

c'est-à-dire que les prolongements géométriques de tous les rayons réfléchis passeront tous sensiblement *en un même point P'*, comme le représente la figure 601 bis.

Le point P' reçoit encore le nom de *foyer* du point P. — Il faut remarquer que, les rayons lumineux ne parvenant pas réellement à ce point, il est impossible

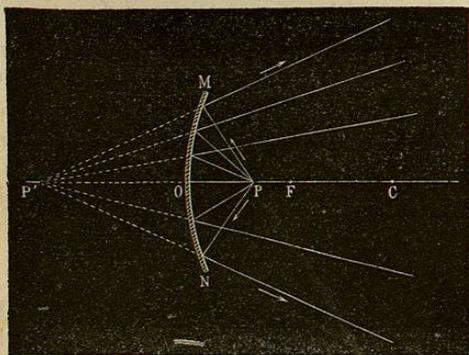


Fig. 601 bis. — Foyer virtuel.

d'en vérifier la position comme on pouvait le faire dans les cas précédents, au moyen d'un écran. Mais, si l'œil est placé sur le trajet des rayons réfléchis, il perçoit ces divers rayons comme s'ils émanaient du point P', c'est-à-dire qu'il voit un point lumineux en P'. Ce point prend alors le nom de *foyer virtuel*. — Par opposition, on appelle *foyers réels*, les points par lesquels passent effectivement les rayons lumineux réfléchis, comme dans les cas précédents.

Réciproquement, si l'on recevait sur le miroir des rayons dont les directions prolongées allaient *concourir* au point P', les rayons réfléchis viendraient converger au point P, en avant de la surface réfléchissante. Pour cette raison, on désigne encore le système des deux points P et P' sous le nom de *foyers conjugués*.

*721. **Relation numérique entre les distances focales conjuguées.** — Désignons par p la distance PO du point lumineux au miroir (fig. 600), par p' la distance P'O du miroir au foyer conjugué, et par R le rayon de courbure du miroir. En introduisant ces notations dans la relation $\frac{P'O}{PC} = \frac{PO}{PC}$, dont nous venons de démontrer la généralité, on a :

$$\frac{p'}{R - p'} = \frac{p}{p - R},$$

ou bien, en chassant les dénominateurs, et divisant tous les termes par le produit $pp'R$,

$$(1) \quad \frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{2}{R}.$$

A l'aide de cette relation, étant donné un miroir sphérique de rayon R

et un point situé à une distance p sur l'axe de ce miroir, on pourra calculer la distance p' du miroir au foyer conjugué, ou réciproquement.

On voit que, si l'on fait $p = \infty$, c'est-à-dire si l'on considère des rayons incidents parallèles à l'axe principal, la formule (1) donne $p' = \frac{R}{2}$; c'est la position déjà obtenue (717) pour le foyer principal. Si donc on désigne par f la distance focale principale, on a $\frac{1}{f} = \frac{2}{R}$, et la relation (1) peut alors s'écrire :

$$(1^{bis}) \quad \frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}.$$

En donnant à p diverses valeurs, et discutant les valeurs correspondantes de p' , on retrouvera analytiquement tous les résultats que nous avons obtenus par des considérations géométriques.

722. **Foyers des points situés en dehors de l'axe principal.** — **Axes secondaires.** — Soit un point lumineux A (fig. 602), situé hors de l'axe principal du miroir, mais à peu de distance de cet axe. Joignons ce point au centre C, et soit B le point où la droite ainsi menée rencontre la surface du miroir. Le miroir, offrant, dans les points voisins de B, la même symétrie que dans les points voisins

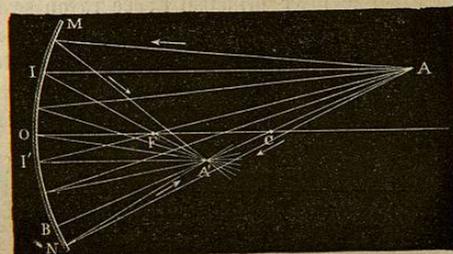


Fig. 602.

du sommet O, on pourra appliquer à cette droite tout ce qui a été dit de l'axe OC dans les paragraphes précédents; il en résulte que tous les rayons partis d'un point quelconque A de la droite AB passeront, après réflexion, par un même point A' situé sur cette droite; et que, inversement, des rayons émanés du point A' iraient concourir au point A. — La droite AB se nomme l'*axe secondaire* du point A, les points A et A' sont deux *foyers conjugués* sur cet axe.

