

Soit π le poids du corps solide, déterminé avant l'expérience, et δ_0 sa densité à zéro; soit toujours P le poids de mercure contenu dans l'appareil à zéro, et p le poids de mercure qui s'en échappe à T degrés. Soit d_0 la densité du mercure à zéro. — La capacité intérieure de l'appareil à zéro est égale à la somme des volumes du corps solide, $\frac{\pi}{\delta_0}$,

et du mercure, $\frac{P}{d_0}$; donc, à T degrés, la capacité de l'enveloppe est devenue $(\frac{\pi}{\delta_0} + \frac{P}{d_0})(1 + kT)$, en désignant par k le coefficient de dilatation cubique du verre. D'autre part, le mercure qui est resté dans l'appareil aurait à 0° un volume $\frac{P-p}{d_0}$; donc, si α est le coefficient de dilatation absolue du mercure, son volume à T degrés est $\frac{P-p}{d_0}(1 + \alpha T)$.

Enfin, le corps solide a acquis à T degrés le volume $\frac{\pi}{\delta_0}(1 + \alpha T)$, α étant son coefficient de dilatation cubique. On aura donc l'équation

$$\left(\frac{\pi}{\delta_0} + \frac{P}{d_0}\right)(1 + kT) = \frac{P-p}{d_0}(1 + \alpha T) + \frac{\pi}{\delta_0}(1 + \alpha T),$$

équation du premier degré, d'où l'on tirera la valeur de α .

II. — DILATATIONS DES GAZ.

258. Coefficient de dilatation d'un gaz, sous pression constante. — Loi de Gay-Lussac. — *Le coefficient de dilatation d'un gaz, sous pression constante, est le nombre qui exprime l'accroissement éprouvé par l'unité de volume de ce gaz, pour une élévation de température d'un degré.*

Les expériences de Gay-Lussac, qui seront décrites plus loin, l'amènent à énoncer la loi générale suivante : *Tous les gaz ont, entre 0° et 100° , le même coefficient de dilatation (loi de Gay-Lussac).* — De plus, les expériences de Davy le conduisirent à considérer la valeur de ce coefficient comme indépendante de la pression sous laquelle la dilatation se produit.

Nous verrons que cette loi ne doit pas être considérée comme rigoureusement exacte : mais elle est, comme la loi de Mariotte, suffisamment approchée pour permettre de calculer, sans grande erreur, les variations de volume des gaz, pourvu qu'ils soient assez éloignés de leur point de liquéfaction.

259. Formules relatives à la dilatation des gaz sous pression constante. — Si l'on désigne par α le coefficient de dilatation

d'un gaz, par V_0 , V et V' les volumes qu'occupe, sous une pression constante, une même masse de ce gaz portée successivement aux températures de 0° , t et t' degrés, on a, en raisonnant comme plus haut (221), les relations :

$$(1) \quad \begin{cases} V = V_0(1 + \alpha t) \\ V_0 = V \frac{1}{1 + \alpha t} \\ V' = V \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t} \end{cases}$$

Ces formules supposent que la pression du gaz n'a pas varié. — Supposons maintenant que la pression varie en même temps que la température : si l'on admet que le coefficient de dilatation α soit indépendant de la pression (258), on aura tous les éléments nécessaires pour résoudre le problème suivant :

240. Problème général. — *Étant donné le volume d'une masse gazeuse à la température t et sous la pression H , trouver le volume V' de la même masse à la température t' et sous la pression H' .* — Supposons d'abord que la pression seule varie, et désignons par V_1 le volume qu'occuperait le gaz à t degrés et sous la pression H' ; on aura, d'après la loi de Mariotte,

$$V_1 = V \frac{H}{H'}$$

En faisant varier maintenant la température, on aura

$$V' = V_1 \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t},$$

ou, en remplaçant V_1 par sa valeur,

$$(2) \quad V' = V \times \frac{H}{H'} \times \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t} (*).$$

