500, et du reste le nombre des mille exprimera le premier nombre pensé, celui des centaines

le second, celui des dizaines le troisième, et celui des nombres le quatrième.

Par exemple les quatre nombres pensés soient 3, 5, 8, 2 ; fais doubler le premier viendra 6, auquel ajoutant 5 vient 11, qui multiplié par 5 donne 55, auquel ajoutant 10 vient 65, auquel ajoutant le second nombre vient 70, qui multiplié par 10 fait 700, auquel ajoutant le troisième nombre vient 708, qui multiplié par 10 fait 7080, auquel ajoutant le troisième nombre vient 7082, que si tu en soustrais 3500, le reste sera 3582 qui exprime par ordre les quatre nombres pensés.

DÉMONSTRATION.

Soient des nombres pensés a, b, c, d,... On effectue les calculs suivants :

Pour les deux premiers nombres :

$$(2a+5).\ 5 = 10a + 25\ ;\ 10a + 25 + 10 = 10a + 35,$$
$$10a + 35 + b = 10a + b + 35.$$

Pour le troisième :

$$(10a + b + 35).\ 10 + c = 100a + 10b + c + 350.$$

Pour le quatrième :

$$(100a + 10b + c + 350).\ 10 + d$$
$$= 1000a + 100b + 10c + d + 3500.$$

Et ainsi de suite pour tant de nombres qu'on voudra ; ce qui montre clairement qu'ayant retranché du résultat 35 ou 350 ou 3500, etc., on trouvera les nombres pensés rangés par ordre dans le reste à partir de la droite.

AVERTISSEMENT.

Cette règle que j'ai donnée fort généralement est appliquée par plusieurs à diverses choses particulières.

Les uns s'en servent pour deviner combien il y a de points en chaque dé de tant qu'on en aura jetés, et la pratique en est bien aisée, car les points d'un dé ne peuvent jamais passer 6, et ne se faut qu'imaginer que les points de chaque dé sont un nombre pensé et la règle est du tout la même.

Les autres s'en servent pour deviner qui de plusieurs personnes aura pris une bague, en quelle main il l'aura, en quel doigt, et en quelle jointure; et alors il faut disposer les personnes par ordre, tellement qu'une soit première, l'autre seconde, l'autre troisième, etc. Semblablement il se faut imaginer que des deux mains l'une est première, l'autre est seconde, et aussi que des cinq doigts de la main l'un est premier, l'autre second, l'autre est troisième, etc., et faire encore le même des jointures de chaque doigt. Partant ce jeu n'est rien autre que deviner quatre nombres pensés. Par exemple, supposons que la quatrième personne ait la bague, en la seconde main, au cinquième doigt, en la troisième jointure : fais doubler le nombre de la personne, viendra 8 auquel ajoutant 5 vient 13 qui multiplié par 5 donne 65, auquel ajoutant 10 vient 75, et y ajoutant le nombre de la main provient 77 qui multiplié par 10 donne 770, auquel ajoutant le nombre du doigt vient 775 qui multiplié par dix donne 7750, auquel ajoutant le nombre de la jointure vient 7753 duquel il faut soustraire 3500, et le reste sera 4253 dont les figures expriment tout ce qu'on veut deviner.

Que si l'on voulait seulement deviner de plusieurs personnes laquelle a la bague et en quel doigt, ce ne serait que deviner deux

nombres pensés; mais il faut prendre garde qu'en ce cas on s'imagine en chaque personne dix doigts disposés par ordre, par conséquent il peut arriver qu'une personne ait la bague au dixième doigt, et partant alors à un nombre précis de dizaines ajoutant 10 il se fera aussi un nombre de dizaines précis, mais plus grand d'un qu'auparavant; partant après la soustraction de 35 il restera 0 en la place des nombres. Donc cela t'arrivant, sois assuré que pour deviner le nombre de la personne il te faut ôter 1 du nombre des dizaines, et dire que telle personne a la bague au dixième doigt. Par exemple que la sixième personne ait la bague au dixième doigt : fais doubler le nombre de la personne viendra 12 auquel ajoutant 5 vient 17 qui multiplié par 5 fait 85, auquel ajoutant 10 fait 95, et à cela ajoutant encore le nombre du doigt, vient 105 d'où si tu ôtes 35 reste 70, où tu vois clairement que le nombre des dizaines surpasse d'un le nombre de la personne.

