

presque pas de minéraux absolument amorphes. Souvent ceux qu'on regarde comme tels sont des assemblages de parties cristallisées très petites et confusément enchevêtrées. Pour ce motif, la *cristallographie*, c'est-à-dire la science qui traite de la matière cristalline, est la partie fondamentale de la Minéralogie. Son importance est d'autant plus grande, qu'ayant affaire aux corps dans leur plus grand état de simplicité et de stabilité, elle permet, mieux que toute autre branche de nos connaissances, de pénétrer dans les secrets les plus intimes de la matière.

e Mexico Julio de 1899.

LIVRE PREMIER

CRISTALLOGRAPHIE

PREMIÈRE SECTION

CRISTALLOGRAPHIE GÉOMÉTRIQUE

CHAPITRE PREMIER

NOTIONS GÉNÉRALES SUR LA SYMÉTRIE CRISTALLINE

§ 1

DISPOSITION DE LA MATIÈRE DANS LES CORPS CRISTALLISÉS

Définition de l'état cristallin. — On se représente communément un *cristal* comme un assemblage nécessaire de faces planes et d'arêtes rectilignes, limitant un solide d'apparence géométrique. Mais si cette figure extérieure est la manifestation habituelle de l'état cristallin, elle n'en est pas une condition indispensable, et un corps peut être parfaitement cristallisé sans qu'on y observe de faces ni d'arêtes. L'essence de la cristallisation réside tout entière dans la *régularité de l'arrangement des particules*, et cette régularité se traduit par le mode de distribution des propriétés physiques. Expliquons-nous sur ce point. Pour cela, choisissons une propriété particulière, par exemple le

mode de propagation de la chaleur à l'intérieur des corps, et voyons comment s'effectuera cette propagation, suivant que le minéral considéré est amorphe ou cristallisé.

Pour étudier ce qu'on appelle justement la *conductibilité calorifique* d'un corps, on y taille, dans une direction quelconque, une face plane; on étend sur cette face une couche mince et uniforme de cire; puis on approche une pointe métallique chaude, jusqu'à ce qu'elle touche la face considérée. A partir de ce point, la chaleur se propage de proche en proche, ce qui fait fondre la cire. Au bout d'un certain temps, la portion fondue est séparée de la partie encore solide par une courbe, qui réunit tous les points simultanément atteints par le mouvement calorifique.

Or si l'on fait cette expérience avec un corps amorphe, tel que le verre, *la courbe est toujours un cercle*, quelle que soit la direction suivant laquelle la face a été taillée. Cela prouve que, dans un tel corps, *la chaleur se propage également vite suivant toutes les directions*. Il en est autrement avec un corps cristallisé. En général, *la courbe de fusion est une ellipse*; c'est-à-dire qu'au bout d'un temps donné, *la chaleur s'est propagée à des distances inégales*, ayant cheminé plus vite suivant certaines directions privilégiées. De plus, la forme de cette ellipse, c'est-à-dire la valeur relative des vitesses de propagation, *varie avec la direction de la face considérée*. Seulement, *pour toutes les faces parallèles*, en quelque endroit qu'elles aient été taillées, l'ellipse est la même et toujours orientée de la même façon.

De là il est permis de conclure que, *dans un corps cristallisé, la conductibilité calorifique, variable avec les directions considérées, est la même pour toutes les directions parallèles, quel qu'en soit le point de départ*.

D'un autre côté, ce mode de distribution n'est en aucune façon spécial à la conductibilité calorifique. Il en serait exactement de même pour toutes les autres propriétés physiques, conductibilité optique, dureté, élasticité, etc. On peut donc dire que ce qui caractérise un corps cristallisé, par opposition avec un corps amorphe, c'est, d'une part, *la différence des propriétés physiques suivant les diverses directions*, et, d'autre part, *l'identité des mêmes propriétés suivant toutes les directions parallèles, quel qu'en soit le point de départ*.

Mais, dans un corps, la distribution des propriétés physiques ne peut dépendre que du mode de répartition des particules

matérielles. En effet, comment la chaleur, en particulier, se propage-t-elle? En excitant, de proche en proche, un mouvement vibratoire, qui se transmet de particule à particule. Si, sur deux directions données, le mouvement se propage inégalement vite, c'est sans doute parce que les particules y sont inégalement rapprochées et qu'ainsi la communication des ébranlements ne s'y fait pas de la même façon. On peut donc transformer l'énoncé de la proposition précédente et dire que, *dans un corps cristallisé, la répartition des particules matérielles, variable en général avec les directions considérées, est la même pour toutes les directions parallèles*.

