AVERTISSEMENT.

Pour faire le même jeu en quatre, cinq, ou plusieurs dés, il ne faut que prendre garde combien de fois on fait ajouter les points opposés d'un dé, et retenir autant de fois 7 pour ajouter à la fin. Comme si l'on avait jeté quatre dés, pratiquant le jeu ainsi que j'ai montré en trois, on trouverait qu'on fait prendre 6 fois les points opposés d'un dé, partant qu'à la fin il faudrait ajouter 6 fois 7 ou 42; et en cinq dés on trouverait qu'on prendrait 10 fois les points opposés d'un dé, partant à la fin il faudrait ajouter 70; et ainsi toujours on peut faire une règle pour tant de dés que l'on voudra.

PROBLÈME XVI

Deviner combien il y a de points en une carte, regardant une fois seulement chacune des autres cartes.

PRENDS un jeu de cartes entier où il y en a 52, et donne à tirer une carte à quelqu'un qui la retiendra sans te la montrer; lors pour deviner combien de points il y a en la carte tirée, prends le reste des cartes, et faisant valoir les as 1, chaque personnage 10, et les autres cartes autant de points qu'elles en marquent, commence à ajouter les points de la première carte aux points de la seconde, et la somme d'iceux aux points de la troisième, et ainsi consécutivement jusqu'à la dernière carte, rejetant toujours le nombre 10, et ajoutant le reste aux points de la carte suivante, comme on rejette 9 en la preuve par 9. Finalement ôte la dernière somme ou le dernier reste du nombre 10, ce qui restera sera le nombre des points de la carte tirée. Que si ladite dernière somme est égale à 10, le nombre des points de la carte tirée sera aussi 10.

DÉMONSTRATION.

Cette démonstration est bien facile, car il ne faut que prouver que la somme des points de toutes les cartes ensemble est un

nombre mesuré par 10. Mais ceci est évident, d'autant qu'en premier lieu la somme des points de tous les personnages et des quatre dix est mesurée par 10, à cause que chacune desdites cartes contient justement 10 points. En après la somme des autres 9 cartes de même couleur depuis 1 jusqu'à 9 étant justement 45, il est évident que toutes les cartes des quatre couleurs depuis l'as jusqu'au 9 inclusivement feront 4 fois 45, c'est-à-dire 180 qui est aussi un nombre mesuré par 10. Donc puisque 10 mesure la somme de tous les points de tous les personnages, et des quatre dix, et de toutes les autres cartes depuis l'as jusques au 9, il s'ensuit que le même 10 mesure la somme des points de toutes les cartes ensemble. C'est pourquoi assemblant les points de toutes les cartes, et rejetant toujours 10, il faut que la dernière somme fasse aussi justement 10. Partant si on a tiré une carte, ajoutant les points de toutes les autres ainsi que j'ai dit, la dernière somme ou le dernier reste joint avec les points de la carte tirée doit faire 10 justement. Par conséquent ôtant de 10 ladite dernière somme ou ledit dernier reste, ce qui restera sera infailliblement le nombre des points de la carte tirée ; ou si ladite dernière somme est 10, il faut que le nombre des points de la carte tirée soit aussi 10. Ce qu'il fallait démontrer.

AVERTISSEMENT.

Quiconque aura bien compris la démonstration, il trouvera facilement diverses autres façons de faire ce problème. Car premièrement on le peut faire en tout nombre de cartes, pourvu qu'on remarque auparavant la somme des points de toutes lesdites cartes ensemble. Par exemple aux 36 cartes du piquet (*a*),

(*a*) On voit que, sous Louis XIII, on jouait au piquet avec 36 cartes ; et il en était encore de même sous Louis XIV, comme le prouve une scène des *Fâcheux*, de Molière. (A. L.)

supposant que l'as vaille 1, la somme des points de toutes les cartes sera 284, qui n'est pas justement mesuré par 10, car ôtant tous les 10 de 284 il reste 4. Néanmoins on fera le jeu aussi facilement qu'auparavant, si, commençant à ajouter ensemble les points des cartes, on rejette premièrement 4, et puis jusques à la fin on rejette 10.

Secondement, le nombre qu'on rejette en ajoutant, et duquel à la fin on soustrait le dernier reste pour deviner les points de la carte cachée, se peut aussi changer en beaucoup de façons, car il n importe quel nombre ce soit, pourvu qu'il ne soit point plus petit que le nombre des points de la plus haute carte. Ainsi au lieu de 10 on pourrait prendre 11, ou 12, ou 13, etc Mais il faut toujours considérer si ce nombre qu'on choisira mesure le nombre des points de toutes les cartes ou non, ce qui se connaît par la division ; car s'il ne reste rien il le mesure, s'il reste quelque chose de la division il ne le mesure pas ; et en ce cas il faut ôter le reste tout au commencement de l'addition qu'on fait des points des cartes restantes, comme j'ai dit en l'exemple précédent qu'il fallait ôter 4 avant de commencer à ôter les 10.

Finalement tu remarqueras qu'il y a plusieurs cartes dont la valeur est arbitraire, et se peut changer à plaisir, comme sont tous les personnages, lesquels ordinairement on fait valoir 10, sans aucune différence entre le roi, la dame et le valet ; car on pourrait faire valoir le valet 11, la dame 12, le roi 13, ou bien quelques autres nombres.

