poids R. Lorsqu'on vient ensuite à abandonner le tambour, le système se met en mouvement en sens contraire, sous l'action du poids R : ce mouvement est transmis, par une roue dentée, à une vis sans fin *v*, placée sur l'axe du cylindre SS, en sorte que ce cylindre lui-même est mis en mouvement. Ce mouvement tendrait à s'accélérer sans cesse; mais les ailettes *l,l* étant entraînées en même temps et rencontrant dans l'air une résistance proportionnelle au carré de la vitesse, il arrive bientôt un moment où la vitesse devient sensiblement constante : ce moment est généralement atteint quand le poids moteur R a effectué environ les deux tiers de sa descente. — C'est alors que, en tirant sur le cordon *cd*, on dégage le crochet *b*; la masse D se met en mouvement, et le crayon trace sur le papier la courbe qui donne la loi de la chute.

III. — PENDULE.

47. **Pendule simple.** — On donne le nom de *pendule simple* à un instrument idéal, pratiquement irréalisable, qui se composerait d'un point matériel suspendu à l'extrémité d'un fil sans poids, parfaitement flexible et inextensible. — Pour se rapprocher de ces conditions, on peut employer une petite sphère pesante M (*fig.* 36), suspendue à un fil aussi flexible et aussi fin que possible : ce fil sera fixé par son autre extrémité A.

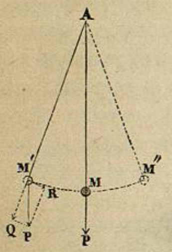

Fig. 36. — Pendule simple.

L'instrument est en équilibre, sous l'action de la pesanteur, lorsque le fil est vertical; mais si on l'amène dans la position AM′ et qu'on l'abandonne ensuite, l'équilibre n'existe plus. En effet, le poids P de la sphère, qui est une force verticale, peut se décomposer en deux forces; l'une Q, dirigée suivant le prolongement du fil, et qui n'a d'autre effet que de le tendre; l'autre R, perpendiculaire à cette direction, c'est-à-dire tangente à l'arc de cercle M′M, et qui sollicite la sphère à revenir vers le point M. Comme il en est de même tant que la sphère est à gauche de M, celle-ci parcourt, avec une vitesse croissante, l'arc de cercle M′M. Arrivée en M, elle dépasse la position d'équilibre, en vertu de la vitesse acquise; mais la composante tangentielle du poids, agissant maintenant en sens contraire du mouvement, diminue peu à peu la vitesse, et finit par l'annuler. A ce moment, le pendule, parvenu en AM″, a accompli *une oscillation*. — La pesanteur continuant toujours à agir sur le corps, il redescend l'arc M″M, remonte de l'autre côté du point M jusqu'à ce que sa vitesse redevienne nulle, puis revient encore sur lui-même, et accomplit ainsi une série d'oscillations, alternativement dans un sens et dans l'autre. — On appelle

amplitude d'une oscillation, l'angle M′AM″ formé par les deux positions extrêmes du fil.

48. **Durée des oscillations du pendule simple.** — La théorie montre qu'un pendule simple, partant d'une position AM′, doit parvenir, de l'autre côté de la verticale, *jusqu'à la position symétrique* AM″; il en résulte que, partant ensuite de AM″, il doit revenir en AM′, et ainsi de suite; en d'autres termes, ses oscillations doivent conserver indéfiniment la *même amplitude*, et par suite la *même durée*.

En soumettant la question au calcul, et considérant seulement le cas où *l'amplitude des oscillations est très petite*, on trouve que la durée constante d'une oscillation est donnée par la formule

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (1)$$

dans laquelle t désigne la durée de l'oscillation, exprimée en secondes; π est le rapport de la circonférence au diamètre, égal à 3,1416 environ; l est la longueur du pendule; g est l'accélération du mouvement vertical de la chute libre dans le vide, au lieu même où s'effectue l'oscillation. Ces deux quantités l et g doivent être exprimées au moyen d'une même unité de longueur.

49. **Pendule composé.** — Les pendules que nous pouvons réaliser sont toujours formés de plusieurs points matériels, assujettis à osciller en restant chacun à une distance constante d'un point fixe. Un pareil système prend le nom de *pendule composé :* la théorie montre que la formule du pendule simple lui serait applicable, s'il oscillait dans le vide, et qu'il n'y eût aucune résistance développée au point de suspension. On doit alors prendre, pour valeur de l, la longueur d'un pendule simple qui ferait son oscillation dans le même temps, longueur que le calcul permet de déterminer.

Dans le cas particulier où le pendule est formé d'une *sphère* pesante, suspendue par un fil très léger et ayant une longueur très grande par rapport au rayon de la sphère, on démontre qu'on peut prendre, pour valeur de l, la distance du centre de la sphère au point de suspension du fil. — Nous pourrons donc, en adoptant cette disposition, soumettre la formule précédente à des vérifications expérimentales.