Interprétation géométrique des faits. Assemblages de parallélépipèdes. — La formule que nous venons d'établir est le résumé de ce que l'expérience nous apprend relativement à la constitution des corps cristallisés. Or cette formule est si simple, qu'elle peut recevoir de suite une remarquable interprétation géométrique. Il suffit pour cela de la transformer légèrement, de la manière suivante :

Puisque, dans l'étude des propriétés physiques, le choix du point de départ des directions, à l'intérieur du corps, est absolument indifférent, si, à partir d'un point donné, on représente, d'une manière quelconque, la distribution des particules suivant les diverses directions de l'espace, la figure ainsi obtenue ne sera pas spéciale au point considéré. Il y aura, dans le corps, une infinité de points auxquels cette même figure sera applicable, c'est-à-dire relativement auxquels *la distribution des particules sera la même*. Donnons à ces points le nom de *points homologues*, et nous pourrions dire que, *dans un corps cristallisé, il existe une infinité de points homologues*. Au contraire, dans un corps amorphe, la distribution de la matière, établie autour d'un point donné, est spéciale à ce point, et ce ne pourrait être que par le plus grand des hasards qu'elle serait la même autour d'un autre point. On peut dire que, dans un tel corps, l'arrangement des particules est essentiellement confus. De là vient que toutes les directions se valent; non que, sur toutes, les particules soient disposées de même, mais parce que, de tous côtés, il règne assez de confusion pour qu'aucune direction ne soit prépondérante relativement à d'autres.

Le fait de l'existence d'une *infinité de points homologues* étant

établi, une analyse très simple, qui n'exige que les ressources de la géométrie la plus élémentaire¹, permet de démontrer les propositions suivantes : D'abord, toute ligne qui réunit deux points homologues, distants d'une longueur a , en contient une infinité d'autres, équidistants de la même quantité a . Ainsi les points homologues sont répartis sur des séries de *files* linéaires, dont chacune est caractérisée par son équidistance ou *paramètre*, variable en général avec la direction suivie, mais identique pour toutes les directions parallèles. Cela revient à dire que, dans un cristal, sur chaque direction suivie, les molécules ont un espacement uniforme, variable avec la direction.

En second lieu, les files linéaires se groupent ensemble suivant des plans parallèles, où leur entre-croisement produit des *réseaux*

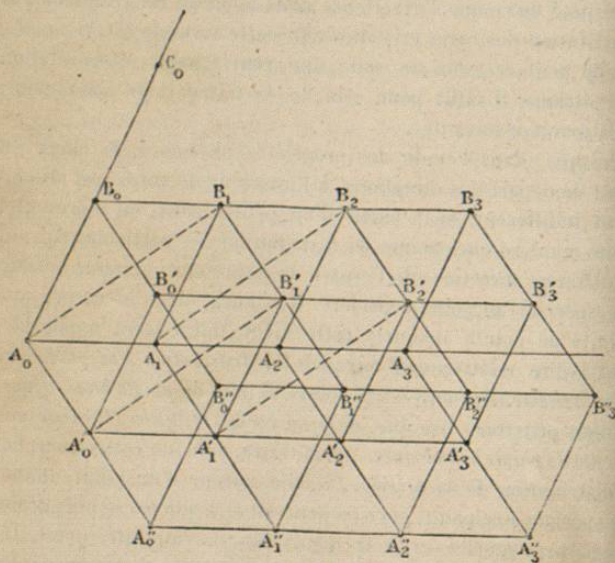


Fig. 1.

de parallélogrammes, dont les sommets ou *nœuds* sont les seuls points homogènes de chaque plan.

Enfin, si l'on veut avoir tous les homologues d'un milieu cristal-

1. On en trouvera le détail dans notre *Cours de Minéralogie*.

lin, supposé indéfini, on les trouvera seulement aux intersections mutuelles de trois systèmes de plans parallèles et équidistants, définissant une suite de parallélépipèdes égaux et régulièrement juxtaposés. Ainsi, dans le milieu cristallin représenté par la fig. 1, tous les points homologues sont les points tels que $A_0, A_1, A'_0, A'_1, B_0, B_1, B'_0, B'_1$, etc. Ce sont les intersections mutuelles des plans $A_0A'_0A_1, B_0B'_0B_1$, d'une part; $A_0A'_0B_0, A_1A'_1B_1$, d'autre part; enfin $A_0A_1B_0, A'_0A'_1B'_0$. Ces intersections s'appellent *nœuds*, parce que, dans chaque plan, elles sont disposées comme les nœuds d'un filet ou *réseau* à mailles de parallélogrammes.

