SUPPLÉMENT

AUX

PROBLÈMES PLAISANTS & DÉLECTABLES

PROBLÈME I

Deux Arabes allaient dîner: l'un avait 5 plats, et l'autre 3, et tous ces plats étaient de même valeur; un troisième Arabe survenant leur proposa de dîner avec eux, les plats étant mis en commun, promettant d'ailleurs de payer sa part du dîner, ce qu'il fit en donnant 8 deniers. On demande comment les deux autres Arabes doivent se partager ces 8 deniers.

D'après l'énoncé, la dépense de chaque convive est de 8 deniers; la dépense totale est donc de 24 deniers, d'où l'on conclut que la valeur de chaque plat est de 3 deniers; donc, celui qui en a fourni 5 a donné une valeur de 15 deniers, et comme sa consommation est de huit deniers, il lui revient 7 deniers. On voit de même que celui qui a fourni 3 plats a donné la valeur de 9 deniers, et que sa consommation étant de 8 deniers, il lui revient 1 denier.

PROBLÈME II

Un mobile qui doit parcourir une ligne de 173 mètres avance de 9 mètres dans chacune des heures de rang impair et recule de 5 mètres dans chacune des heures du rang pair : on demande quel temps il mettra pour parcourir la ligne.

Il semblerait naturel de résoudre ce problème en raisonnant de la façon suivante :

D'après l'énoncé, en 2 heures le mobile avance de 9 — 5 ou 4 mètres ; or 173 mètres contiennent 43 fois 4 mètres plus 1 mètre; donc, le mobile mettra 43 fois 2 heures plus $\frac{1}{9}$ d'heure pour le dernier mètre, c'est-à-dire 86 heures et $\frac{1}{9}$ pour parcourir les 173 mètres.

Mais on n'obtient pas ainsi la solution de la question, car dans la dernière heure où le mobile arrive à l'extrémité de la ligne, il doit avoir plus de 5 mètres à parcourir, puisqu'il vient de reculer de 5 mètres, et il n'en doit pas rester plus de 9, sans quoi il ne les parcourrait pas dans cette heure-là. Donc, en divisant 173 par 4, il faut prendre le quotient de manière qu'il reste plus de 5 et pas plus de 9, ce qui a lieu en prenant 41 au lieu de 43; et comme alors il reste 9, on en conclut que le mobile mettra 41 fois 2 heures plus 1 heure, ou 83 heures, pour parcourir les 173 mètres.

PROBLÈME III

Une personne ayant 3 jetons dans une main et 6 dans l'autre, deviner, sans lui rien demander, dans quelle main sont les 3 jetons.

Dites à la personne de doubler le nombre qui est dans sa main droite et de tripler celui qui est dans sa main gauche, de faire la somme de ce double et de ce triple, de diviser cette somme en deux parties égales, et de retrancher 11 de l'une des moitiés : si elle exécute ces différents calculs sans faire d'objection, c'est que les 3 jetons sont dans la main droite.

En effet, dans ce cas elle obtint les nombres suivants : 3×2 ou 6, 6×3 ou 18, $6+18$ ou 24, $24:2$ ou 12, $12-11$ ou 1. Tandis que si les 3 jetons sont dans la main gauche, elle obtiendra ces autres nombres : 6×2 ou 12, 3×3 ou 9, $12+9$ ou 21, $21:2$ ou $10\frac{1}{2}$ dont elle ne pourra retrancher 11. Alors elle vous dira que c'est impossible; vous lui répondrez, sans avoir l'air d'y attacher d'importance, qu'il est fort indifférent de retrancher 11 ou 9; et vous pourrez terminer en lui faisant faire encore quelques autres opérations inutiles, mais qui ne puissent amener aucune objection, comme de doubler le reste et d'ajouter 5, etc.

En général, avec deux nombres d'objets a et $2a$, le calcul con-

duit à $4\,a$ si a est dans la main droite, et à $3\,a + \frac{a}{2}$ si a est dans la main gauche : si donc on demande à la personne d'en retrancher un nombre compris entre $4\,a$ et $3\,a + \frac{a}{2}$, il y aura impossibilité dans le second cas.