50. **Isochronisme des petites oscillations.** — A chaque instant du mouvement, le pendule éprouve, de la part de l'air, une résistance qui tend à diminuer sa vitesse; les résistances qui se développent au point de suspension ont un effet semblable. Aussi, dans la réalité, les amplitudes des oscillations vont-elles en diminuant peu à peu, jusqu'à devenir insensibles. — Or, si l'on considère seulement les oscillations d'amplitude très petite, le calcul indique que *leur durée doit rester la même*, malgré la décroissance qu'éprouve l'amplitude. C'est la loi qui a été dé-

couverte par Galilée, en observant les mouvements d'une lampe suspendue à la voûte de la cathédrale de Pise : elle peut s'énoncer en disant que les oscillations très petites restent *isochrones*.

Pour vérifier expérimentalement cette loi, on fera osciller un pendule, et, quand les oscillations seront devenues suffisamment petites, on déterminera, à l'aide d'une montre à secondes, la durée de 100 oscillations; puis la durée des 100 oscillations suivantes, et ainsi de suite. Le résultat obtenu sera sensiblement constant.

51. **Conséquences diverses de la formule du pendule.** — 1° La formule (1) ne contient aucune quantité qui caractérise le poids ou la nature de la sphère. Donc, si l'on construit divers pendules de même longueur, avec des sphères de plomb, de cuivre, d'ivoire, etc., et qu'on les fasse osciller dans un même lieu, on doit trouver que la durée d'une oscillation est la même pour tous; c'est en effet ce que montre l'expérience. — Ce résultat peut être considéré comme démontrant que *l'accélération* g, *imprimée par la pesanteur à divers corps, en un même lieu, est la même :* c'est ce que nous avait déjà montré l'observation de la chute libre dans le vide (39).

2° La même formule conduit à cette autre conséquence, que *dans un même lieu*, les durées des oscillations de deux pendules de longueurs différentes sont *proportionnelles aux racines carrées des longueurs*. — On vérifie ce résultat au moyen de deux pendules, formés chacun d'une sphère suspendue à un fil, et dont le premier a une longueur égale à 4 fois celle du second : on trouve que 100 oscillations du premier ont une durée double de celle de 100 oscillations du second.

3° Si l'on élève au carré les deux membres de la formule (1), on en peut tirer la valeur de g, savoir :

$$g=\frac{\pi^2 l}{t^2}.$$

— Donc, pour trouver la valeur de l'accélération g due à la pesanteur, en un lieu déterminé, il suffit de déterminer, dans ce lieu, la durée t de l'oscillation d'un pendule dont on connaît la longueur l.

4° Si maintenant on transporte le même pendule dans un autre lieu, et qu'on désigne par t' la durée de l'oscillation, on aura :

$$g'=\frac{\pi^2 l}{t'^2},$$

g' désignant l'accélération due à la pesanteur dans la deuxième station. — De ces deux égalités, on déduit :

$$\frac{g}{g'}=\frac{t'^2}{t^2}.$$

c'est-à-dire que, *en deux lieux différents du globe, les accélérations dues à la pesanteur sont inversement proportionnelles aux carrés des durées des oscillations d'un même pendule.*

52. **Détermination des valeurs de l'intensité de la pesanteur.** — C'est sur les considérations précédentes qu'est fondée la méthode employée pour mesurer, d'une manière précise, les valeurs de l'intensité de la pesanteur aux divers points du globe.

On détermine, d'une part, la *longueur* l d'un pendule composé, convenablement choisi; d'autre part, la *durée* t de son oscillation. Pour en déduire la valeur de g, dans le lieu de l'expérience, il suffit d'appliquer, soit la formule (1), soit une autre formule plus approchée, dans laquelle intervient la valeur de l'amplitude de l'oscillation. — C'est le principe de la méthode qui a été suivie, à Paris, par Borda.

Si maintenant on fait osciller *un même pendule*, quelconque d'ailleurs, en divers points du globe suffisamment éloignés les uns des autres, on constate que les durées t, t', t''... de l'oscillation sont généralement différentes; on en conclut que les valeurs g, g', g''... de l'accélération due à la pesanteur sont différentes. — D'autre part, les valeurs de g, g', g''... étant inversement proportionnelles aux carrés des durées de l'oscillation (51,4°), ces observations suffisent pour déterminer les rapports de toutes ces valeurs de g à l'une d'entre elles : par exemple, les rapports de toutes les accélérations, à celle qui est particulière à la station de Paris, et que les expériences de Borda ont déterminée.

Enfin, si l'on remarque que les accélérations produites par la pesanteur sur un corps sont proportionnelles aux forces développées par l'action qu'elle exerce sur lui, on voit que les diverses valeurs de g peuvent être considérées comme mesurant les *intensités de la pesanteur* aux divers points du globe.

53. **Variations de l'intensité de la pesanteur aux divers points du globe.** — Les mesures effectuées, au moyen du pendule, ont montré que l'intensité de la pesanteur augmente lorsqu'on s'éloigne de l'équateur terrestre pour se rapprocher des pôles (*).

D'après les mesures de Borda et des savants contemporains, la valeur de g est :

A l'équateur.	A Paris.	A la latitude de 80°.
$9^m,7800$	$9^m,8088$	$9^m,8693$

L'intensité de la pesanteur augmente donc, de l'équateur au pôle, d'environ $\frac{1}{200}$ de sa valeur. — On a constaté également que, à latitude

(*) Cette augmentation est déterminée principalement par l'aplatissement de la terre vers ses pôles; mais elle est aussi due, en partie, au mouvement de rotation de la terre autour de son axe, mouvement dans lequel les divers points de la surface du globe ont, sur les circonférences qu'ils décrivent, des vitesses d'autant plus petites qu'ils sont plus voisins des pôles.