Remarque. — Ce résultat conduit immédiatement à la solution de la question suivante :

Étant donnée la densité D d'un gaz à la température t et sous la pression H , trouver la densité D' à la température t' et sous la pression H' . En effet, les densités d'une même masse de gaz étant en raison inverse des volumes qu'elle acquiert, on aura

$$\frac{D'}{D} = \frac{V}{V'};$$

(*) D'après l'extension donnée à la loi de Gay-Lussac par Davy (258), le même nombre α peut être considéré comme représentant le coefficient de dilatation du gaz aussi bien sous la pression H' que sous la pression H .

mais la formule (2) donne

$$\frac{V}{V'} = \frac{H'}{H} \times \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t'}$$

En substituant, il vient

$$(3) \quad D' = D \times \frac{H'}{H} \times \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t'}$$

241. Évaluation du volume ou de la densité d'une masse gazeuse, dans les conditions normales de température et de pression. — L'un des problèmes que l'on a le plus fréquemment à résoudre est celui où, connaissant le volume V ou la densité D

d'une masse gazeuse à une température t et sous une pression H , on cherche le volume V_0 ou la densité D_0 dans les conditions normales de température et de pression, c'est-à-dire à 0° et sous la pression de 760 millimètres. — Dans les formules (2) et (3), il suffit de faire $t' = 0$ et $H' = 760$; il vient alors

$$(4) \quad V_0 = V \frac{H}{760} \frac{1}{1 + \alpha t}$$

$$(5) \quad D_0 = D \frac{760}{H} (1 + \alpha t)$$

242. Détermination du coefficient de dilatation des gaz. —

Expériences de Gay-Lussac. — Le gaz, préalablement desséché, est introduit dans un réservoir de verre muni d'une tige AB (fig. 205). Une petite colonne de mercure mn le sépare de l'atmosphère extérieure (*). La tige a été partagée en parties d'égales capacités, et l'on a déterminé, par une expérience préliminaire, le rapport entre la capacité du réservoir jusqu'au zéro de la division, et celle d'une division de la tige (**). — L'appareil étant placé horizontalement dans une caisse métallique DD' , on le porte successivement aux températures de la glace fondante et de la vapeur d'eau bouillante; à chacune de ces deux températures, on note la position de l'index de mercure. — Désignons par V_0 le nombre de divisions occupées par le gaz à 0° (γ compris celles que représente la capacité du réservoir); soit V son volume appa-

(*) Pour introduire dans l'appareil de l'air desséché, on commençait par remplir de mercure le réservoir A et la tige, en opérant comme pour la construction du thermomètre: on adaptait ensuite à l'extrémité de la tige un tube plus large CC' , contenant des fragments de chlorure de calcium, et l'on renversait l'appareil, comme l'indique la figure 204; alors, à l'aide d'un fil de platine qu'on introduisait dans le tube capillaire, on déterminait la sortie du mercure, qui se trouvait ainsi remplacé par de l'air desséché. Avec quelques précautions, on parvenait à n'avoir plus dans le tube que la petite colonne de mercure qui devait servir d'index, et l'appareil était prêt pour l'expérience.

(**) Voir la note de la page 189.

rent, ou le nombre de divisions qu'il occupe à la température T de l'eau bouillante, et k le coefficient de dilatation cubique du verre. Le volume réel du gaz à la température T est $V(1 + kT)$; par suite, le coefficient de dilatation α du gaz est :

$$\alpha = \frac{V(1 + kT) - V_0}{V_0 T}$$

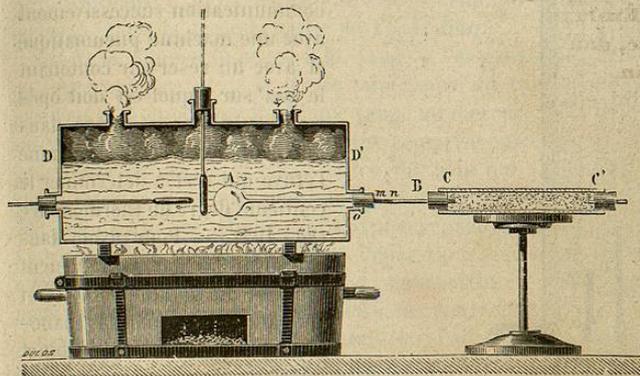


Fig. 205. — Dilatation des gaz; appareil de Gay-Lussac.