PROBLÈME IV

Une carte ayant été choisie par une personne dans un jeu de 32 cartes, faire que cette carte se trouve dans le jeu à un rang assigné d'avance.

Dites à une personne de choisir une carte dans le jeu et d'en retenir le numéro en comptant les cartes à partir de la première carte du dessous du jeu ; et annoncez le rang auquel elle se trouvera à partir de la première carte du dessus : soit le vingtième rang. Prenez alors les cartes, et faites passer sur le jeu 20 cartes du dessous (ce que vous pourrez faire sans qu'on en sache le nombre, en cachant les cartes d'une manière quelconque) ; puis remettez les cartes à la personne, et demandez-lui le numéro de la carte qu'elle a choisie. Si ce numéro est moindre que 20, 15 par exemple, sa carte aura passé sur le jeu, et elle sera précédée de $20 - 15$ cartes ; son rang sera donc $20 - 15 + 1$; donc, si vous lui dites de prendre sous le jeu $15 - 1$ ou 14 cartes et de les mettre dessus, le rang de la carte choisie sera 20, comme vous l'avez annoncé. Si au contraire le numéro de la carte est plus grand que 20, 25 par exemple, comme le rang de la carte à partir du dessus était au commencement $32 - 25 + 1$, il sera alors $20 + 33 - 25$; si donc vous dites à la personne de mettre

sous le jeu 33 — 25 ou 8 cartes prises dessus, le rang de la carte choisie sera 20, comme vous l'avez annoncé.

En général, soient *a* le numéro de la carte choisie et *b* le rang que vous avez annoncé ; vous faites passer sur le jeu *b* cartes du dessous, et vous demandez le numéro *a* de la carte choisie. Si *a* est plus petit que *b*, vous faites mettre sur le jeu *a* — 1 cartes prises sous le jeu ; et si *a* est plus grand que *b*, vous faites mettre sous le jeu 33 — *a* cartes prises sur le jeu.

Comptant alors les cartes du dessus jusqu'à celle dont le rang est *b*, celle-ci sera la carte choisie.

PROBLEME V

Un jour Bacchus ayant vu que Silène
Dormait profondément, prit sa coupe, et sans gêne,
Dans le cellier, à l'aise il s'attabla,
Près d'une amphore pleine
Où reposait un vieux vin, qu'avec peine
Son ami conservait pour des jours de gala.
Il but pendant le triple du dixième
Du temps qu'à boire seul Silène eût employé
Pour vider l'amphore elle-même ;
Mais Silène survient, et son chagrin extrême
Dans le reste du vin est aussitôt noyé.
Quand l'amphore fut vide,
Avec regret Bacchus vit que sa part
Du précieux liquide
N'avait été que tout juste le quart
De celle de Silène.
Si, tout d'abord, d'une commune haleine,
Chacun buvant à sa façon,
Ils s'étaient réunis, ils auraient mis, dit-on,
Huit quarts d'heure de moins pour épuiser l'amphore.
Comment l'a-t-on su ? Je l'ignore.
On veut, d'après cela, trouver exactement

Le temps que chacun d'eux eût mis séparément,
Si, buvant seul, de la même manière,
Il avait mis à sec l'amphore tout entière.

Il résulte de l'énoncé que Bacchus ne but que $\frac{1}{5}$ de l'amphore, et que Silène en eut les $\frac{4}{5}$. L'amphore a donc été vidée en $\frac{3}{10}+\frac{4}{5}$ ou $\frac{11}{10}$ du temps que Silène y aurait mis en buvant seul.

D'un autre côté, s'ils avaient bu ensemble pendant le temps que Bacchus a bu seul, ils auraient retiré de l'amphore $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$ ou $\frac{5}{10}$; ainsi la moitié de l'amphore aurait été bue pendant les $\frac{3}{10}$ du temps que Silène emploierait seul pour la vider; donc toute l'amphore serait bue dans les $\frac{6}{10}$ du temps que Silène y emploierait en buvant seul; ce qui fait $\frac{5}{10}$ de moins que dans le premier cas.