égale, l'intensité de la pesanteur diminue à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère; elle est plus grande au niveau de la mer que sur les continents élevés ou sur le sommet des montagnes.

54. **Application du pendule aux horloges.** — L'isochronisme des oscillations du pendule est mise à profit pour régulariser le mouvement des horloges. La disposition qui est le plus ordinairement employée, et qui est connue sous le nom d'*échappement à ancre*, a été imaginée par Huyghens, en 1657 (*).

Le mouvement de l'horloge est produit, soit par la tension d'un ressort, soit par la chute d'un poids P, supporté par une corde enroulée sur un arbre. Le mouvement de rotation de cet arbre se transmet aux divers rouages de l'horloge : il est clair que ce mouvement tendrait à s'accélérer sans cesse, sous l'action continue du poids ou du ressort. — Dans la figure 37, on n'a représenté, pour simplifier, qu'une seule roue R, dite *roue à rochet*, ou *roue de rencontre*, fixée directement sur l'arbre : cette roue porte, comme le montre la figure, des dents qui sont toutes inclinées dans un même sens. En réalité, la plupart des horloges comprennent une succession de rouages, engrenant les uns avec les autres, et recevant leur mouvement de l'arbre : c'est la dernière roue de ce système qui constitue la roue de rencontre, et dont l'échappement sert à régulariser la marche, comme nous allons l'indiquer.

Une pièce ABC, en forme d'*ancre*, fixée à un axe horizontal mobile DE, est placée au-dessus de la roue : ce même axe DE porte une fourchette DF, dans laquelle passe la tige d'un pendule KM, ou *balancier*, parfaitement mobile autour de son point de suspension K. — Quand le balancier est immobile, l'une des dents de la roue R vient appuyer sur la face inférieure Am du crochet A de l'ancre (*fig.* 38), et l'horloge est arrêtée. Mais, une fois le balancier mis en mouvement, il entraîne l'ancre dans son oscillation : le crochet A s'éloignant de la roue vers la gauche, la dent qui appuyait sur ce crochet devient libre; la roue peut alors tourner sous l'action du poids ou du ressort qui la sollicite, dans le sens de la flèche f, jusqu'à ce que l'autre crochet C vienne arrêter la dent qui se trouvait à une petite distance au-dessus de lui, et qui arrive en contact avec sa face supérieure Cp. — A son oscillation suivante, l'ancre se mettant en mouvement vers la droite, le crochet C abandonne la dent qu'il avait arrêtée, et la roue peut tourner de nouveau, jusqu'à ce que le crochet A de l'ancre vienne rencontrer la dent suivante de la roue, et ainsi de suite. — Dès lors, le mouvement de la roue ne peut plus s'effectuer que par saccades, se succédant à inter-

(*) C'est à cette époque que Huyghens présenta aux États de Hollande une horloge réglée par le mouvement d'un pendule. — Cette invention se répandit rapidement, et on donna bientôt, par extension, le nom de *pendules*, aux horloges qui furent construites sur le modèle de celle de Huyghens.

valles de temps égaux, comme les oscillations du balancier, et le mouvement de l'horloge est ainsi régularisé. — Ce sont les chocs produits par les crochets de l'ancre, sur les dents de la roue de rencontre, qui produisent le battement de l'horloge.

Enfin, la figure 38 indique un détail de construction qui est destiné à *entretenir* le mouvementdu balancier, c'est-à-dire à conserver à ses oscillations une amplitude constante, malgré les résistances occasionnées par l'air ou par les frottements. — Les crochets de l'ancre sont

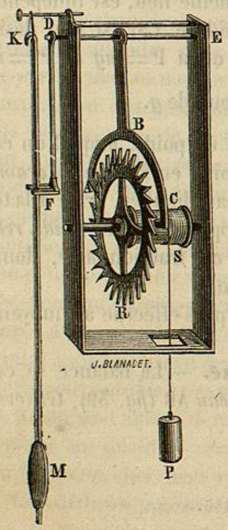

Fig. 37. — Application du pendule aux horloges.

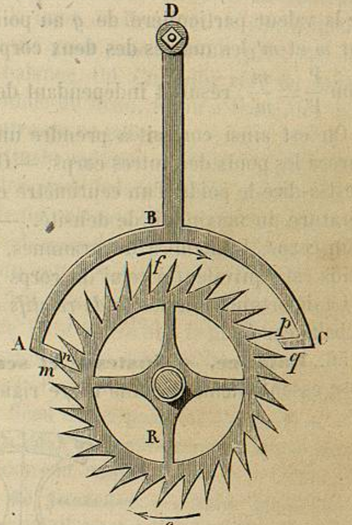

Fig. 38. — Échappement à ancre.

terminés par de petits plans mn, pq, qui sont inclinés dans un même sens, et sur lesquels les dents de la roue doivent glisser avant d'échapper. Or, au moment où ce glissement se produit, la dent de la roue exerce sur le crochet de l'ancre une pression, qui accélère le mouvement de l'ancre, et par suite celui du balancier. Le balancier reçoit ainsi une série de petites impulsions, qui se reproduisent à chaque oscillation, et qui permettent à l'horloge de marcher aussi longtemps qu'elle continue à être sollicitée par le poids ou par le ressort qui la met en mouvement.

