# CHAPITRE II

## MESURE DES DILATATIONS

### I. — DILATATIONS DES CORPS SOLIDES.

215. **Coefficients de dilatation linéaire.** — L'expérience montre que, si l'on fait subir à une même barre métallique des variations de température peu considérables, et comprises par exemple entre 0° et 150°, elle éprouve des variations de longueur sensiblement *proportionnelles* à ces variations de température.

On appelle *coefficient de dilatation linéaire* d'une barre solide, *le nombre qui exprime l'allongement éprouvé par l'unité de longueur de cette barre, lorsque sa température s'élève d'un degré.*

216. **Formules relatives aux dilatations linéaires.** — Connaissant la longueur $l_0$ d'une barre à 0°, et son coefficient de dilatation linéaire $\delta$, proposons-nous de calculer la longueur $l$ de cette barre à $t$ degrés. — Puisque l'unité de longueur de la barre s'allonge de $\delta$ en passant de 0° à 1°, elle s'allonge de $\delta t$ en passant de 0° à $t$ degrés; par suite, la longueur $l_0$, pour cette même variation de température, s'allonge de la quantité $l_0\delta t$. La longueur totale de la barre devient donc $l_0 + l_0\delta t$, c'est-à-dire que l'on a

$$l = l_0(1 + \delta t). \tag{1}$$

La quantité $1 + \delta t$ a reçu le nom de *binôme de dilatation.*

Inversement, si l'on connaît la longueur $l$ d'une barre à $t$ degrés, et son coefficient de dilatation linéaire $\delta$, pour calculer la longueur $l_0$ de cette barre à 0°, on aura

$$l_0 = \frac{l}{1 + \delta t}. \tag{2}$$

Enfin, connaissant la longueur $l$ à $t$ degrés, il est facile d'en déduire la longueur $l'$ à $t'$ degrés. — En effet, si l'on prend pour inconnue



auxiliaire la longueur $l_0$ de la barre à la température de 0°, on a

$$l = l_0(1 + \delta t), \qquad l' = l_0(1 + \delta t'),$$

et, en divisant ces deux équations membre à membre,

$$\frac{l'}{l} = \frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t},$$

ou enfin

$$l' = l\,\frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t}\ (^*). \tag{3}$$

217. **Mesure des dilatations linéaires : principe de la méthode de Lavoisier et Laplace.** — Diverses méthodes ont été employées pour déterminer les coefficients de dilatation linéaire des corps solides. Voici celle qui a été suivie par Lavoisier et Laplace, en 1782.

Concevons une barre d'environ 2 mètres, placée sur des rouleaux, et s'appuyant par l'une de ses extrémités contre un talon fixe A (*fig.* 196); par son autre extrémité B, contre la petite branche d'un levier coudé

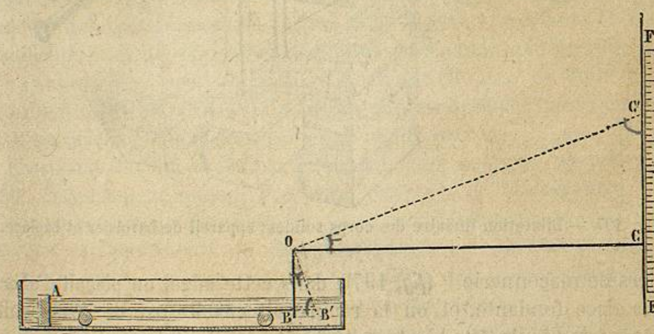


Fig. 196.