Pour diversifier la pratique de ce problème, il ne faut que bien entendre ce que j'ai dit en l'avertissement du problème IV. Car premièrement bien que les multiplicateurs ne se puissent bonnement changer (d'autant qu'il faut toujours qu'après avoir ajouté chaque nombre on multiplie le tout par 10) toutefois on y peut encore procéder avec quelque diversité, car puisque multiplier par 2 et puis par 5 c'est autant que multiplier par 10, il appert qu'au commencement on pourrait faire multiplier le premier nombre par 10, au lieu de doubler puis multiplier par 5; ou bien faire en premier lieu multiplier par 5 puis par 2. Semblablement après qu'on a ajouté quelqu'un des autres nombres, au lieu de faire multiplier le tout par 10, on pourrait faire multiplier par 2 puis par 5, ou bien par 5 puis par 2.

Secondement quant aux nombres superflus que l'on fait ajouter

pour couvrir l'artifice, et dont la somme se soustrait à la fin, ils se peuvent changer comme l'on veut, et par ainsi la règle se peut diversifier en infinies manières : la cause en est évidente par ce que j'ai dit en l'avertissement du problème IV. Par exemple, soient les quatre nombres pensés 4, 2, 5, 3 comme ci-dessus. Fais multiplier le premier par 5 viendra 20, fais-y ajouter 8 viendra 28; fais doubler cela viendra 56; fais-y ajouter le second nombre pensé viendra 58 ; fais multiplier cela par 10 viendra 580; fais-y ajouter 12 viendra 592; fais-y ajouter le troisième nombre pensé viendra 597 ; fais le doubler viendra 1194 ; fais-y ajouter 6 viendra 1200 ; fais-le multiplier par 5 viendra 6000, auquel ajoutant le dernier nombre pensé viendra 6003. Or parce qu'après avoir ajouté 8 on a doublé c'est autant que si l'on avait doublé 8 qui fait 16, lequel multiplié par 10 fait 160 auquel ajoutant 12 vient 172, qui doublé fait 344 auquel ajoutant 6 vient 350 qui multiplié par 5 donne 1750. Partant le nombre qu'il faut soustraire est 1750 qui ôté de 6003 reste 4253 qui exprime les quatre nombres pensés.

PROBLÈME XIII

Quelqu'un ayant pris en ses deux mains certains nombres d'unités dont la proportion seulement soit connue, deviner après quelques changements combien il lui en reste en une main.

Quelqu'un ait pris en la main droite certain nombre d'unités, comme de jetons, et qu'il en prenne aussi certain nombre en la main gauche, pouvu qu'il te déclare seulement la proportion (le rapport) de ces deux nombres. Par exemple qu'il en ait 15 en la main droite et 12 en la main gauche ; alors il te dira que le nombre de ceux de la droite au nombre de ceux de la gauche est en proportion de $\frac{5}{4}$ ou $1\frac{1}{4}$. Partant fais-lui mettre de la gauche en la droite quel nombre de jetons tu voudras, pourvu qu'il se puisse faire, et qu'il ait partie semblable à celle ou à celles qui seront exprimées au dénominateur (nombre) de la proportion, comme en l'exemple donné où le dénominateur est $\frac{5}{4}$, fais-lui mettre de la gauche en la droite quelque nombre qui ait quart, comme 8 ; en après dis-lui qu'il en remette de la droite en la gauche autant qu'il en est demeuré en la gauche selon le dénominateur de la proportion, à savoir qu'il y en remette 1 fois et $\frac{1}{4}$ autant qu'il y en est demeuré ; et pour ce que de 12 ôtant 8 il demeure 4, il est certain qu'il y en remettra 5, et en tout il s'en trouvera lors 9 en la gauche. Adonc tu devineras ce qui

lui reste en la droite par tel artifice : prends le dénominateur de la proportion, à savoir $1\frac{1}{4}$, ajoutes-y 1 viendra $2\frac{1}{4}$; multiplie par $2\frac{1}{4}$ le nombre qu'en premier lieu tu as fait transporter de la gauche en la droite, à savoir 8, viendra 18, le nombre que tu veux deviner.