IV. — BALANCE.

55. **Poids relatifs des corps.** — L'intensité g de la pesanteur étant variable avec la latitude et avec l'altitude (53), le poids absolu

d'un corps, c'est-à-dire la résultante des actions exercées sur lui par la pesanteur, présente des variations correspondantes, selon que le corps est placé en tel ou tel point du globe. En d'autres termes, un même corps, suspendu à un dynamomètre suffisamment sensible, ne lui ferait pas éprouver, en divers points du globe, une flexion rigoureusement constante.

Pour la pratique, ce qui importe, c'est de pouvoir comparer entre eux les points des divers corps, *en un même lieu*. Or, le rapport des poids absolus P et P′ de deux corps, en un même lieu, est indépendant de la valeur particulière de g au point considéré. Car, si l'on désigne par m et m' les masses des deux corps (11), on a $P = mg$ et $P' = m'g$, d'où $\frac{P}{P'} = \frac{m}{m'}$, résultat indépendant de la valeur de g.

On est ainsi conduit à prendre un *étalon* de poids, auquel on comparera les poids des autres corps. — On a choisi, en France, le *gramme*, c'est-à-dire le poids d'un centimètre cube d'eau distillée, prise à la température du maximum de densité. — On appellera alors *poids relatif* d'un corps, le nombre de grammes, entier ou fractionnaire, dont le poids est équivalent à celui du corps lui-même.

La détermination des *poids relatifs* des corps s'effectue au moyen de la balance.

56. **Balance. — Justesse et sensibilité.** — La balance se compose essentiellement d'une barre rigide ou *fléau* AB (*fig.* 39), traversée,

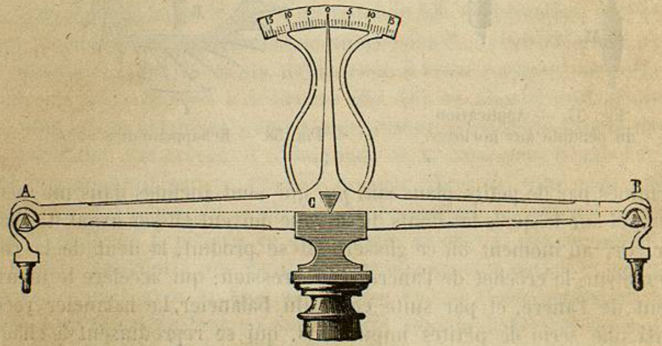

Fig. 39.

en son milieu C, par un couteau d'acier trempé, qui fait saillie des deux côtés : l'arête inférieure de ce couteau repose, de part et d'autre, sur deux petits plans d'acier trempé ou d'agate, situés l'un en avant, l'autre en arrière du fléau, et dans un même plan horizontal. Le fléau peut ainsi osciller librement autour de cette arête; à chacune de ses extrémités, est suspendu un plateau destiné à recevoir les corps, ou les

poids marqués (grammes ou fractions de grammes) dont on doit avoir une collection jointe à la balance. Aux extrémités A et B du fléau, sont fixés deux couteaux qui tournent en haut leurs arêtes vives et sur lesquels s'appuient les crochets qui portent les plateaux. — Les arêtes des trois couteaux, A, B, C, sont parallèles et situées dans un même plan; pour simplifier le langage, dans tout ce qui va suivre, nous les supposerons réduites à trois points *situés en ligne droite*, et nous nommerons *ligne du fléau* la droite qui joint ces points; nous appellerons *bras du fléau* les distances AC, BC, des couteaux extrêmes au couteau médian. — Perpendiculairement à la ligne du fléau, et en son milieu, est fixée une aiguille, dont l'extrémité peut parcourir un petit arc de cercle divisé, fixé au support de la balance. On a marqué zéro au point qui correspond à la position horizontale du fléau, et on a tracé des divisions symétriques, de part et d'autre de ce point.

Pour effectuer *une pesée*, la méthode vulgaire consiste à placer le corps dans l'un des plateaux, et des poids marqués dans l'autre plateau, jusqu'à ce que le fléau se tienne en équilibre dans la position horizontale. On fait la somme des poids marqués, et l'on considère cette somme comme exprimant le poids du corps lui-même.

Mais, pour qu'on puisse compter sur l'exactitude du résultat, il faut à la fois : 1° que la balance soit *juste*, c'est-à-dire que le fléau se tienne horizontal sous la charge de poids égaux placés dans les deux plateaux; 2° qu'elle soit *sensible*, c'est-à-dire que l'addition d'un poids très petit, d'un côté ou de l'autre, dérange le fléau de sa position d'équilibre. — Chacune de ces qualités correspond à des conditions géométriques particulières, qu'on cherche à réaliser dans la construction de la balance.