BOC, mobile dans un plan vertical autour du point O. Imaginons, en outre, une échelle EF disposée verticalement en regard du levier. — Soit BB' l'allongement qu'éprouve la barre AB, lorsqu'on la fait passer de 0° à $t$ degrés; à cette dernière température, le levier prendra la position B'OC'. Or, les triangles semblables BOB' et COC' donnent

$$BB' = CC'\,\frac{OB}{OC}.$$

Pour obtenir l'allongement BB', il suffira donc de mesurer le dépla-

(*) Au lieu de cette relation entre $l$ et $l'$, on en peut employer une autre, qui est seulement *approchée.* — Effectuons la division indiquée $\frac{1 + \delta t'}{1 + \delta t}$, le quotient est

$$1 + \delta(t' - t) - \delta^2 t(t' - t) + \ldots\ldots$$

cement CC′ de l'extrémité C sur l'échelle divisée, et de multiplier ce déplacement par le rapport des deux bras de levier OB et OC, lequel aura été déterminé une fois pour toutes (*). — Pour en déduire le coefficient de dilatation linéaire, on divisera la quantité BB′ par la longueur initiale de la barre et par la variation de température $t$.

218. **Appareil de Lavoisier et Laplace.** — La barre AB, reposant sur des rouleaux de verre et maintenue par deux paires de tiges verticales J, J, était placée dans une auge métallique, établie entre quatre

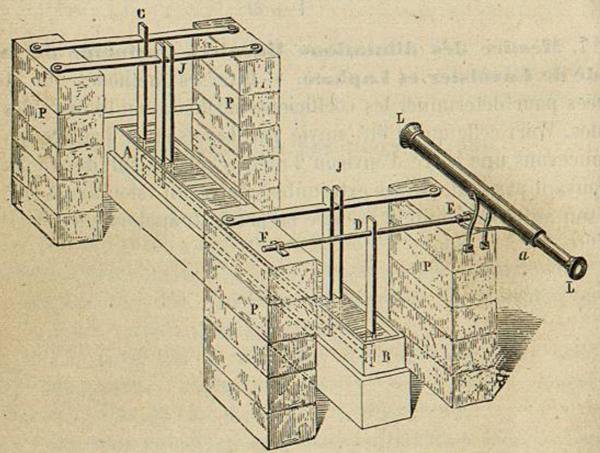


Fig. 197. — Dilatation linéaire des corps solides ; appareil de Lavoisier et Laplace.

piliers de maçonnerie P (*fig.* 197) ; dans cette auge, on plaçait d'abord de la glace fondante, et on la remplaçait ensuite par de l'eau bouillante ou de l'huile (**). L'extrémité A s'appuyait contre la tige de verre

or, $\delta$ étant toujours une fraction très petite, on peut négliger les termes en $\delta^2$, $\delta^3$...., à côté du terme en $\delta$, et prendre, pour valeur approchée de ce quotient,

$$1 + \delta (t' - t).$$

Il vient alors

$$l' = l\left[1 + \delta (t' - t)\right], \qquad (3\ bis)$$

relation qui offre avec la formule (1) une analogie remarquable : elle indique que, pour déduire de la longueur $l$, correspondante à une température quelconque $t$, la longueur $l'$, correspondante à une autre température $t'$, il suffit encore de multiplier la première longueur par le binôme de dilatation $1 + \delta (t' - t)$, relatif à la *variation de température.*

(*) Dans les expériences de Lavoisier et Laplace, ce rapport était égal à $\frac{1}{744}$, en sorte qu'on avait $BB' = \frac{1}{744}\ CC'$. — On voit que l'erreur commise dans la mesure de CC′ était divisée par 744, et BB′ était ainsi déterminé avec une grande précision.

(**) Les premières expériences avaient été faites en échauffant progressivement le liquide de l'auge, à l'aide d'un fourneau placé au-dessous. Cette méthode fut ensuite abandonnée pour celle que nous indiquons ici.



verticale C, fixée solidement aux massifs de maçonnerie. L'extrémité B venait s'appuyer contre une tige semblable D, qui constituait la petite branche du levier coudé : cette tige était fixée à une traverse horizontale FE qui, en tournant autour de son axe, entraînait la tige métallique E$a$ et la lunette LL ; enfin, on avait installé, en regard de la lunette, à environ 200 mètres de distance, une règle verticale divisée. Le rayon visuel dirigé suivant l'axe de la lunette constituait ici la grande branche du levier coudé.