Autre exemple : qu'il prenne 39 jetons en la droite, et 15 en la gauche, qui est une proportion de $2\frac{3}{5}$. Dis-lui que de la gauche en la droite il mette un nombre qui ait cinquième, comme 10. Alors il en aura 49 en la droite, et restera 5 en la gauche. En après dis-lui qu'il en remette de la droite en la gauche deux fois autant qu'il en est demeuré et les trois cinquièmes du même nombre qui est demeuré, et il y en remettra 13 ; partant en tout il en aura lors en la gauche 18. Mais tu devineras ce qui lui reste en la droite, si tu ajoutes 1 au dénominateur de la proportion, car il viendra $3\frac{3}{5}$ par qui multipliant 10, le nombre que du commencement tu as fait transporter de la gauche en la droite, tu auras 36, le nombre juste qui lui reste en la droite.

DÉMONSTRATION.

Soient a et b les deux nombres de jetons, et $\frac{m}{n}$ le rapport de a à b.

On retranche de b un nombre p qu'on ajoute à a qui devient $a+p$, et b est devenu $b-p$; alors on retranche de $a+p$ la quantité $\frac{m}{n}(b-p)$, ce qui la réduit à $a+p-\frac{m}{n}(b-p)$, ou, parce que $a=\frac{m}{n}b$,

$$\frac{m}{n}b+p-\frac{m}{n}(b-p),$$

expression qui revient à $\left(1+\frac{m}{n}\right)p$, ce qui démontre la règle.

Remarque I. On voit par cette démonstration que p peut être un nombre quelconque moindre que b, et que si Bachet recommande de le prendre multiple de n c'est pour éviter d'avoir des fractions, lesquelles sont incompatibles avec la nature des unités employées.

Remarque II. Bachet prescrit encore de commencer par soustraire p du plus petit nombre ; mais rien dans la démonstration ne suppose b plus petit que a. Seulement quand on soustrait p de b on emploie le rapport de a à b, et si l'on soustrayait p de a, il faudrait employer le rapport de b à a, c'est à-dire $\frac{n}{m}$.

PROBLÈME XIV

Faisant le même qu'auparavant, deviner après les mêmes changements combien il y a d'unités en chaque main, et combien il y en avait du commencement.

Posons le cas comme ci-dessus qu'on eût pris 15 jetons en la main droite et 12 en la gauche, et qu'on en eût transféré 8 de la gauche en la droite, et qu'on en eût remis de la droite en la gauche une fois et quart autant qu'il en était demeuré. Alors puisque par la règle précédente, tu sais ce qui reste en la droite, n'en fais nul semblant, mais demande encore quelle proportion il y a du nombre qui se treuve en une main à celui qui se treuve en l'autre, car si tu sais telle proportion, l'un des nombres étant connu, tu connaîtras infailliblement l'autre, comme en l'exemple donné, si l'on te dit qu'après les changements faits il y a deux fois autant de jetons en la droite qu'en la gauche, puisque par la règle précédente tu sais qu'il y en a 18 en la droite, tu es bien assuré qu'il y en a 9 en la gauche. Partant la première partie de ce problème est bien aisée, et porte avec soi sa démonstration.

Maintenant si tu veux deviner combien il y avait de jetons du commencement en chaque main, pusque tu sais par la première partie la somme de tous les jetons qui est 18 plus 9 ou 27, et

puisque tu sais aussi que le nombre de la droite du commencement contenait celui de la gauche une fois et quart, il te convient diviser la somme connue 27 en deux nombres qui observent la proportion de $1\frac{1}{4}$ ou $\frac{5}{4}$, ce qui te donne 15 et 12, les nombres que tu cherchais.

NOTE.

Le partage d'un nombre en parties proportionnelles à des nombres donnés étant expliqué dans toutes les arithmétiques, nous ne ferons que rappeler la règle : *On multiplie le nombre à partager alternativement par chacun des autres nombres donnés et l'on divise à chaque fois par la somme de ces autres nombres.*

Ainsi, pour un nombre a dont les parties doivent être proportionnelles à m, n, p, les parties sont :

$$\frac{a \times m}{m+n+p}, \quad \frac{a \times n}{m+n+p}, \quad \frac{a \times p}{m+n+p},$$

ce qui est évident *à posteriori*.

PROBLÈME XV

Plusieurs dés étant jetés, deviner la somme des points ajoutés ensemble d'une certaine façon.