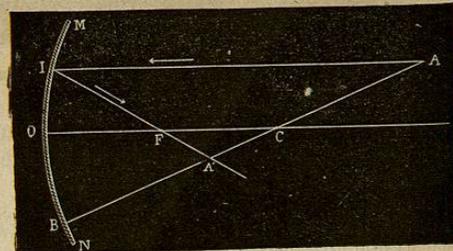


Fig. 603.

La droite AB se nomme l'*axe secondaire* du point A, les points A et A' sont deux *foyers conjugués* sur cet axe.

Cela posé, pour obtenir, par une construction géométrique, la position du foyer conjugué d'un point donné A, il suffira de construire un seul

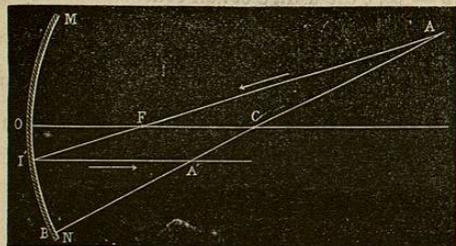


Fig. 605 bis.

rayon lumineux réfléchi, et de déterminer le point où il coupe l'axe secondaire AB. On choisit en général, ceux de ces rayons dont la construction est la plus simple. — Considérons, par exemple, parmi les rayons incidents, le rayon AI (fig. 605) qui est parallèle à l'axe principal; il viendra passer, après réflexion, par le foyer principal F; on trouvera donc le point A' en déterminant le point d'intersection de IF avec AB. — On peut aussi, au lieu du rayon incident parallèle à l'axe principal, employer le rayon incident AP (fig. 605 bis), qui passe par le foyer principal F; ce rayon se réfléchit parallèlement à l'axe principal et coupe alors l'axe secondaire au point cherché A' (*).

725. **Images des objets placés devant les miroirs sphériques concaves.** — L'image d'un objet est l'ensemble des foyers conjugués de tous ses points. Il nous suffira de considérer l'image d'une droite

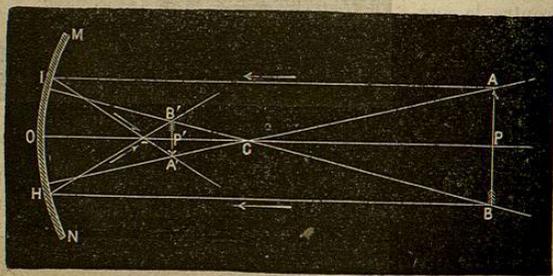


Fig. 604. — Image réelle d'un objet.

perpendiculaire à l'axe principal : il est évident que la solution de ce cas particulier permettra de construire l'image d'un objet quelconque.

(*) Dans certains cas, il se peut que l'une ou l'autre de ces deux constructions semble en défaut, tantôt parce que le rayon incident employé pour trouver le foyer conjugué n'existe pas, tantôt parce que ce rayon se trouve intercepté avant sa rencontre avec la surface du miroir : il ne faudrait pas pour cela renoncer à ces constructions, qui doivent être regardées comme *purement géométriques*. Les lignes tracées sur la figure, bien que ne représentant plus alors de véritables rayons lumineux, détermineront toujours le foyer que l'on cherche.

1° Soit un objet rectiligne AB (fig. 604), perpendiculaire à l'axe principal du miroir MN, et situé *au delà du centre*. — Pour trouver le foyer conjugué de l'extrémité A, traçons l'axe secondaire AC, et un rayon AI parallèle à l'axe principal; après réflexion, ce rayon passe au foyer principal F et rencontre le prolongement de AC au point A', qui est l'image du point A. — On déterminera de même l'image B' du point B. — Les points intermédiaires entre A et B auront leurs foyers placés entre A' et B', sur la droite A'B' : cette droite est donc l'image de AB.

On voit, par la construction même, que cette image est *réelle*. — De plus, elle est *renversée* par rapport à l'objet, puisque les axes secondaires des extrémités A et B se croisent au centre C. — Enfin, dans le cas actuel, l'image est *plus petite que l'objet*; en effet A'B' et AB sont les bases des triangles semblables A'CB' et ACB; elles sont *entre elles* comme PC et PC, ou, d'après ce qui a été dit (719), comme PO et PO; or, PO étant plus petit que PO, il en résulte que l'image A'B' est plus petite que l'objet AB.