219. **Résultats relatifs aux dilatations linéaires.** — Nous avons admis (215) qu'une même barre solide s'allonge, entre des limites de température suffisamment restreintes, d'une quantité *constante* pour chaque élévation de température d'un degré. Les expériences de Lavoisier et Laplace permettent de constater qu'il en est ainsi. — Concevons, en effet, qu'une première expérience, effectuée en entourant successivement la barre AB de glace fondante et d'eau à 50°, ait donné l'allongement total qu'elle a éprouvé : le quotient de cet allongement par le nombre 50 exprime l'*allongement moyen* de cette barre, pour une élévation de température d'un degré, entre 0° et 50°. Une autre expérience, effectuée en entourant successivement la même barre de glace fondante et d'eau bouillante, et en divisant l'allongement observé par le nombre 100, donnera l'*allongement moyen* de la barre, pour une élévation de température d'un degré, entre 0° et 100°. On trouve que les quotients ainsi obtenus sont sensiblement constants, pour une même barre.

Cependant, Dulong et Petit ont montré plus tard que, au-dessus de 100°, l'allongement moyen, pour une élévation de température d'un degré, augmente sensiblement à mesure que la température s'élève. — Dès lors, les coefficients de dilatation fournis par les expériences ne sont applicables, en toute rigueur, que pour des températures comprises entre les limites de ces expériences elles-mêmes.

Enfin, un même corps solide peut conduire à des résultats un peu différents, selon les actions mécaniques auxquelles il a été soumis, par le martelage ou l'écrouissage. — Il arrive aussi qu'une même barre, lorsqu'elle a éprouvé successivement diverses variations de température, ne présente plus, quand on la soumet à une expérience nouvelle, le même coefficient de dilatation. — Il en résulte que les valeurs trouvées ne conviennent, d'une manière rigoureuse, qu'à l'échantillon particulier sur lequel on a opéré, et encore peuvent-elles ne pas lui rester toujours applicables, s'il subit ultérieurement des variations de température un peu considérables.

220. Le tableau ci-après indique, pour quelques-uns des corps solides les plus usuels, les limites entre lesquelles sont compris les ré-

sultats obtenus, soit par divers expérimentateurs, soit sur divers échantillons.

| NOMS DES CORPS. | COEFFICIENTS DE DILATATION LINÉAIRE. |
|---|---|
| Acier non trempé | 0,0000 1079 |
| Acier trempé | variable de 0,0000 1239 à 0,0000 1386 |
| Argent | 0,0000 1909 |
| Cuivre | variable de 0,0000 1712 à 0,0000 1722 |
| Étain | de 0,0000 1938 à 0,0000 2123 |
| Fer | de 0,0000 1220 à 0,0000 1235 |
| Flint (cristal) | de 0,0000 0812 à 0,0000 0872 |
| Laiton | de 0,0000 1867 à 0,0000 1890 |
| Or | 0,0000 1466 |
| Platine (selon Borda) | 0,0000 0857 |
| Plomb | 0,0000 2848 |
| Verre sans plomb | variable de 0,0000 0876 à 0,0000 0917 |
| Zinc | de 0,0000 2952 à 0,0000 3108 |

221. **Dilatation cubique.** — On appelle *coefficient de dilatation cubique* d'un corps, *le nombre qui exprime l'accroissement de volume éprouvé par l'unité de volume de ce corps, lorsque sa température s'élève d'un degré.*

Si l'on désigne par $V_0$ le volume d'un corps à 0°, par V son volume à $t$ degrés, et par $k$ son coefficient de dilatation cubique, on a la relation

$$V = V_0(1 + kt), \tag{1}$$

que l'on établirait en raisonnant comme pour la relation analogue, relative aux dilatations linéaires (216). — On en déduit

$$V_0 = V\frac{1}{1+kt}. \tag{2}$$

Enfin, si l'on désigne par V′ le volume du corps à $t'$ degrés, on a

$$V' = V\frac{1+kt'}{1+kt}\ (^*). \tag{3}$$

Nous aurons souvent à faire usage de ces formules.