Fig. 204.

Gay-Lussac a trouvé, pour l'air et pour les divers gaz qu'il a étudiés, le nombre 0,00375. — On emploie souvent, dans les calculs, la valeur approchée $\frac{1}{273}$.

Deux causes d'erreur principales doivent être signalées dans les expériences de Gay-Lussac : 1° l'imparfaite dessiccation du gaz ; 2° l'insuffisance de l'index mercuriel, pour séparer le gaz de l'atmosphère extérieure : on peut s'assurer, en effet, que si, après avoir porté l'appareil à la température de l'eau bouillante, on le ramène à 0° , l'index de mercure, au lieu de revenir simplement à son point de départ, revient en un point plus rapproché du réservoir, d'où l'on conclut qu'une partie du gaz s'est échappée. Il était donc nécessaire de reprendre ces déterminations par des méthodes plus précises.

243. Expériences de Regnault. — Parmi les expériences de Regnault, nous choisirons celles qui ont porté sur les dilatations des gaz entre 0° et 100° , la pression étant maintenue toujours sensiblement égale à la pression atmosphérique.

Le gaz sera introduit dans un ballon de verre (fig. 205), communiquant par un tube capillaire avec un manomètre à air libre GANM, muni à sa partie inférieure d'un robinet à trois voies (fig. 155); les deux branches du manomètre sont placées dans un bain d'eau, qui

les maintient à une température constante. Deux traits de repère sont tracés sur le verre, l'un en B, l'autre en D, sur les parties étroites du tube manométrique. Le cube capillaire du ballon est réuni au manomètre par un tube métallique à trois branches; dans la troisième branche, est mastiqué un petit tube T, qui sera mis en communication successivement avec une machine pneumatique et avec un réservoir contenant le gaz sur lequel on doit opérer. Le ballon est placé dans une chaudière, disposée comme l'étuve qui sert à déterminer le centième degré du thermomètre (fig. 192). — Pour avoir dans l'appareil du gaz parfaitement sec, on introduit d'abord un peu de mercure dans le manomètre, et l'on tourne le robinet inférieur de manière à intercepter la communication entre les deux branches. On chauffe alors le ballon, afin de vaporiser l'humidité adhérente au verre; on fait le vide dans l'appareil, et on laisse entrer du

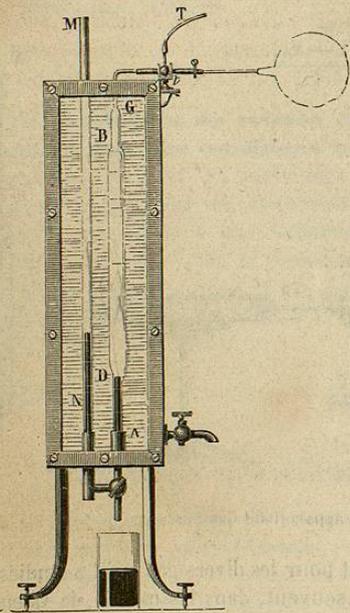


Fig. 205. — Appareil de Regnault.

gaz, qui se dessèche en traversant des tubes à ponce sulfurique; on fait encore le vide, on laisse entrer une nouvelle quantité de gaz, et ainsi de suite, une douzaine de fois, de manière à être certain que l'appareil ne contient plus trace d'humidité.