De là résulte un mode de représentation très simple d'un corps cristallisé. Dans un tel corps, les *centres de gravité* des divers polyèdres moléculaires sont, au premier chef, des points homologues. Ils doivent donc tous occuper les *nœuds* d'un assemblage de parallélépipèdes. De plus, en continuant à appliquer le même principe fondamental, on voit sans peine que ces polyèdres *doivent être orientés de la même façon*; et, d'ailleurs, on devine que

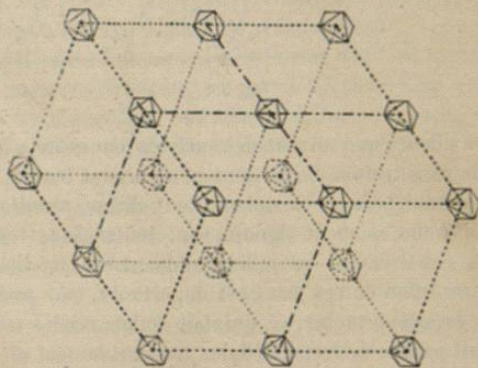


Fig. 2.

cette identité d'orientation est de nature à assurer beaucoup mieux l'équilibre interne du système. Par suite, la constitution particulière des cristaux homogènes peut être exprimée par quelque chose d'analogue à la figure 2 (où chaque sommet de parallélépipède porte le centre de gravité d'un polyèdre moléculaire, auquel on a donné la forme d'un octaèdre non régulier).

Conséquences de la disposition réticulaire. — Un assem-

blage de parallélépipèdes a cela de particulier que, si l'on y choisit trois nœuds quelconques, tels que A_0, A_1, A'_0 (fig. 5), ces trois nœuds définissent un plan qui contient une infinité d'autres nœuds, disposés *en quinconce* ou *en réseau* avec les trois premiers. Il y a donc, dans un cristal, une infinité de *plans réticulaires* dont chacun offre, en toutes ses parties, la même distribution de la matière, et si, en général, cette distribution varie avec la direction des plans, elle est la même pour tous les plans parallèles.

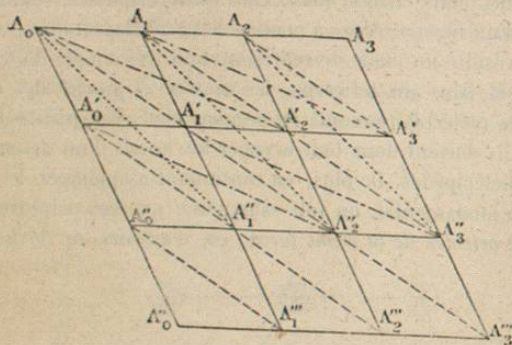


Fig. 5.

Ce n'est d'ailleurs que suivant des surfaces planes qu'a lieu cette identité de constitution. De là vient qu'un cristal tendra toujours à se limiter au dehors par des plans, dont chacun réunit des particules qui, à un moment donné, sont toutes dans les mêmes conditions relativement au milieu ambiant. De là vient aussi que, si la *direction* de ces plans est importante, leur *position absolue* l'est beaucoup moins, ce qui fait qu'un cristal n'a pas, à proprement parler, de forme définie, mais seulement un ensemble de faces, dont les directions seules sont invariables et qui peuvent se rapprocher ou s'écarter les unes des autres de toutes les manières possibles. C'est ainsi, par exemple, qu'un cristal prismatique de quartz peut avoir aussi bien la section hexagonale régulière de la figure 4 que la section aplatie de la figure 5. Toutes deux sont cristallographiquement équivalentes, parce que, dans l'une et dans l'autre, tous les angles ont la même valeur, ce qui fait que les plans correspondants demeurent parallèles.

Ce n'est pas tout. Chaque direction de plan réticulaire est ca-

ractérisée par la *densité* du plan, c'est-à-dire par le nombre des centres de gravité moléculaires dont il est chargé sur l'unité de surface. Or cette densité varie beaucoup suivant les directions que l'on considère. Elle peut être très forte pour certains plans et très faible pour certains autres. Sur ces derniers, les molécules auront nécessairement moins de cohésion et, par suite, les faces

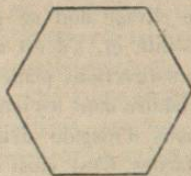


Fig. 4.