222. **Relations entre les densités d'un même corps à différentes températures.** — Les densités d'un même corps, à différentes températures, sont inversement proportionnelles aux volumes qu'il occupe. Si donc on désigne par $V_0$ et $d_0$ le volume et la densité d'un corps à 0°, par V et $d$ son volume et sa densité à $t$ degrés, on a :

$$\frac{d}{d_0} = \frac{V_0}{V}.$$

(*) On démontrerait comme plus haut (note de la page 179) que cette relation peut être remplacée par la relation *approchée* suivante :

$$V' = V\left[1 + k(t' - t)\right]. \tag{3 bis}$$



En remplaçant V par sa valeur $V_0(1+kt)$, il vient

$$\frac{d}{d_0} = \frac{V_0}{V_0(1+kt)} = \frac{1}{1+kt},$$

ou

$$d = \frac{d_0}{1+kt}. \tag{1}$$

On aura de même, à une autre température $t'$,

$$d' = \frac{d_0}{1+kt'}. \tag{2}$$

En divisant les relations (1) et (2) membre à membre, il vient

$$\frac{d}{d'} = \frac{1+kt'}{1+kt}; \tag{3}$$

c'est-à-dire que *les densités d'un même corps, à deux températures différentes, sont inversement proportionnelles aux binômes de dilatation cubique.*

223. **Relation entre le coefficient de dilatation linéaire et le coefficient de dilatation cubique d'un même corps.** — Les coefficients de dilatation linéaire des divers corps ayant été déterminés par l'expérience, on peut se dispenser de nouvelles expériences pour déterminer les coefficients de dilatation cubique de ces mêmes corps.

En effet, représentons par $\delta$ le coefficient de dilatation linéaire d'un corps, du fer par exemple, et par $k$ son coefficient de dilatation cubique. Prenons pour unité de longueur le mètre, et pour unité de volume le mètre cube. Si nous imaginons un cube de fer ayant un mètre de côté à la température de 0°, et si nous portons sa température à 1°, chaque côté de ce tube acquiert une longueur de $1 + \delta$; le volume de ce cube devient donc $(1+\delta)^3$, c'est-à-dire $1 + 3\delta + 3\delta^2 + \delta^3$; par suite, son *accroissement de volume* est exprimé par $3\delta + 3\delta^2 + \delta^3$. Or, cet accroissement n'est autre chose que le coefficient de dilatation cubique $k$; on a donc

$$k = 3\delta + 3\delta^2 + \delta^3.$$

Mais, pour tous les corps solides, $\delta$ est toujours exprimé par un nombre très petit, comme le montre le tableau de la page 182; le carré $\delta^2$ et le cube $\delta^3$ sont des nombres encore beaucoup plus petits. Il en résulte que, si l'on calculait $k$ en remplaçant $\delta$ par sa valeur dans les trois termes du second membre, le second et le troisième terme n'augmenteraient pas sensiblement le résultat fourni par le premier terme seul (*). — On peut donc se borner à écrire

$$k = 3\delta,$$

(*) Effectuons ce calcul pour le *fer*, dont le coefficient de dilatation linéaire est c'est-à-dire que le *nombre* qui exprime le coefficient de dilatation cubique d'un corps est sensiblement triple du *nombre* qui exprime son coefficient de dilatation linéaire.

Dès lors, pour obtenir les coefficients de dilatation cubique des divers corps inscrits dans le tableau précédent, il suffit de multiplier par 3 tous les nombres de ce tableau.

224. **Dilatation des enveloppes.** — Nous avons démontré précédemment, par une expérience assez grossière (200), que la capacité d'une enveloppe solide augmente, sous l'action de la chaleur, comme le volume d'une masse *de la même substance*, qui remplirait cette enveloppe. On a pu constater, par des expériences plus précises, qu'il en est toujours rigoureusement ainsi. — Il résulte de là que, si l'on considère un réservoir de verre, par exemple, et si l'on se propose de calculer les variations de volume intérieur qu'il éprouve pour des variations de température déterminées, il suffira de faire usage du coefficient de dilatation cubique du verre, et de procéder comme s'il s'agissait d'une masse de verre, remplissant la capacité du réservoir.