Si l'on suppose que l'objet AB *se rapproche du centre*, les axes secondaires des extrémités de l'objet s'écartent l'un de l'autre; or, les foyers conjugués de ces points sont toujours déterminés par les intersections de ces axes avec les rayons réfléchis qui passent par le foyer principal, rayons qui n'ont pas changé de direction; dès lors l'image devient *plus grande* et se rapproche du centre (*).

2° Supposons l'objet AB (fig. 605) sur la perpendiculaire menée par le centre à l'axe principal, et, pour plus de clarté dans la figure, plaçons-le tout entier d'un même côté de l'axe. — L'axe secondaire du point A ne rencontrant plus le miroir, déterminons le foyer conjugué de ce point par l'intersection de deux rayons réfléchis, savoir : d'une part, celui qui provient du rayon incident AM parallèle à l'axe principal, et qui passe, après réflexion, par le foyer principal F; d'autre part, celui qui provient du rayon incident AF mené par le foyer principal, et qui est réfléchi parallèlement à l'axe OC. Il est facile de voir

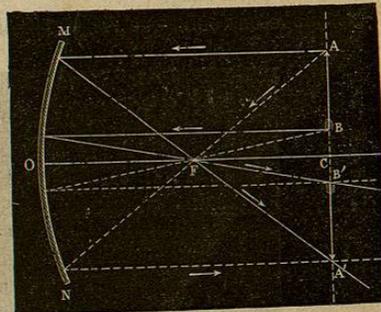


Fig. 605.

(*) L'objet et l'image sont toujours compris entre deux droites, AA' et BB', qui se coupent au centre : c'est ce qu'on exprime en disant que, dans chaque cas particulier, un objet et son image *seraient vus du centre sous des angles égaux*. — Il sera facile de voir que l'objet et l'image jouissent de la même propriété par rapport au sommet du miroir. — Mais le centre et le sommet sont les deux seuls points pour lesquels il en soit ainsi.

que leur intersection A' est symétrique de A par rapport à l'axe principal (*). — On déterminerait de même le foyer conjugué B' du point B . — Cette construction montre que l'image $A'B'$ est *réelle, renversée, égale à l'objet, et symétriquement placée par rapport à l'axe principal.*

5° Si l'objet AB est placé *entre le centre et le foyer principal*, on trouvera, en répétant la construction du premier cas, que l'image est *située au delà du centre*; qu'elle est *réelle, renversée et plus grande que l'objet.* — On verra facilement que, plus l'objet s'approche du foyer, plus cette image grandit en s'éloignant du miroir.

4° Si l'objet AB coupe l'axe principal *au foyer principal* F (fig. 606), l'axe secondaire du point A et le rayon réfléchi IF doivent être considérés comme parallèles, pourvu que l'ouverture du miroir soit *très petite*; en effet AI devient alors égal à OF , et par suite à FC ; la figure $AIFC$ est donc un parallélogramme, les côtés opposés AI et FC étant égaux et parallèles. Il en résulte que IF , qui, par son intersection avec AC , devait déterminer le foyer conjugué du point A ,

ne rencontre AC ni en avant, ni en arrière du miroir. Dans ce cas, il n'y a donc *pas d'image* (**).

5° Supposons enfin que l'objet AB soit situé *entre le foyer principal et*

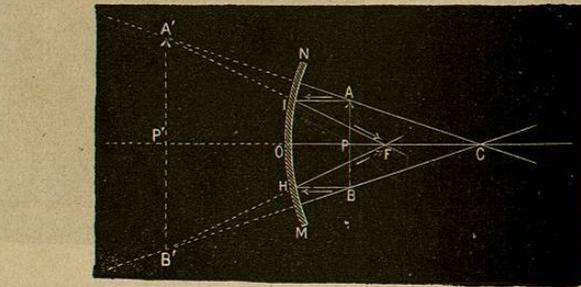


Fig. 607. — Image virtuelle.

le miroir (fig. 607). En menant encore l'axe secondaire du point B , et le

(*) On devait s'attendre à trouver le point A' sur le prolongement de la perpendiculaire AC , car cette perpendiculaire est ici l'axe secondaire du point A .