L'appareil ayant été rempli une dernière fois de gaz sec, on entoure le ballon de glace fondante: on rétablit la communication entre les deux branches du manomètre, en plaçant le robinet R dans la position 1 (fig. 153), et l'on verse du mercure en M, de manière à amener le niveau dans l'autre branche au trait supérieur B; le liquide s'élève alors à la même hauteur de part et d'autre. On ferme à la lampe le tube de verre T. On note la hauteur H du baromètre et la température extérieure t. — C'est la première partie de l'opération.

On remplace la glace fondante par de l'eau qu'on porte à l'ébullition. Une partie du gaz passe dans le manomètre, en même temps que le niveau du mercure s'élève à droite, par suite de l'augmentation de force élastique. On fait alors écouler du mercure par le robinet R, en le tournant dans la position 2 (fig. 153), afin de diminuer la pression:

les dimensions du ballon et la capacité BD ont été choisies de façon que le niveau du mercure arrive au trait inférieur D lorsque les deux colonnes mercurielles n'offrent plus qu'une différence de hauteur de quelques millimètres. On ramène le robinet dans la position 1, et l'on détermine la force élastique H' du gaz, laquelle est exprimée par la hauteur barométrique, augmentée ou diminuée de la petite différence de hauteur du mercure dans les deux branches; on note la température extérieure t', et la température θ de l'eau qui entoure le manomètre. — C'est la seconde partie de l'opération.

Soit V₀ le volume du ballon à 0°, jaugé à l'eau distillée; v, le volume du tube capillaire et de la partie supérieure du tube manométrique, jusqu'au trait supérieur B, volume jaugé au mercure, à la température extérieure; u, le volume de la partie comprise entre les traits B et D, jaugé au mercure, à la température du bain qui l'entoure. — Nous allons calculer le volume total du gaz, ramené à 0° et à la pression de 760 millimètres: ce volume peut s'exprimer, soit au moyen des données fournies par la première partie de l'opération, soit au moyen des données fournies par la seconde partie; en égalant les deux expressions, nous obtiendrons une équation d'où nous pourrions tirer α.

Dans la première partie de l'opération, l'air occupait, sous la pression H, d'une part, le volume V₀ du ballon à 0°; d'autre part, le volume v du tube à la température t: en ramenant chacun de ces deux volumes de gaz à 0° et 760^{mm}, et appliquant les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, toujours applicables quand il s'agit de petites variations de pression et de température, on a, pour le volume total,

$$\left(V_0 + \frac{v}{1 + \alpha t} \right) \frac{H}{760}.$$

Dans la seconde partie de l'opération, le ballon étant à T degrés, son volume est V₀ (1 + kT), k étant le coefficient de dilatation cubique du verre. Le gaz occupe donc, d'une part le volume V₀ (1 + kT) à la température T; d'autre part, le volume v à la température t', et le volume u à la température θ; comme il est à une pression H', voisine de la pression atmosphérique, on obtient, pour seconde expression du volume total, à 0° et 760^{mm},

$$\left(\frac{V_0(1 + kT)}{1 + \alpha T} + \frac{v}{1 + \alpha t'} + \frac{u}{1 + \alpha \theta} \right) \frac{H'}{760}.$$

En égalant ces deux expressions, il vient

$$\left(V_0 + \frac{v}{1 + \alpha t} \right) H = \left(\frac{V_0(1 + kT)}{1 + \alpha T} + \frac{v}{1 + \alpha t'} + \frac{u}{1 + \alpha \theta} \right) H'.$$

En chassant les dénominateurs, on obtient une équation qui est d'un

degré trop élevé en α pour qu'on puisse la résoudre directement. Pour en déduire la valeur de α , Regnault employait une méthode de calcul particulière, que nous ne pouvons indiquer ici. Nous nous contenterons de faire remarquer que, si la température extérieure n'a pas changé pendant l'expérience, et si cette température est aussi celle de l'eau qui entoure le manomètre, on aura $t = t' = \theta$; si l'on a, en même temps $H' = H$, l'équation devient

$$V_0 = \frac{V_0(1 + kT)}{1 + \alpha T} + \frac{u}{1 + \alpha t},$$

équation d'où il est facile de tirer la valeur de α .