En faisant ainsi, pourvu que l'on manie deux fois les cartes,

on pourra deviner non-seulement les points de la carte cachée, mais on devinera précisément quelle carte c'est. Comme si l'on prend le jeu de cartes tout entier, à cause que la somme des points de toutes les cartes est 364, laquelle est mesurée par 13, tu compteras toujours jusques à 13, et ôteras 13 aussitôt qu'il se pourra faire, et continuant ainsi jusqu'à la fin, si tu ôtes de 13 la dernière somme ou le dernier reste, tu trouveras infailliblement le nombre des points de la carte cachée, et par là tu sauras déjà si c'est un roi, ou un valet, ou un dix, etc. Par conséquent, si tu reprends les cartes, tu verras incontinent lequel des quatre rois, ou des quatre valets, ou des quatre dix, etc., te manque; et celui qui te manquera sera sans doute la carte cachée; mais prends garde que s'il ne restait rien la carte cachée serait un roi.

PROBLÈME XVII

Deviner combien de points il y a en trois cartes.

Prends un jeu de cartes entier où il y en a 52, et quelqu'un choisisse trois d'icelles, lesquelles qu'il voudra; tu devineras combien elles contiennent de points en cette sorte. Dis-lui qu'à chacune des cartes choisies il ajoute tant des autres cartes qu'elles accomplissent le nombre de 15 en computant les points de la carte choisie; cela fait, qu'il te donne le reste des cartes; lors du nombre d'icelles ôte 4, et le reste sera infailliblement le nombre des points des trois cartes.

Par exemple que les points des trois cartes soient 4, 7, 9. Il est certain que pour accomplir 15 computant les points de chaque carte, à 4 il faut ajouter 11 cartes, à 7 il en faut ajouter 8, et à 9 il en faut ajouter 6. Partant le reste des cartes sera 24, d'où si tu ôtes 4 restera 20, qui est le nombre des points des trois cartes 4, 7 et 9.

DÉMONSTRATION.

Pour rendre parfaite raison de ceci, supposons que les trois cartes choisies soient les trois moindres, à savoir les trois as, dont chacun ne vaille qu'un; alors il est évident que pour accomplir

15 à chaque carte il faut ajouter 14 cartes, et partant le nombre tant des trois choisies que des ajoutées sera 45, lequel étant ôté du nombre entier des cartes qui est 52 il en reste 7, d'où si l'on ôte 4 reste 3, le nombre des points des trois cartes choisies. Or ceci supposé il est aisé à preuver qu'il faut toujours ôter 4 du nombre des cartes restantes pour deviner la somme des points des trois cartes. Car d'autant qu'on augmentera les nombres des points d'icelles, en mettant des plus hautes cartes, autant moins de cartes il faudra ajouter pour accomplir les 15, et partant d'autant précisément s'augmentera le nombre des cartes restantes; partant ôtant 4, comme auparavant, le reste sera toujours égal au nombre des points des trois cartes choisies. Comme si au lieu du premier as on met un six, alors la somme des points sera augmentée de 5, car au lieu de 3 elle sera 8; mais aussi à la première carte au lieu de 14 qu'on y ajoutait pour accomplir 15, on n'ajoutera maintenant que 9 qui font 5 de moins. Partant le reste des cartes se treuvera augmenté de 5. Dont il appert de la vérité de mon dire.

AUTRE DÉMONSTRATION.

Soient n le nombre des cartes, a, b, c, les nombres de points que représentent les cartes choisies, et p le nombre qu'on accomplit en ajoutant à chacun des nombres a, b, c, un certain nombre de cartes dont chacune ne compte que pour 1. Le nombre des cartes qu'on ajoute à a est $p-a$, celui qu'on ajoute à b est $p-b$, et celui qu'on ajoute à c est $p-c$; si on y ajoute les trois cartes primitivement choisies, et le nombre r des cartes restantes, on aura le nombre n de toutes les cartes; on a donc l'égalité

$$(p-a)+(p-b)+(p-c)+3+r=n,$$

d'où l'on tire

$$a+b+c=r+(3p+3)-n.$$

Pour $n=52$ et $p=15$, on a $a+b+c=r-4$.

Pour $n=32$ et $p=15$, on a $a+b+c=r+16$.

De cette solution générale on tire la règle suivante : *Triplez le nombre de points que l'on accomplit sur chacune des cartes choisies et ajoutez-y 3; puis prenez la différence entre cette somme et le nombre total des cartes et ajoutez-la au reste ou retranchez-la du reste suivant qu'elle est positive ou négative, c'est-à-dire suivant que la somme est plus grande ou plus petite que le nombre total des cartes.*

Pour $n=36$ et $p=11$, on a $3n+3-n=0$;
donc $a+b+c=r$.

Remarque I. — Il n'est pas nécessaire de parfaire le même nombre p sur chacune des cartes choisies; on peut prendre des nombres p, q, s, et alors mettre leur somme à la place de $3p$ dans la formule.

Remarque II. — Au lieu de trois cartes si l'on en prenait quatre, la formule serait

$$a+b+c+d=r+(4p+4)-n;$$

et si l'on en prenait cinq, elle deviendrait

$$a+b+c+d+e=r+(5p+5)-n;$$

et ainsi de suite.

Remarque III. — Il peut arriver qu'il n'y ait pas assez de cartes pour parfaire le nombre p sur toutes les cartes choisies; alors on demande le nombre q qui manque, et l'on opère comme si le jeu avait été fait avec $n+q$ cartes, le reste r étant zéro.