57. **Conditions géométriques de justesse.** — Nous allons démontrer qu'une balance est juste, lorsqu'elle satisfait à la fois aux deux conditions géométriques suivantes :

1° *Que le centre de gravité de la partie mobile (fléau et plateaux) soit sur une perpendiculaire à la ligne du fléau passant par le point de suspension;*

2° *Que les deux bras du fléau soient d'égale longueur.*

En effet, soit AB (*fig.* 40) la ligne du fléau, et C le point de suspension : supposons que le centre de gravité G de la partie mobile soit sur la perpendiculaire menée à AB par le point C. Si le fléau est placé horizontalement, et que les plateaux soient vides, le centre de gravité G du système sera dans la verticale du point de suspension; il y aura donc équilibre (57), et le poids M de la partie mobile n'aura d'autre effet que

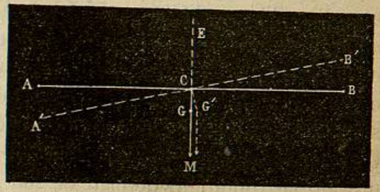

Fig. 40.

d'appuyer l'axe sur ses supports. On voit même que, si le centre de gravité G est *au-dessous de l'axe* C, comme le suppose la figure, l'équilibre sera stable; car, si le fléau est écarté en A'B', le poids M de la partie mobile tendra à ramener le point G' en G, dans la verticale du point C et au-dessous de ce point. — Donc, si la première des conditions énoncées est remplie, lorsque les plateaux sont vides, le fléau placé horizontalement se tient en équilibre; et, si le centre de gravité est au-dessous de l'axe de suspension, cet équilibre est stable.

Supposons maintenant, en outre, que les deux bras du fléau soient d'égale longueur, et plaçons dans les deux plateaux des poids égaux. Ces poids agiront aux extrémités A et B comme deux forces verticales P, P (*fig.* 41), égales et parallèles : leur résultante sera une force égale à leur somme, et passant par le milieu de AB, c'est-à-dire par le point C lui-même; elle pourra être considérée comme appliquée en C, et n'aura d'autre effet que de produire une pression de l'axe sur ses supports; donc le fléau restera horizontal. On voit même que, si le point G est placé au-dessous de l'axe C, le fléau écarté en A'B' sera encore ramené à la position AB, par le poids M de la partie mobile. — Donc, si la seconde condition énoncée est remplie en même temps que la première, le fléau placé horizontalement reste en équilibre sous la charge de poids égaux; cet équilibre est stable, si le centre de gravité est au-dessous de l'axe de suspension.

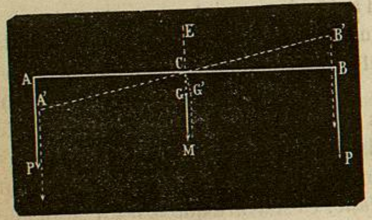

Fig. 41.

Il nous reste à dire quelques mots des cas où, les deux conditions de justesse étant remplies, le centre de gravité ne serait pas au-dessous de l'axe de suspension. — Si le centre de gravité était *sur l'axe lui-même*, les plateaux étant vides ou chargés de poids égaux, le fléau placé horizontalement serait en équilibre; mais s'il venait à être amené dans une autre position, il y demeurerait encore : il serait donc dans un état d'équilibre indifférent (57,3°). — Enfin, si le centre de gravité était *au-dessus de l'axe*, la balance, vide ou chargée de poids égaux, serait encore en équilibre lorsque la ligne du fléau serait horizontale; mais on voit que cet équilibre serait instable, c'est-à-dire que l'instrument se renverserait dès qu'on viendrait à l'écarter de cette position (57, 2°). Une semblable balance est dite *folle*. — Donc, pour qu'une balance remplissant les conditions de justesse soit d'un usage commode, il faut que le centre de gravité de la partie mobile soit *au-dessous de l'axe de suspension*, seul cas où la position horizontale du fléau constitue une position d'équilibre stable.

58. **Réalisation pratique des conditions de justesse.** — Pour réaliser les conditions de justesse, le constructeur cherche à faire le fléau et les plateaux aussi symétriques que possible, quant aux poids et aux dimensions de leurs diverses parties(*). — C'est pour conserver l'égalité des bras dans toutes les positions de l'instrument, qu'on fait reposer sur des arêtes vives les crochets qui supportent les plateaux : les points de contact de ces crochets avec le fléau restent ainsi toujours les mêmes, quelle que soit l'inclinaison du fléau.

59. **Constatation expérimentale de la justesse.** — La balance une fois construite, on peut vérifier si elle est juste, sans qu'il soit nécessaire d'avoir des poids dont l'égalité ait été préalablement constatée. Pour cela, on fait successivement les deux opérations suivantes :

1° On abandonne la balance à elle-même, les plateaux étant vides. Si le fléau s'arrête dans la position horizontale, on en peut conclure que le centre de gravité est convenablement placé (c'est la première condition de justesse). — S'il n'en était pas ainsi, on pourrait toujours corriger ce défaut de l'instrument, en ajoutant d'un côté, *une fois pour toutes*, une charge suffisante pour ramener le fléau à l'horizontalité.

2° Pour vérifier ensuite l'égalité des deux bras (seconde condition de justesse), on place un corps quelconque dans l'un des plateaux, et de la grenaille de plomb ou du sable dans l'autre, en quantité telle que l'aiguille s'arrête au zéro; l'équilibre étant établi, on transporte dans le plateau de droite la charge qui était à gauche, et dans le plateau de gauche celle qui était à droite : si l'aiguille revient encore au zéro, on peut affirmer que les bras sont égaux. — En effet, si l'un d'eux AC était plus petit que l'autre, on aurait été conduit à mettre d'abord du côté A une charge plus grande que du côté B; donc, en intervertissant les charges sans les modifier, on aurait placé la plus petite charge à l'extrémité du bras le plus court, et l'équilibre aurait été détruit. — Donc, si le fléau reste horizontal, les bras sont égaux, et la balance est définitivement juste.