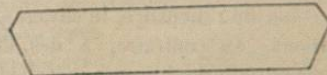


Fig. 5.

ayant cette direction auront très peu de chances de se produire. Ainsi, bien que, théoriquement, le nombre des faces possibles, dans un cristal, soit illimité, en pratique, celles-là seules se produiront, qui correspondent à des plans de grande densité.

Enfin, s'il existe (comme on peut le voir dans les figures 1 et 5) bien des manières de former les parallélépipèdes d'un assemblage cristallin ou *assemblage réticulaire*, suivant la façon dont on opère la jonction des nœuds, du moins il y a une chose qui ne varie pas : c'est le nombre des nœuds contenus dans un espace donné. De quelque façon qu'on les réunisse (à condition d'en embrasser une suffisante quantité pour que le nombre de ceux qui resteraient en dehors de la réunion opérée soit relativement négligeable), il y aura toujours *autant de parallélépipèdes que de nœuds*. Par conséquent, le volume de ces parallélépipèdes est invariable. Or ce volume est le produit de la surface de la base par la distance des deux plans choisis pour limiter le parallélépipède. Plus la surface de la base sera petite (c'est-à-dire plus sera grande la densité du plan réticulaire auquel elle appartient), et plus la distance des deux plans devra être grande pour faire compensation.

Par là s'explique la propriété du *clivage*, en vertu de laquelle tant de cristaux se débitent en lames parallèles, dont l'épaisseur n'a souvent d'autre limite inférieure que la finesse de l'outil employé pour opérer la séparation. Un cristal clivable se divise sui-

vant des surfaces planes, parce que c'est sur de telles surfaces que se produit le *maximum de cohésion* et que les molécules tendent avec le plus de force à demeurer unies. Les plans de plus grande densité moléculaire se séparent d'ailleurs plus aisément que les autres, parce que l'effort nécessaire pour opérer la division rencontre entre ces plans, à cause de la plus grande valeur de leur écartement, le minimum de résistance. Toutes les directions parallèles étant identiques, le même clivage doit se produire par tout le cristal avec une égale facilité et, s'il est dans l'essence du milieu qu'il s'y trouve plusieurs directions planes de même densité réticulaire, le clivage s'y produira dans les mêmes conditions. Au contraire, à des directions d'inégale densité correspondront des clivages inégalement faciles. C'est ainsi que la fluorine en offre quatre et que la blende en possède six. Au contraire, les divers clivages du gypse sont inégalement faciles, parce qu'ils correspondent à des directions réticulaires qui ne sont pas identiques.

Définition géométrique des cristaux. — Troncatures rationnelles. — Un assemblage cristallin, autrement dit un

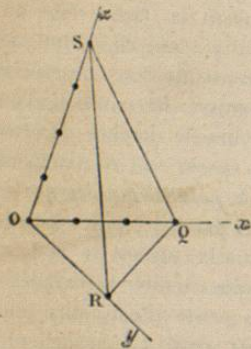


Fig. 6.

corps cristallisé défini, est complètement caractérisé par son *noyau*, c'est-à-dire par son parallélépipède, et celui-ci, à son tour, sera pleinement connu si l'on donne (fig. 6) les directions Ox , Oy et Oz de ses trois arêtes fondamentales, ainsi que leurs paramètres a , b , c .

Ces trois arêtes sont trois *files* de centres moléculaires, suivant chacune desquelles l'équidistance des centres est égale au paramètre correspondant.

Par suite, puisqu'elles suffisent entièrement à définir le cristal, toute direction de face admissible, telle que QRS , devra être formée par la jonction d'un nœud quelconque Q de Ox avec deux autres nœuds, pris l'un R sur Oy et l'autre S sur Oz . OQ est égal à un nombre entier de fois le paramètre a . On peut donc poser $OQ = ma$; de même, $OR = nb$, $OS = pc$; m , n , p

étant trois nombres entiers. Les trois quantités ma , nb , pc définissent pleinement la direction de la face.

Une autre face sera définie par $m'a$, $n'b$, $p'c$, m' , n' et p' étant trois autres nombres également entiers. Alors les rapports respectifs de ces trois quantités seront $\frac{m}{m'}$, $\frac{n}{n'}$, $\frac{p}{p'}$, c'est-à-dire des *nombres rationnels*¹.