Ces $\frac{5}{10}$ correspondent à une diminution de 2 heures; donc Silène aurait bu la moitié de l'amphore en 2 heures; par conséquent, il l'aurait vidée en 4 heures.

Quant à Bacchus, on voit que nos deux buveurs mettent respectivement, pour boire $\frac{1}{5}$ de l'amphore, des temps exprimés par $\frac{3}{10}$ et $\frac{1}{5}$, dont le rapport est $\frac{3}{2}$; par conséquent, Bacchus aurait mis pour vider l'amphore $4\times\frac{3}{2}$ ou 6 heures.

PROBLÈME VI

Un bon bourgeois fit faire dans sa cave un casier de neuf cases disposées en carré; la case du milieu était destinée à recevoir les bouteilles vides provenant de la consommation de 60 bouteilles pleines qu'il disposa dans les 8 autres cases en mettant 6 bouteilles dans chaque case des angles, et 9 dans chacune des autres cases. Son domestique enleva d'abord 4 bouteilles qu'il vendit, et il disposa les bouteilles restantes de manière qu'il y eût toujours 21 bouteilles sur chaque côté du carré. Le maître, trompé par cette disposition, pensa que son domestique n'avait fait qu'une transposition de bouteilles, et qu'il y en avait toujours le même nombre. Le domestique profita de la simplicité de son maître pour enlever de nouveau 4 bouteilles, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ne fût plus possible d'en enlever 4 sans que le nombre 21 cessât de se trouver sur chaque côté du carré. On demande comment il s'y prit à chaque fois, et de combien de bouteilles il fit tort à son maître.

En désignant par a le nombre de bouteilles mises dans chacun des angles, et par b le nombre de celles qui se trouvent dans chacune des autres cases, on voit que le nombre total des bouteilles est $2(a+b+a)+2b$;

donc $a+b+a$ restant fixe, le nombre des bouteilles est d'autant moindre que b est plus petit; et si b diminue de 2, le nombre des bouteilles diminuera de 4; par conséquent, à chaque fois le domestique prenait deux bouteilles dans chacune des cases du milieu, ce qui faisait huit bouteilles; il en mettait une dans chacun des angles, et il gardait les quatre autres. Or, il y a primitivement 9 bouteilles dans chacune des cases du milieu; donc, il pourra répéter quatre fois son opération et faire tort à son maître de 16 bouteilles.

DISPOSITION PRIMITIVE.

6	9	6
9		9
6	9	6

PREMIÈRE OPÉRATION

7	7	7
7		7
7	7	7

DEUXIÈME OPÉRATION.

8	5	8
5		5
8	5	8

TROISIÈME OPÉRATION.

9	3	9
3		3
9	3	9

QUATRIÈME OPÉRATION.

10	1	10
1		1
10	1	10

Nous avons supposé que le domestique conservait la symétrie de la disposition primitive; mais on peut supposer une disposition irrégulière, pourvu que la somme s des bouteilles qui se trouvent sur chaque côté du carré soit toujours la même. Si l'on désigne par m, n, p, q les nombres de bouteilles placées dans les

angles, on voit que le nombre total des bouteilles est

$$4s - (m+n+p+q);$$

cette somme diminuera

m	f	n
k		g
p	h	q

si $m+n+p+q$ augmente, s restant constant. Par exemple, ayant pris sur f et k le même nombre x de bouteilles, si l'on en met x avec m, s ne changera pas, et le nombre des bouteilles aura diminué de x; il en serait de même si le nombre x était pris sur f et g et mis avec n, etc. De même si l'on prend x sur chacun des nombres f, g, h, k, et qu'on mette x sur m et q ou sur n et p, ou $\frac{x}{2}$ sur chacun des nombres m, n, p, q, le nombre s n'aura pas changé et le nombre total des bouteilles aura diminué de $2x$. On peut donc à volonté diminuer le nombre des bouteilles de 1, de 2, de 3, de 4, etc.