Pour l'air en particulier, le calcul exact, appliqué aux données de l'expérience, a donné pour le coefficient de dilatation α la valeur 0,00567, qui a été adoptée par les physiciens.

244. Valeurs des coefficients de dilatation des divers gaz, sous pression constante. — Le tableau suivant donne, pour quelques gaz, les résultats fournis par les expériences de Regnault, sous une pression sensiblement égale à la pression atmosphérique.

	COEFFICIENTS DE DILATATION.
Hydrogène	0,005661
Air	0,005670
Oxyde de carbone	0,005669
Acide carbonique	0,005710
Protoxyde d'azote	0,005719
Cyanogène	0,005877
Acide sulfureux	0,005905

On voit que les trois premiers gaz ont des coefficients de dilatation sensiblement égaux. — Pour les autres gaz, le coefficient de dilatation acquiert des valeurs d'autant plus grandes, qu'il s'agit d'un gaz plus voisin de son point de liquéfaction.

A la suite de ces expériences, Regnault en a fait d'autres, pour étudier les dilatations des gaz sous des pressions *supérieures à la pression atmosphérique*, la pression conservant d'ailleurs toujours sensiblement une même valeur pendant la durée d'une même expérience. — Il a trouvé que, pour l'hydrogène ou l'air, le coefficient de dilatation reste sensiblement indépendant de la pression. — Pour les gaz facilement liquéfiables, comme l'acide carbonique ou l'acide sulfureux, le coefficient de dilatation augmente notablement, à mesure que la pression sous laquelle on opère est plus considérable.

En résumé, les recherches de Regnault conduisent à conclure, ainsi que nous l'avons indiqué en commençant, que la loi de Gay-Lussac, même avec l'extension indiquée par les expériences de Davy (258), peut être appliquée, sans erreur sensible, au calcul des variations de volume des gaz, mais seulement quand il s'agit de gaz suffisamment éloignés de leur point de liquéfaction.

CHAPITRE III

DENSITÉS DES GAZ

245. Définitions. — D'après la définition générale des poids spécifiques (96), on doit appeler *poids spécifique* d'un gaz, dans des conditions déterminées de température et de pression, le *poids de l'unité de volume* de ce gaz, pris dans les conditions énoncées. Ce serait le quotient du poids d'un certain volume du gaz par le poids d'un égal volume d'eau. — Les nombres que l'on obtiendrait ainsi, et qui expriment les poids spécifiques des gaz par rapport à l'eau, sont essentiellement variables avec les conditions de température et de pression. On préfère introduire dans les calculs les *densités prises par rapport à l'air*.

On appelle, en général, *densité* d'un gaz, le *rapport entre les poids de deux volumes égaux de ce gaz et d'air, pris dans des conditions identiques de température et de pression*. — Quand il s'agit d'un gaz auquel la loi de Mariotte est applicable aussi bien qu'à l'air, et quand le coefficient de dilatation du gaz est le même que celui de l'air, ce rapport est *indépendant des conditions de température et de pression*, pourvu que ces conditions restent les mêmes pour le gaz et pour l'air. On voit en effet que des volumes égaux de ce gaz et d'air resteront toujours égaux entre eux, quelles que soient les variations de température et de pression.

Mais il n'en serait plus de même pour un gaz qui ne suivrait pas la loi de Mariotte (140), et dont le coefficient de dilatation différerait notablement de celui de l'air (244). — Dès lors, pour définir avec précision la densité d'un gaz, il faut convenir *d'une température et d'une pression particulières*, sous lesquelles la détermination devra être effectuée. On a choisi la température de 0° et la pression de 760 millimètres.

On appelle alors plus particulièrement *densité* d'un gaz, le *rapport entre les poids de deux volumes égaux du gaz et d'air, pris l'un et l'autre à 0° et sous la pression de 760 millimètres*.