C'est précisément ce qu'Haüy avait découvert expérimentalement comme la loi fondamentale de la cristallographie. Pour lui, un cristal quelconque était toujours le résultat de modifications apportées à une *forme primitive prismatique*, c'est-à-dire parallélépipédique, par voie de *troncatures* opérées sur les angles ou sur les arêtes. Ainsi, soit $ABCDEFGH$ (fig. 7) le parallélépipède primitif d'une espèce minérale donnée. Toute face non parallèle aux faces de ce prisme fondamental peut être conçue, dans le cas le plus général, comme venant *tronquer* l'angle A . Peu importe d'ailleurs à quelle distance du point A cette troncature sera placée, les faces d'un cristal n'étant définies que par leur direction et non par leur position absolue. Si donc QRS est la troncature en question, sa direction sera entièrement définie par les rapports mutuels des longueurs AQ , AR , AS , ou, ce qui revient au même, par les valeurs relatives des rapports $\frac{AQ}{AB}$, $\frac{AR}{AD}$, $\frac{AS}{AE}$, les trois arêtes AB , AD , AE étant les trois *paramètres* a , b , c , qui servent, par leurs directions et leurs grandeurs, à définir entièrement la forme fondamentale.

Posons

$$AQ = \frac{1}{q} \cdot AB, \quad AR = \frac{1}{r} \cdot AD, \quad AS = \frac{1}{s} \cdot AE,$$

q , r , s étant trois nombres quelconques, qui servent à définir la troncature. Une autre face, $Q'R'S'$, non parallèle à la première,

1. On appelle ainsi des nombres entiers ou constitués par le rapport de deux nombres entiers.

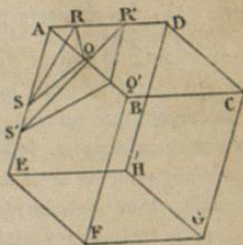


Fig. 7.

sera définie à son tour par trois nombres q' , r' , s' , si l'on pose

$$AQ' = \frac{1}{q'} \cdot AB, \quad AR' = \frac{1}{r'} \cdot AD, \quad AS' = \frac{1}{s'} \cdot AE.$$

Or l'observation avait conduit Haüy à reconnaître que les rapports $\frac{AQ}{AQ'}$, $\frac{AR}{AR'}$, $\frac{AS}{AS'}$, c'est-à-dire $\frac{q}{q'}$, $\frac{r}{r'}$, $\frac{s}{s'}$, sont toujours rationnels et généralement exprimés par des nombres simples.

Si d'ailleurs, pour définir les longueurs AB, AD, AE des arêtes du prisme, on se sert précisément de l'une de ces faces, par exemple de q' , r' , s' (ce qui revient à admettre $AQ' = AB$, $AR' = AD$, $AS' = AE$), les rapports précédents deviennent $\frac{1}{q'}$, $\frac{1}{r'}$, $\frac{1}{s'}$ et por-

tent le nom d'indices de la face ou troncature QRS. Ainsi les faces d'un cristal sont caractérisées par ce fait, que les indices numériques qui servent à les définir sont *toujours rationnels et généralement simples*. Telle est la loi des *indices rationnels*, établie par Haüy pour les trois arêtes du prisme fondamental et étendue depuis à tout système de trois axes cristallographiques, c'est-à-dire de trois arêtes cristallines divergeant d'un même point.

Or, d'après ce que nous venons de voir, cette loi expérimentale n'est rien autre chose que la traduction *nécessaire* de la constitution parallélépipédique des corps cristallisés.

Zones. — L'ensemble des faces parallèles à une même direction porte, en cristallographie, le nom de *zone*, et on appelle *axe de la zone* la direction commune à laquelle les diverses faces sont parallèles. Ainsi un parallélépipède ABCDEFGH (fig. 7) résulte de la combinaison de trois zones : 1° la zone des faces ABCD, BCFG, FGHE, HEAD, ayant pour axe la direction BC ; 2° la zone des faces ABCD, ABFE, FEHG, HGCD, avec AB pour axe ; 3° la zone des faces ABFE, BFGC, GCDH, DHEA, avec AE pour axe. Chaque face fait ainsi partie de deux zones, ce qui la détermine entièrement si l'on connaît les deux axes de zones, un plan étant défini en direction par la condition d'être parallèle à deux lignes données.