60. **Conditions géométriques de sensibilité.** — 1° On dit qu'une balance a une sensibilité *constante*, lorsque, l'équilibre étant établi, l'addition d'une surcharge déterminée, dans l'un des plateaux, fait toujours incliner le fléau d'un même angle, quelle que soit la charge primitive. — Pour qu'il en soit ainsi, la condition géométrique est *que les trois couteaux soient en ligne droite.*

(*) Si le fléau est absolument symétrique, par rapport à un plan passant par l'axe de suspension, et perpendiculaire à la ligne du fléau, le centre de gravité *du fléau considéré seul* est situé dans ce même plan. Si, en outre, les deux plateaux ont des poids rigoureusement égaux, on voit qu'on peut suspendre indifféremment chacun d'eux d'un côté et de l'autre, sans que le centre de gravité *du système* cesse d'être dans le même plan, c'est-à-dire sans que la première condition de justesse cesse d'être réalisée.

2° Si l'on veut que la sensibilité soit *aussi grande que possible*, c'est-à-dire que, l'équilibre étant établi, l'addition d'une surcharge déterminée dans l'un des plateaux produise une inclinaison du fléau aussi grande que possible, il faut *que les bras soient aussi longs que possible, que le poids de la balance soit aussi petit que possible, et que son centre de gravité soit aussi voisin que possible de l'axe de suspension.*

Considérons, en effet, une balance dont les trois couteaux A,C,B soient en ligne droite (*fig.* 42). Cette balance étant supposée juste, et

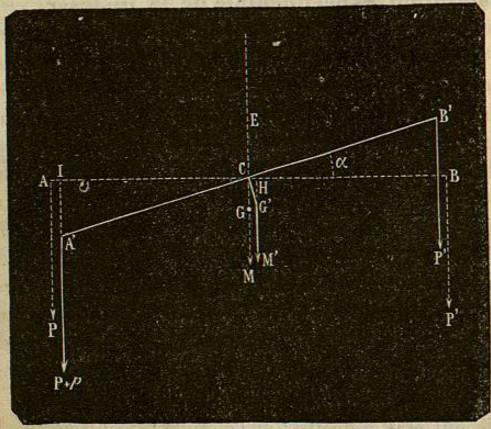

Fig. 42.

l'équilibre étant d'abord établi au moyen de poids égaux P,P', placés dans les plateaux, ajoutons dans le plateau de gauche, par exemple, une surcharge déterminée p : le fléau prend une nouvelle position A'B'; cherchons quel doit être l'angle de A'B' avec la position primitive AB. — La résultante des forces P et P' passant toujours par le point fixe C, il suffira d'exprimer que la force p, appliquée en A', fait équilibre au point M de la balance elle-même, appliqué maintenant suivant G'M', ou, en d'autres termes, que la résultante des deux forces p et M' passe par le point C. Or, transportons les points d'application des deux forces p et M' aux deux points I et H où leurs directions prolongées vont rencontrer la direction AB, ces deux points étant supposés liés invariablement au fléau (14) ; pour que la résultante de ces deux forces parallèles passe par le point C, il faut et il suffit (16,1°) que l'on ait :

$$\frac{CH}{CI}=\frac{p}{M}.$$

Désignons par l la longueur du bras A'C ; par d la distance CG' du centre de gravité au point de suspension, et par α l'angle dont le fléau s'est

incliné. Les triangles rectangles A'IC et G'HC donnent $CH=d \sin \alpha$ et $CI=l \cos \alpha$; en substituant ces valeurs dans la relation précédente, on a :

$$\frac{d \sin \alpha}{l \cos \alpha}=\frac{p}{M};$$

d'où

$$\operatorname{tang} \alpha=\frac{pl}{Md}.$$

On voit : 1° que cette expression est indépendante de la charge primitive ; 2° que, pour une même valeur de la surcharge p, la tangente de l'angle α est *proportionnelle à la longueur* l du bras du fléau, *en raison inverse du poids* M de la balance, *et en raison inverse de la distance* d *de son centre de gravité à l'axe de suspension.*

Enfin, dans la pratique, l'inclinaison α étant toujours très petite, on peut prendre l'angle lui-même pour sa tangente. Dès lors, *pour une même balance*, les quantités l, M et d étant constantes, les valeurs de l'inclinaison α sont proportionnelles aux valeurs de la surcharge p.

61. **Réalisation pratique des conditions de sensibilité.** — Il résulte de ce qui précède que, pour rendre une balance très sensible, le constructeur doit chercher à faire le fléau très long et très léger, et cependant assez rigide pour que, la balance étant chargée, la ligne du fléau reste toujours droite. — Ces conditions sont difficiles à concilier ; cependant, on peut allier jusqu'à un certain point la légèreté à la rigidité, en taillant le fléau en forme de losange, dans une règle plate de bronze ou d'acier, et en évidant une grande partie de son intérieur, comme le montre la figure 43. — On appelle *limite de charge* d'une balance, le poids le plus grand qu'on puisse lui faire porter, sans faire fléchir sensiblement le fléau.