(**) En considérant la position que nous venons d'examiner comme la limite des positions que peut prendre l'objet AB lorsqu'il s'approche indéfiniment du foyer principal, on dit quelquefois que l'image est alors infiniment éloignée du miroir et infiniment grande.

rayon AI qui émane de ce point parallèlement à l'axe principal et se réfléchit suivant IF , on forme un trapèze $AIFC$, dans lequel le côté AI est plus petit que FC , puisqu'il est moindre que OF : le rayon réfléchi IF , prolongé en avant du miroir, ne rencontre donc pas l'axe secondaire du point A . Mais les prolongements de ces deux directions se rencontrent derrière le miroir, en un point A' , qui est le foyer conjugué *virtuel* du point A . On déterminerait de même le point B' . — On voit donc que, si l'objet est placé entre le foyer et le miroir, l'image est *virtuelle, droite et plus grande que l'objet.*

A mesure que l'objet se rapproche du miroir, l'image s'en rapproche également et diminue de grandeur.

* 724. **Relation numérique entre la grandeur de l'image et celle de l'objet.** — Dans l'un quelconque des cas que nous venons d'étudier, considérons les triangles semblables $ACB, A'CB'$ (fig. 604 ou 607), et soient o la longueur AB de l'objet, i la longueur $A'B'$ de l'image: en représentant toujours les distances OP et OP' par p et p' , et tenant compte du résultat connu $\frac{PC}{FC} = \frac{P'O}{FO}$, nous aurons:

$$(2) \quad \frac{i}{o} = \frac{p'}{p};$$

si l'on joint à cette équation la relation:

$$(1^{bis}) \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f},$$

on pourra, en éliminant p' entre ces deux équations, obtenir une relation qui donnera la grandeur i de l'image, en fonction de la grandeur o de l'objet de sa distance p au miroir. — La discussion de cette relation permettra de retrouver tous les résultats que nous venons d'obtenir par des considérations géométriques.

725. Vérification expérimentale des résultats qui précèdent.

— Devant un miroir sphérique concave, on dispose une bougie, de manière que le milieu de la flamme P se trouve à peu près sur l'axe principal du miroir. A l'aide d'un petit écran de papier, on cherche le lieu où l'image se forme avec plus de netteté. — On constate alors les résultats suivants:

1° La bougie P étant d'abord placée très loin du miroir (fig. 608), l'image P' se forme très près du foyer principal F ; cette image est renversée, très petite et très brillante. — Si l'on rapproche graduellement la bougie du centre C du miroir, l'image s'en rapproche également, en marchant en sens inverse: en même temps, elle grandit, mais en restant toujours plus petite que l'objet.

2° Lorsqu'on atteint le centre, en ayant soin d'abaisser suffisamment

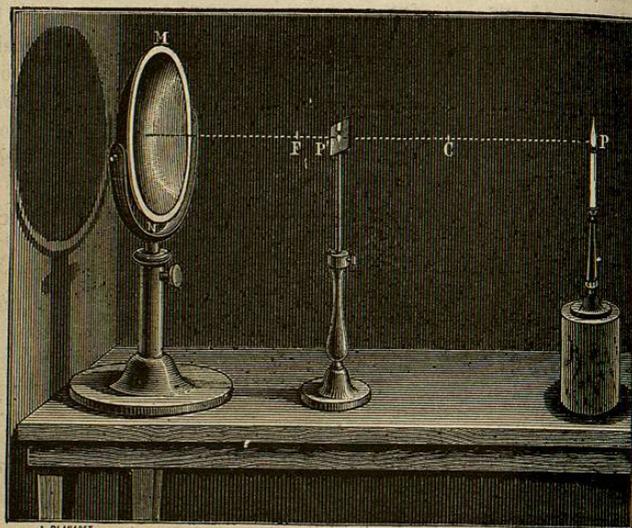


Fig. 608. — Image réelle, plus petite que l'objet.