La considération des zones joue un grand rôle dans les applications pratiques de la cristallographie. Deux zones indépendantes, formées par quatre faces distinctes, suffisent pour définir un solide cristallographique et, en groupant deux à deux

les intersections de ces quatre faces, on fait naître, par dérivations successives, toutes les faces admissibles dans le système. Ce n'est pas seulement une vue théorique. L'expérience enseigne que les faces d'un cristal se groupent toujours par zones, quelquefois très riches en facettes, comme si l'existence des zones déjà formées *commandait*, en quelque sorte, celle des troncatures modificatrices.

§ 2

PRINCIPES DE LA SYMÉTRIE CRISTALLINE

Définition de la symétrie. — Puisque tous les corps cristallisés sont des assemblages de molécules orientées, dont les centres de gravité occupent les nœuds d'un système de parallélépipèdes, il est clair qu'autant il y aura de variétés d'assemblages, autant il y aura de combinaisons admissibles pour la symétrie cristalline.

Or une étude géométrique très simple¹ permet d'établir que les assemblages réticulaires ne comportent que *sept* variétés distinctes. Chacune d'elles est définie par la forme particulière du *noyau* qui lui correspond. Mais il est rare que, dans la nature, ce noyau parallélépipédique se présente à nous dans toute sa simplicité. Tantôt il est modifié par des *troncatures*, qui abattent certains angles ou certaines arêtes ; tantôt ces troncatures se développent au point de faire entièrement disparaître les faces du noyau. Dans tous les cas, le nombre des faces et leur direction sont réglés par des lois fixes. Une face donnée, définie par sa forme et ses propriétés physiques (éclat, développement, état terne, rugueux ou strié de la surface, etc.), se *répète* un plus ou moins grand nombre de fois, mettant en évidence, dans le cristal, une *symétrie* qui dépend de la nature du noyau. Voilà pourquoi, avant d'indiquer les diverses variétés de parallélépipèdes qui peuvent exister, il convient, pour en faciliter la définition ultérieure, de dire en quoi consiste et comment s'exprime la symétrie d'un polyèdre.

On appelle *centre de symétrie* d'un polyèdre un point tel, que tous les sommets du polyèdre se correspondent deux à deux, sur

1. On en trouvera le développement dans notre *Cours de Minéralogie*.

des lignes menées par ce centre et à égale distance de part et d'autre. Il est aisé de voir que tout parallélépipède est nécessairement pourvu d'un centre, qui est le point commun de rencontre des quatre diagonales.

On appelle *axe de symétrie* une ligne telle que, si l'on fait tourner le polyèdre d'un certain angle autour de cette ligne, on procure simplement la substitution mutuelle des sommets. De la sorte, après cette rotation, la vue du polyèdre, pour un observateur immobile, se retrouve exactement la même qu'auparavant. Si l'angle de la rotation qui procure cette substitution est égal à $\frac{2\pi}{n}$ (c'est-à-dire s'il est contenu n fois dans la circonférence entière), on dit que l'axe de symétrie est d'ordre n . Ainsi une rotation de 180 degrés correspond à un axe d'ordre 2 ou *binnaire*; celle de 120 degrés à un axe d'ordre 3 ou *ternaire*, etc.

Enfin on appelle *plan de symétrie* un plan tel, que les sommets du polyèdre se correspondent, deux à deux, sur des perpendiculaires à ce plan et à égale distance de part et d'autre.

Cela posé, il est facile de démontrer qu'un parallélépipède, en vertu même de sa constitution géométrique, n'admet d'autres axes que ceux d'ordre 2, 3, 4 ou 6, c'est-à-dire *binaires*, *ternaires*, *quaternaires* et *sénaires*. Toute autre valeur du numéro d'ordre de l'axe serait absolument incompatible avec la structure parallélépipédique. C'est ce qui explique comment la symétrie *quinnaire*, ou d'ordre 5, ne s'est jamais rencontrée dans les cristaux¹.

Ces définitions une fois posées, il nous reste à faire connaître, pour chaque système admissible, la nature du noyau parallélépipédique, ainsi que le degré de sa symétrie.