Enfin, on dit qu'une balance est sensible au *milligramme* ou au *centigramme*, selon qu'il suffit d'une surcharge d'un milligramme ou d'un centigramme pour faire incliner le fléau d'un angle appréciable.

Pour les besoins de la pratique, on construit des balances de dimensions très diverses, selon la nature des pesées qu'elles doivent effectuer. — Les unes sont destinées aux corps très légers : elles ont un fléau très faible, et peuvent être rendues sensibles au demi-milligramme. — D'autres sont destinées aux corps plus pesants : elles ont un fléau plus résistant et peuvent supporter, sans fléchir, des poids assez considérables. Ces dernières ne sont généralement guère sensibles qu'au centigramme ; mais une erreur d'un centigramme sur un poids de plusieurs kilogrammes a peu d'importance, en sorte que la *sensibilité relative* de ces balances peut être comparable à celle des balances les plus délicates, à la condition qu'on les emploie à évaluer des poids suffisamment considérables.

62. **Méthode de la double pesée.** — Les conditions de justesse sont très rarement réalisées. La méthode de la double pesée, ou *méthode de Borda*, permet de faire une pesée exacte, même avec une balance qui n'est pas juste, pourvu que cette balance soit sensible. — Voici en quoi consiste cette méthode :

On place dans l'un des plateaux le corps à peser, et on lui fait équilibre en mettant du sable ou de la grenaille de plomb dans l'autre plateau : c'est ce qu'on appelle faire la *tare* du corps. On enlève ensuite le corps et on met des poids marqués à sa place, dans le même plateau, jusqu'à ce que l'aiguille revienne s'arrêter au zéro. Lors même que la balance ne serait pas juste, la somme de ces poids représente exactement le poids du corps, puisque le corps et les poids marqués, placés successivement *dans un même plateau*, ont fait équilibre à une même tare placée dans l'autre. — Il importe seulement que la balance soit sensible, afin qu'il n'y ait pas d'indécision quant à la valeur exacte du nombre de poids nécessaire pour rétablir l'équilibre.

C'est toujours à la méthode de la double pesée que l'on a recours, même avec les meilleures balances, quand on veut effectuer une pesée dont on puisse garantir l'exactitude.

63. **Balances de précision.** — Les balances précises offrent des détails de construction variables d'un modèle à un autre, et destinés à assurer et à conserver la sensibilité. La figure 43 représente l'une des meilleures dispositions.

La balance est supportée par une colonne de fonte MN, établie sur une caisse reposant sur des vis calantes; la colonne porte à sa partie supérieure un support horizontal C, qui vient (en traversant une ouverture pratiquée dans le fléau) recevoir le couteau sur un plan d'agate. Le fléau a la forme d'un losange évidé; il porte, à ses deux extrémités, des couteaux d'acier trempé, sur lesquels s'appuient des étriers E, E′ destinés à soutenir les plateaux (*fig.* 43 et 44). — Une pièce de fonte FF′, qu'on nomme la *fourchette*, peut s'élever ou s'abaisser à volonté, au moyen d'un système de leviers qui est contenu dans la colonne MN, et qu'on met en mouvement par la rotation du bouton G placé hors de la cage. Lorsque, en tournant ce bouton dans un sens convenable, on fait monter la fourchette, elle saisit d'abord par ses extrémités les étriers E, E′, qu'elle soulève un peu au-dessus de leurs couteaux; puis, par les deux appendices H, H′, elle soulève le fléau, de façon que le couteau du milieu ne repose plus sur le plan C; aucun des trois couteaux ne peut donc s'émousser par les frottements, quand la balance n'est pas en expérience. — Quand on veut faire une pesée, on fait descendre la fourchette en tournant le bouton G en sens contraire; elle replace alors successivement le fléau sur le plan C, puis les étriers sur leurs couteaux, et la balance oscille librement (*).

(*) La figure 44 représente une disposition particulière, dans laquelle le premier étrier E en supporte un second *e*, mobile sur lui autour d'un axe qui passe par les pointes des deux vis V′, V′ : les mouvements de ces deux étriers, qui s'effectuent respectivement autour de deux axes horizontaux, perpendiculaires entre eux, permettent aux plateaux d'obéir toujours librement à l'action de la pesanteur, en quelque point de leur surface qu'on ait placé les poids. — Cette dernière condition n'est pas réalisée dans toutes les balances de précision; elle a cependant une influence sensible sur l'exactitude des pesées.