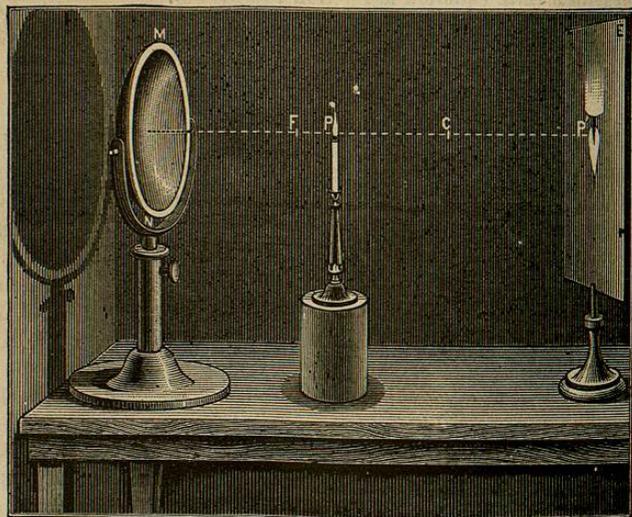


Fig. 609. — Image réelle, plus grande que l'objet.

la flamme au-dessous de l'axe, on peut constater que l'image, toujours

renversée, se trouve à la même distance du miroir, et qu'elle est égale en grandeur à l'objet (*).

3° Quand la bougie P arrive entre le centre et le foyer principal F (fig. 609), on reconnaît que l'image P' a dépassé le centre C; qu'elle est toujours renversée, mais qu'elle est alors plus grande que l'objet; enfin, elle est d'autant plus grande et plus éloignée du miroir, que la flamme se rapproche davantage du foyer principal.

4° Quand la bougie atteint le foyer principal, l'image disparaît; les rayons réfléchis par le miroir forment alors un faisceau qui est sensiblement parallèle à l'axe principal, et qui le serait rigoureusement si la flamme se réduisait à un point.

5° Enfin, quand la bougie arrive entre le foyer F et le miroir (fig. 610), un observateur placé en avant du miroir voit apparaître, derrière la surface réfléchissante, une image virtuelle et droite; cette image, d'abord très grande et très éloignée, se rapproche et diminue progressivement, à mesure qu'on approche la bougie de la surface du miroir.

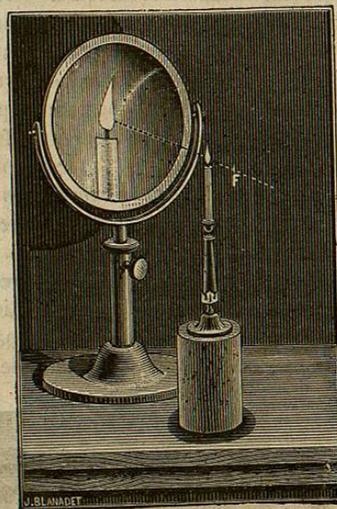


Fig. 610. — Image virtuelle.

— Cette expérience explique l'usage qu'on fait quelquefois des miroirs concaves comme *miroirs grossissants*.

726. Observation des images réelles, sans l'emploi d'écrans.

— **Images aériennes.** — Pour constater la production de l'image, dans le cas où cette image est réelle, nous avons employé un écran, que nous plaçons au point où l'image apparaissait avec le plus de netteté. — Elle devenait alors *visible de tous les points de l'espace environnant*, parce que les points de l'écran qui étaient éclairés diffusaient de la lumière dans toutes les directions.

On peut encore percevoir la formation d'une image *réelle* sans employer d'écran. En effet, les rayons émis par un point A de l'objet (fig. 602) donnent naissance, après réflexion, à un cône de rayons con-

(*) On donne quelquefois une autre forme à cette expérience. Au-dessous du centre d'un grand miroir concave, et dans une salle bien éclairée, on suspend un bouquet de fleurs, dans une position *renversée*. Les personnes placées à quelque distance, en avant du miroir, aperçoivent alors, au-dessus du centre, une image aérienne et *droite* de ce bouquet.

vergents, ayant pour base le miroir et pour sommet le point A' : donc, si l'on supprime l'écran, ces rayons, continuant leur marche au delà de A', forment un cône de rayons *divergents*, dont les arêtes sont dans le prolongement de celles du cône précédent. Dès lors, si l'œil de l'observateur est placé à l'intérieur de ce dernier cône, il recevra de la lumière dans les mêmes conditions que si le point A' appartenait à un objet lumineux. L'observateur verra de même les autres points de l'image, pourvu que son œil soit placé dans la région commune aux divers cônes ayant ces divers points pour sommets. — Cette région est généralement assez étendue pour que plusieurs observateurs puissent voir simultanément l'image, en se plaçant à une distance suffisante.