Pour une somme s assignée, le maximum du nombre des bouteilles a lieu quand on n'en met pas dans les cases angulaires : ce maximum est $4s$; et le minimum a lieu quand on n'en met pas dans les cases du milieu : ce minimum est $2s$.

PROBLÈME VII

Trois cartes sur lesquelles on a inscrit les lettres A, B, C, *ont été prises secrètement par trois personnes auxquelles on avait remis préalablement les nombres* 12, 24 *et* 36. *On dit à la personne qui a reçu le nombre* 12 *d'y ajouter la moitié du nombre de la personne qui a pris la carte* A, *le tiers de celui de la personne qui a pris la carte* B, *et le quart de celui de la personne qui a pris la carte* C; *puis on lui demande la somme qu'elle a obtenue. Comment, d'après cette somme, pourra-t-on savoir quelle personne a pris chacune des cartes* A, B, C?

Il peut se présenter six cas différents :

1re PERS.	2e PERS.	3e PERS.
12	24	36
A	B	C
A	C	B
B	A	C
C	A	B
B	C	A
C	B	A.

Comme le multiplicateur moyen $\frac{1}{3}$ n'est pas égal à la demi-somme des deux autres $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$, on aura nécessairement six résultats différents (note IV). Ces résultats (que l'on calculera facilement) sont :

35, 36, 37, 39, 40, 41.

Pour les deux premiers, l'objet A est à la première personne, pour les deux suivants, il est à la seconde, et pour les deux derniers, il est à la troisième. On retiendra de plus que, pour les résultats de rang impair, l'ordre est direct entre les deux autres personnes et les deux autres objets, tandis que pour les résultats de rang pair l'ordre est inverse entre ces deux personnes et ces deux objets.

PROBLÈME VIII

Un nombre pensé qui ne surpasse pas 16 *a été multiplié par* 3, *et le produit, augmenté de* 1 *s'il était impair, a été divisé par* 2 ; *le quotient a été soumis aux mêmes opérations; le nouveau quotient l'a été également, ainsi que le troisième quotient qui en est résulté. Comment pourra-t-on déterminer le nombre pensé par la seule connaissance du rang de chaque produit qui a été augmenté d'une unité avant la division par* 2 ?

On remarquera que pour le nombre 16 les quatre moitiés se prennent sans l'addition d'une unité; que pour le nombre 8 la quatrième moitié seulement se prend avec addition d'une unité; que pour le nombre 4, c'est la troisième; que pour le nombre 14, c'est la seconde ; et que pour le nombre 5, c'est la première.

Il est ensuite évident que l'on peut ajouter ou retrancher 16 à un nombre sans changer la manière dont les moitiés pourront être prises : par exemple, pour les nombres 5 et 21, la première moitié seulement se prendrait avec addition d'une unité. De plus, si plusieurs nombres sont tels qu'en les soumettant aux calculs assignés les moitiés qui exigent l'addition d'une unité soient de rangs différents pour tous ces nombres, leur somme étant soumise aux mêmes calculs, les moitiés qui exigeaient l'addition d'une

unité seront toutes celles qui l'exigeaient dans ces nombres eux-mêmes : par exemple, 5 + 14 ou 19 exigerait l'addition d'une unité à la première et à la seconde moitié seulement.

Il est facile, d'après ces principes, de trouver chaque nombre, connaissant les rangs des moitiés qui exigent l'addition d'une unité. Par exemple, un nombre ayant exigé cette adition à la première et à la troisième division, on en conclura immédiatement que ce nombre est 5 + 4 ou 9. Un autre nombre ayant exigé l'addition de l'unité aux trois premières divisions, on prendra 3+14+4; mais cette somme 23 surpassant 16, on en retranchera 16, et l'on aura le nombre 7. Voici le tableau des 16 combinaisons :

NOMB.	PROVIENT DE	NOMB.	PROVIENT DE
1	5+4+8.	9	5+4.
2	14+4.	10	14+4+8.
3	5+14.	11	5+14+8.
4	4.	12	4+8.
5	5.	13	5+8.
6	14+8.	14	14.
7	5+14+4.	15	5+14+4+8.
8	8.	16	16