Les oscillations du fléau étant accusées par les mouvements de l'aiguille sur son cadran, elles sont d'autant plus faciles à apprécier que l'aiguille est plus longue. Or, lorsque l'aiguille est placée au-dessus du

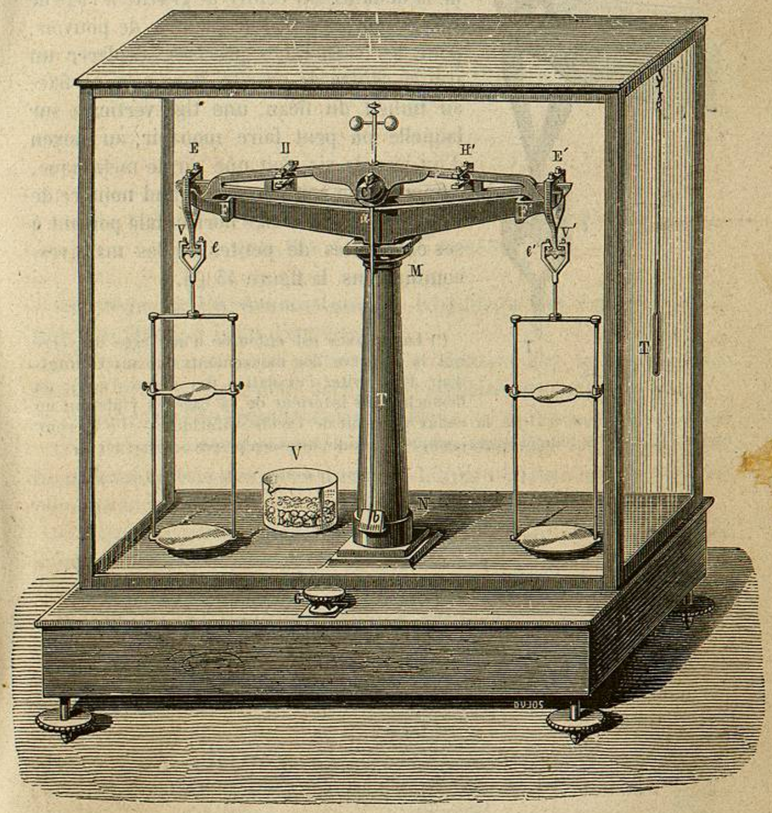

Fig. 43. — Balance de précision.

fléau, comme dans la figure 39, on ne peut en accroître la longueur sans augmenter la hauteur de l'instrument; les balances de précision portent une aiguille *ab*, placée au-dessous du fléau (*fig.* 43), et dont l'extrémité se meut sur un petit cadran d'ivoire, fixé à la partie inférieure de la colonne.

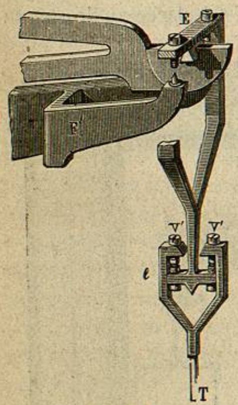

Fig. 44.

La sensibilité de l'instrument dépendant de la distance du centre de gravité à l'axe de suspension (60), on fait en sorte de pouvoir, pour les recherches précises, déplacer un peu ce centre de gravité. Pour cela, on fixe, au milieu du fléau, une tige verticale sur laquelle on peut faire mouvoir, au moyen d'un pas de vis, soit une virole métallique, comme on le voit dans un grand nombre de balances, soit une tige horizontale portant à ses extrémités de petites boules massives, comme dans la figure 43 (*).

(*) La balance est entourée d'une cage de verre qui la préserve des mouvements dus aux courants d'air. Pour éviter l'oxydation des pièces d'acier, on dessèche l'air intérieur de la cage en y plaçant un vase V qui contient, soit de la chaux vive, soit de l'acide sulfurique. — Un thermomètre T donne les températures auxquelles sont faites les pesées.

CHAPITRE II

HYDROSTATIQUE DES LIQUIDES

I. — ÉQUILIBRE DES LIQUIDES. — PRESSIONS EXERCÉES PAR LES LIQUIDES PESANTS.

64. **Objet de l'hydrostatique.** — L'hydrostatique a pour objet l'étude des fluides à l'état d'équilibre.

Elle se divise en deux parties, l'une relative aux liquides, l'autre relative aux gaz. Nous nous occuperons spécialement, dans ce chapitre, de ce qui concerne l'équilibre des liquides.

65. **Principe fondamental de l'hydrostatique** ou **principe de la transmission des pressions.** — L'hydrostatique tout entière repose sur le principe suivant, énoncé par Pascal :

Si, sur une portion plane de la surface d'un liquide, on exerce une pression déterminée, cette pression se transmet intégralement à toute portion de paroi plane ayant une surface égale à la première.

On trouve une confirmation de ce principe dans la *presse hydraulique*, dont la première idée est due à Pascal. — Réduite à sa plus simple expression, cette machine se compose de deux cylindres verticaux A et B (*fig.* 45), de diamètres différents, et communiquant entre eux par un tube CD. Dans chacun des cylindres est placé un piston; l'intervalle compris entre les deux pistons est entièrement plein d'eau.

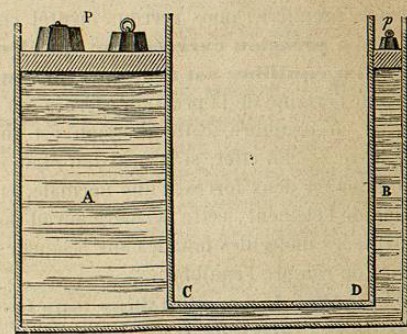

Fig. 45

Supposons, pour fixer les idées, que la surface du plus grand piston P soit égale à 100 fois celle du plus petit p. Plaçons sur le petit piston un poids de 20 kilogrammes, par exemple; il exercera sur le liquide qui est