Il est intéressant d'observer la formation de ces *images aériennes*. Elles offrent absolument l'aspect d'objets lumineux, mais elles ne sont visibles que pour des positions déterminées de l'œil. — Nous verrons plus loin que les images aériennes jouent un rôle essentiel dans divers instruments d'optique.

727. Miroirs sphériques convexes. — Foyer principal virtuel. — Soit MOM' (fig. 611) la section d'un miroir sphérique convexe, par un plan mené par l'axe principal, et considérons un rayon lumineux RI parallèle à l'axe. La normale au point d'incidence est la droite

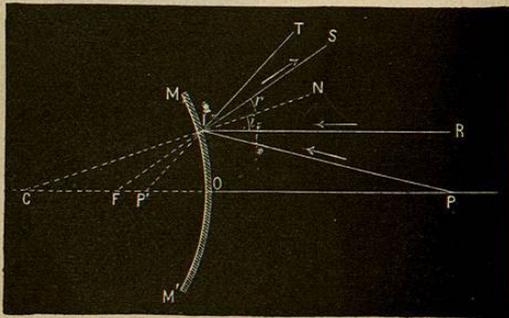


Fig. 611. — Foyers virtuels, produits par un miroir sphérique convexe.

CIN : le rayon réfléchi IS fait un angle de réflexion SIN égal à l'angle d'incidence RIN. La figure montre qu'il ne peut rencontrer l'axe principal, mais que son prolongement géométrique rencontre cet axe en un point F, situé derrière le miroir. Un raisonnement semblable à celui que nous avons fait pour les miroirs concaves (717) montre que le point F est également éloigné du centre C et du sommet O du miroir, pourvu que le rayon RI soit suffisamment voisin de l'axe. Si donc l'ouverture du miroir est très petite, tout rayon parallèle à l'axe principal se réfléchit de manière que son prolongement géométrique passe par un

point situé, sur l'axe, sensiblement à égale distance du centre et du sommet du miroir. — Ce point F est le *foyer principal* du miroir; c'est un foyer virtuel.

728. Foyers des points situés sur l'axe principal d'un miroir convexe. — Si l'on considère un rayon PI (fig. 611), émané d'un point P situé sur l'axe principal, ce rayon doit se réfléchir suivant une direction IT qui fasse avec la normale un angle TIN plus grand que SIN : le prolongement géométrique du rayon réfléchi rencontrera donc l'axe principal en un point P' situé entre le foyer principal F et le sommet du miroir. — En raisonnant encore comme plus haut (719), on démontre que tout rayon émané du point P se réfléchit suivant une direction dont le prolongement géométrique passe au point P', pourvu que l'ouverture du miroir soit très petite. Donc, tout point lumineux situé sur l'axe principal d'un miroir convexe a un foyer virtuel situé, derrière le miroir, entre le foyer principal et le sommet.

Inversement, si l'on fait tomber sur un miroir convexe des rayons convergents, tels que TI, dont les prolongements géométriques aillent rencontrer l'axe principal en un point virtuel P', situé entre le foyer principal F et le sommet O, les rayons réfléchis vont former un foyer réel P sur l'axe principal; les points P et P' doivent donc être considérés comme des *foyers conjugués*.

Les distances PO et P'O de ces points à la surface du miroir sont liées par la relation suivante, qu'on établirait par un raisonnement semblable à celui qui a été fait pour les miroirs concaves (719) :

$$\frac{P'O}{PC} = \frac{PO}{PC}$$

729. Images produites par les miroirs sphériques convexes.

— Si l'on continue à appliquer aux miroirs convexes les raisonnements qui ont été faits pour les miroirs concaves, on voit que tout point

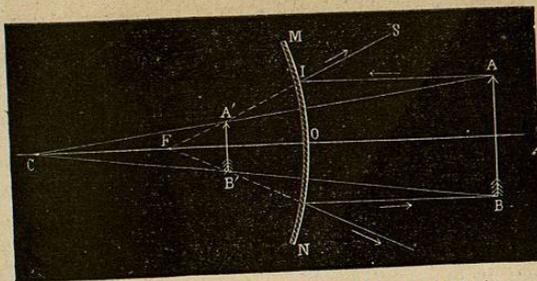


Fig. 612. — Image virtuelle, produite par un miroir sphérique convexe.

lumineux situé en dehors de l'axe principal a un foyer conjugué virtuel, situé sur son axe secondaire, c'est-à-dire sur la droite qui joint ce point

lumineux au centre du miroir. Ce foyer conjugué peut donc être obtenu en construisant géométriquement un seul rayon réfléchi, et en déterminant le point où l'axe secondaire est coupé par ce rayon ou par son prolongement, c'est ce que nous allons montrer sur un exemple.