Étude des systèmes de symétrie. — 1° *Système cubique.* -- Le plus parfait des noyaux, le plus riche en éléments de symétrie, est celui dont les trois arêtes fondamentales ont le même paramètre et, de plus, sont à angle droit les unes sur les autres. Ce noyau est un *cube*. Les éléments de symétrie, passant tous par le centre O , se disposent de la manière suivante (fig. 8, 9) :

Il y a *trois axes quaternaires*, QQ' , $Q_1Q'_1$, $Q_2Q'_2$, respectivement parallèles aux trois systèmes d'arêtes du cube, et ayant leurs

1. Ce fait, si bien expliqué par la nature spéciale des parallélépipèdes, mérite d'autant plus d'être noté que la symétrie d'ordre 5 se retrouve fréquemment chez les animaux, par exemple chez les échinodermes.

paramètres égaux, définis par la longueur OQ . On voit aisément que si, autour de QQ' , par exemple, on fait tourner le noyau de 90° , le sommet 1 se substitue à 5, 5 prend la place de 6, 6 celle de 2, et 2 celle de 1.

Ensuite viennent *quatre axes ternaires*, qui sont les *diagonales du cube*, savoir : 1-8, 2-7, 6-5, 5-4. Une rotation de 120° autour de 1-8 substitue 1-2 à 1-5, 1-5 à 1-3 et 1-3 à 1-2. Le paramètre de ces axes est la demi-diagonale 01.

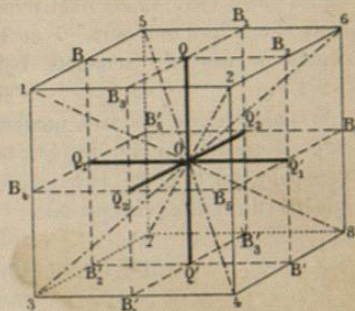


Fig. 8.

Enfin il y a *six axes binaires*, qui sont les lignes BB' , $B_1B'_1$, $B_2B'_2$, $B_3B'_3$, $B_4B'_4$, $B_5B'_5$ (fig. 9). Chacune d'elles joint le milieu d'une arête au milieu de l'arête opposée et est, par conséquent, parallèle à la diagonale de l'une des faces du cube. Ainsi BB' est parallèle à la diagonale qui irait de 1 à 4. Son paramètre est la valeur de cette demi-diagonale. On s'assure aisément que, si l'on fait tourner tout le noyau de 180° autour de BB' , 1 prend la place de 5, 4 celle de 8, et tous les autres sommets ne font que se substituer les uns aux autres. On voit aussi que chaque axe binaire est *bissecteur* de l'angle formé par deux axes quaternaires. Ainsi BB' partage en deux parties égales l'angle de QQ' avec $Q_1Q'_1$.

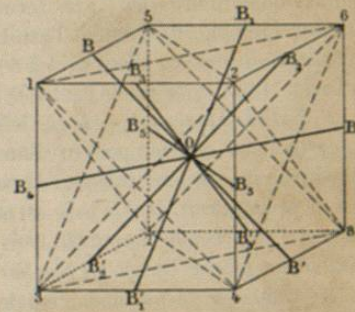


Fig. 9.

Le cube a *trois plans de symétrie principaux*, qui sont les plans $QQ_1Q'_1Q'_1$, $QQ_2Q'_2Q'_2$, $Q_1Q_2Q'_1Q'_2$ (fig. 8), dont chacun comprend deux axes quaternaires, tels que QQ' et $Q_1Q'_1$, ainsi que les deux axes binaires bissecteurs, BB' et $B_2B'_2$. Ces trois plans principaux sont *parallèles aux trois systèmes de faces du cube*.

Enfin les plans diagonaux du cube, au nombre de six, sont des plans de symétrie (fig. 9), différents des premiers, mais identiques entre eux. Ainsi, relativement au plan 1-6-8-5, les sommets 5 et 2, d'une part, 7 et 4, d'autre part, sont disposés comme le sont les sommets 1-6, 3-8, relativement au plan 3-2-4-7.

Si l'on désigne les axes quaternaires, ternaires et binaires, respectivement par L^4 , L^3 , L^2 , les plans correspondants aux axes pairs par P^4 et P^2 , et le centre par C, le symbole total de la symétrie du système cubique sera :

$$5L^4, 4L^3, 6L^2, C, 3P^4, 6P^2.$$

Chaque plan P^4 est perpendiculaire à un axe L^4 ; chaque plan P^2 à un axe L^2 . On remarquera que chaque plan principal P^4 contient à la fois deux axes quaternaires et deux axes binaires; que chaque plan P^2 , ou plan diagonal du cube, contient à la fois un axe quaternaire, deux axes ternaires et un axe binaire. Ainsi le plan 1485 (fig. 9) contient l'axe binaire BB' , les deux axes ternaires ou diagonales allant de 1 à 8 et de 4 à 5, enfin la parallèle à l'arête 1-5, menée par le centre O.