Par exemple qu'on ait jeté trois dés à ton insu : fais ajouter par quelqu'un les points d'iceux ensemble, puis laissant un d'iceux à part en l'état qu'il est, fais prendre des autres deux les points du dessous, à savoir ceux qui sont dans la partie du dé opposée à celle de dessus qui paraît sur la table, et qu'on ajoute ces points à la somme des précédents ; puis qu'on rejette derechef ces deux dés, et qu'on ajoute les points d'iceux qui paraissent dessus à la susdite somme, et qu'on en laisse un d'iceux en l'état qu'il est avec le premier, et que du troisième on prenne les points de dessous et qu'on les ajoute aux autres ; finalement qu'on rejette ce troisième, et qu'on ajoute à la susdite somme les points d'icelui qui paraissent dessus, et qu'on le laisse en l'état qu'il est avec les deux autres. Lors t'approchant de la table et regardant les points des trois dés qui paraissent dessus, tu les ajouteras ensemble, et à leur somme ajouteras encore 21, et tu auras la somme de tous les points ajoutés ensemble en la façon que j'ai dit.

Comme si la première fois les points des trois dés sont 5, 3, 2,

leur somme est 10 ; et laissant un d'iceux à part tourné comme il est, à savoir le 5, qu'on prenne les points opposés du 3 et du 2, on trouvera 4 et 5 qui ajoutés à 10 font 19. Puis qu'on rejette ces deux dés, et que les points d'iceux paraissant dessus soient 4 et 1, qui ajoutés à 19 font 24 ; et laissant 4 à part avec le premier, qu'on prenne les points opposés de l'autre, qui font 6, qui ajoutés à 24 font 30 ; finalement qu'on rejette ce dernier dé, et que les points d'icelui soient 2, qui ajoutés à 30 font 32, et qu'on laisse aussi ce dé en l'état qu'il est avec les autres. Lors t'approchant et regardant les trois dés, tu trouveras que les points paraissant dessus sont 5, 4, 2, dont la somme est 11, à qui si tu ajoutes 21, comme j'ai dit, tu auras 32, la somme requise.

DÉMONSTRATION.

Ce jeu peut sembler admirable à ceux qui en ignorent la cause, et toutefois la finesse n'est pas des plus grandes, car elle ne dépend que de la structure des dés qui sont tous façonnés de telle sorte que les points de deux parties opposées joints ensemble font toujours 7 : par ainsi d'un côté il y a 1, de l'autre côté opposé 6 ; d'un côté se treuve 2, de l'autre 5 ; d'un côté est marqué 3, de l'autre 4. Donc toutes les fois que tu fais prendre les points des deux parties opposées d'un même dé, tu es assuré que leur somme est 7. Partant puisque parfaisant le jeu comme j'ai enseigné, on prend les points des parties opposées en trois dés, il est certain que cela est autant que prendre 3 fois 7, à savoir 21 ; et partant ajoutant 21 à tous les autres points qu'on assemble, il est évident qu'on a la somme de tous.

AVERTISSEMENT.

Pour faire le même jeu en quatre, cinq, ou plusieurs dés, il ne faut que prendre garde combien de fois on fait ajouter les points opposés d'un dé, et retenir autant de fois 7 pour ajouter à la fin. Comme si l'on avait jeté quatre dés, pratiquant le jeu ainsi que j'ai montré en trois, on trouverait qu'on fait prendre 6 fois les points opposés d'un dé, partant qu'à la fin il faudrait ajouter 6 fois 7 ou 42; et en cinq dés on trouverait qu'on prendrait 10 fois les points opposés d'un dé, partant à la fin il faudrait ajouter 70; et ainsi toujours on peut faire une règle pour tant de dés que l'on voudra.

PROBLÈME XVI

Deviner combien il y a de points en une carte, regardant une fois seulement chacune des autres cartes.

PRENDS un jeu de cartes entier où il y en a 52, et donne à tirer une carte à quelqu'un qui la retiendra sans te la montrer; lors pour deviner combien de points il y a en la carte tirée, prends le reste des cartes, et faisant valoir les as 1, chaque personnage 10, et les autres cartes autant de points qu'elles en marquent, commence à ajouter les points de la première carte aux points de la seconde, et la somme d'iceux aux points de la troisième, et ainsi consécutivement jusqu'à la dernière carte, rejetant toujours le nombre 10, et ajoutant le reste aux points de la carte suivante, comme on rejette 9 en la preuve par 9. Finalement ôte la dernière somme ou le dernier reste du nombre 10, ce qui restera sera le nombre des points de la carte tirée. Que si ladite dernière somme est égale à 10, le nombre des points de la carte tirée sera aussi 10.

DÉMONSTRATION.

Cette démonstration est bien facile, car il ne faut que prouver que la somme des points de toutes les cartes ensemble est un