Soit AB (fig. 612) un objet placé devant un miroir convexe MN. Pour trouver le foyer conjugué du point A, on tracera l'axe secondaire AC, et un rayon AI parallèle à l'axe principal : ce rayon se réfléchit suivant une direction IS, telle que son prolongement géométrique passe au foyer principal virtuel F (727). Ce prolongement rencontre l'axe secondaire AC au point A', qui est l'image virtuelle du point A. On obtiendra de même l'image B' du point B : les autres points de la droite AB auront leurs images placées sur la droite A'B', entre A' et B'.

Cette construction montre qu'un *miroir convexe donne toujours une image virtuelle, droite, et diminuée, d'un objet placé devant lui*. — Il est d'ailleurs facile de voir que *cette image est d'autant plus petite et d'autant plus rapprochée du foyer principal que l'objet est lui-même plus loin du miroir* (*).

730. Détermination expérimentale de la distance focale principale d'un miroir sphérique. — *Miroir concave.* — On obtient immédiatement la distance focale principale d'un miroir sphérique concave, en orientant ce miroir de façon que son axe principal soit dirigé vers un point lumineux très éloigné, vers le centre du soleil, par exemple. On cherche, à l'aide d'un petit écran, l'endroit où l'image se forme avec le plus de netteté; on obtient ainsi le foyer principal, dont il ne reste plus qu'à mesurer la distance au sommet du miroir. — Le double de la distance focale ainsi trouvée est le rayon du miroir.

(*) En désignant, comme on l'a fait pour les miroirs concaves, par p et p' les distances OP et OP' (fig. 611) du miroir à un point et à son image, et par R le rayon de courbure du miroir, la relation $\frac{p'}{p} = \frac{pO}{pC}$ donne, en opérant comme plus haut (721):

$$(1) \quad \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{2}{R}$$

Si l'on fait $p = \infty$, on trouve $p' = \frac{R}{2}$; ou, en désignant par f la distance focale principale, $\frac{1}{f} = \frac{2}{R}$, ce qui donne la relation:

$$(1 \text{ bis}) \quad \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$$

On a d'ailleurs toujours, entre la grandeur de l'image et celle de l'objet, la relation:

$$(2) \quad \frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

Donc, en éliminant p' entre les relations (1 bis) et (2), on obtiendra la valeur de i en fonction de o et de p . La discussion de ces expressions fournira tous les rapports de grandeur et de position de l'image et de l'objet.

2° Miroir convexe. — On dirige encore l'axe principal du miroir vers le soleil, et l'on place, en avant de la surface réfléchissante MN (fig. 613), un écran perpendiculaire à l'axe et percé de deux ouvertures, A, A'. Ces deux ouvertures laissent passer deux faisceaux de rayons solaires AI, A'I', qui tombent sur le miroir et produisent deux faisceaux réfléchis IR, I'R' : on obtient ainsi sur l'écran deux surfaces éclairées R, R', et l'on rapproche ou l'on écarte l'écran du miroir,

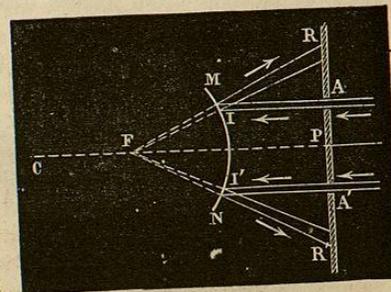


Fig. 613.

jusqu'à ce que la distance de ces petites surfaces soit double de celle des ouvertures A, A'. Lorsque ce résultat est atteint, les prolongements des rayons réfléchis allant toujours passer par le foyer principal virtuel F, on a sensiblement $FP = 2FC$. Par suite, il suffit de mesurer la distance du miroir à l'écran, pour avoir la distance focale principale. — Le rayon du miroir est le double de cette distance.