Mais, pour ce qui est de la connaissance précise de ce coefficient de dilatation lui-même, on ne doit pas se contenter de déterminations effectuées sur des échantillons de verres plus ou moins semblables à celui qui forme l'enveloppe dont il s'agit. — Il est nécessaire de déterminer le coefficient de dilatation, sur cette enveloppe elle-même. Cette méthode de détermination est fondée sur la connaissance de la dilatation des liquides, comme on le verra plus loin (230 et 231).

## II. — DILATATIONS DES LIQUIDES.

225. **Dilatations apparentes et dilatations absolues.** — Lorsqu'on chauffe un liquide placé dans un vase (*fig.* 185), on n'observe que l'effet résultant de l'action de la chaleur sur le liquide et sur le vase ; c'est ce qu'on nomme la *dilatation apparente* du liquide. — Puisque le vase augmente de capacité, la dilatation apparente est moindre que l'accroissement réel du volume du liquide, ou *dilatation absolue*.

Il semble d'abord impossible d'obtenir la dilatation absolue d'un li-

égal à 0,000012. — En calculant successivement les trois termes contenus dans le second membre, et en faisant la somme, nous aurons

| | |
|---|---|
| $3\delta$ . . . . . . . . . . . . | 0,000036 |
| $3\delta^2$ . . . . . . . . . . . . | 0,000000 000432 |
| $\delta^3$ . . . . . . . . . . . . | 0,000000 000000 00 17 28 |
| | 0,000036 000432 00 17 28 |

Si, au lieu de conserver ce résultat, on se borne à prendre pour valeur de $k$ le nombre 0,000036 fourni par le terme $3\delta$ seul, on voit que cela revient à négliger tous les chiffres décimaux à partir du septième (et même seulement à partir du dixième), ce qui est évidemment toujours suffisant.



quide, sans avoir à tenir compte de la dilatation du vase qui le contient. — C'est ce que permet cependant la méthode suivante, dont le principe est dû à Boyle, et qui a été appliquée par Dulong et Petit à l'étude de la dilatation absolue du mercure.

226. **Détermination du coefficient de dilatation absolue du mercure : principe de la méthode de Dulong et Petit.** — Deux tubes verticaux AB et CD (*fig.* 198), ayant un diamètre de quelques centimètres, communiquent entre eux par un tube capillaire deux fois recourbé BEFD, dont la branche EF est horizontale : on y a introduit du mercure. On refroidit à 0° le liquide contenu dans la branche AB, tandis qu'on chauffe à une température connue T celui de la branche CD ; il s'établit de part et d'autre une différence de densité, et par suite une différence de niveau. En raisonnant comme on l'a fait pour les vases communicants (82), on voit que les hauteurs des niveaux $m$ et $n$, au-dessus de l'axe du tube horizontal EF, doivent être en raison inverse des densités du liquide dans les deux branches. En désignant donc par $h_0$ et $d_0$ la hauteur et la densité du mercure à $0_0$, par $h$ et $d$ la hauteur et la densité du mercure à T degrés, on a

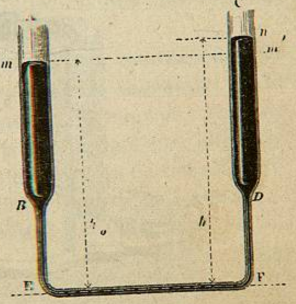


Fig. 198.

$$\frac{h}{h_0}=\frac{d_0}{d}.$$

Mais, si l'on désigne par $\alpha$ le coefficient de dilatation absolue du mercure, nous avons vu (222) que les densités $d_0$ et $d$ sont inversement proportionnelles aux binômes de dilatation correspondants aux températures 0° et T, c'est-à-dire aux quantités 1 et $1+\alpha T$ ; on a donc

$$\frac{d_0}{d}=1+\alpha T;$$

par suite,

$$\frac{h}{h_0}=1+\alpha T.$$

De cette équation, on tire la valeur de $\alpha$,

$$\alpha=\frac{h-h_0}{h_0 T}.$$

Pour déterminer le coefficient de dilatation absolue $\alpha$, il suffira donc de mesurer la température T, la différence de niveau $h-h_0$, et la hauteur $h_0$. C'est ce qu'ont fait Dulong et Petit.