2° *Système hexagonal.* — Après le cube, la plus grande richesse appartient au système pourvu d'un axe sénnaire, auquel six axes binaires sont perpendiculaires. Le véritable noyau de ce système est un prisme droit, dont la base est un losange de soixante degrés. Mais si l'on accouple ensemble trois de ces parallélépipèdes, on obtient un prisme hexagonal régulier (fig. 10), qui peut être considéré comme la forme fondamentale du système.

L'axe sénnaire est la ligne SS' , qui joint les centres des deux bases et est parallèle aux arêtes verticales du prisme; son paramètre est OS. Une rotation de 60° autour de cette ligne substitue 1 à 2, 2 à 5, 5 à 4, etc.

Si l'on considère la section droite menée par le centre O, il y a trois axes binaires de première espèce, BB' , $B_1B'_1$, $B_2B'_2$, parallèles aux côtés de cette section droite, c'est-à-dire aux côtés de la base hexagonale, et trois axes binaires de seconde espèce, CC' , $C_1C'_1$, $C_2C'_2$, parallèles aux apothèmes de la base, ou, ce qui revient au même, aux lignes joignant les sommets de deux en deux, telles que la ligne qui irait de B_2 en B'_1 , par exemple. On s'as-

sure sans peine, d'un côté qu'une rotation de 180° autour de l'un quelconque des six axes ne fait qu'opérer la substitution des sommets; d'autre part que la disposition des sommets, relativement aux axes B, n'est pas la même que par rapport aux axes C, qui sont ainsi d'espèces distinctes. Le paramètre des axes B est OB; celui des axes C est OC.

Le plan de la section droite, qui contient les six axes binaires et est normal à l'axe SS' , est un plan principal de symétrie. En outre il y a trois plans de symétrie, parallèles aux faces prismatiques et passant à la fois par chacun des axes binaires de première espèce et par l'axe sénnaire; tandis que trois autres plans, passant par les axes de seconde espèce, sont respectivement perpendiculaires aux faces prismatiques. Les six plans, deux à deux d'espèces distinctes, c'est-à-dire correspondant à deux modes de disposition réciproque des sommets, se coupent tous suivant l'axe sénnaire SS' . Le symbole total de la symétrie du système hexagonal peut s'écrire

$$A^6, 5L^2, 5L^2, C, \Pi, 5P, 5P'.$$

Les plans P, perpendiculaires aux axes L, sont ceux qui passent par les axes L' et réciproquement. Π désigne le plan principal, normal à l'axe sénnaire A^6 .

5° *Système quadratique.* — Après le système hexagonal vient celui dont le noyau est un prisme droit à base carrée ou prisme quadratique (fig. 11). La ligne QQ' , menée par le centre O perpendiculairement aux deux bases, et telle qu'une rotation de 90° autour de cette ligne opère la substitution des sommets, est un axe quaternaire, de paramètre OQ. Dans la section droite $CC_1C'_1C'_1$, menée par O parallèlement aux bases, les lignes BB' et $B_1B'_1$, parallèles aux côtés des carrés de base, sont telles, qu'en imprimant au noyau une rotation de 180° autour de chacune d'elles,

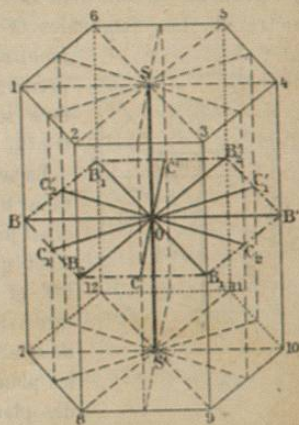


Fig. 10.

on remplace simplement la base du haut par celle du bas et réciproquement. Ce sont donc des *axes binaires* identiques, de paramètre OB . Les diagonales CC' , $C_1C'_1$, forment aussi deux *axes*

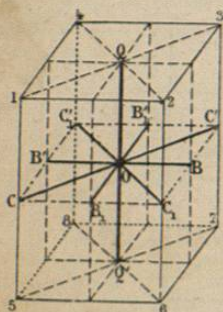


Fig. 11.

binaires semblables, mais différents des premiers, auxquels ils ne peuvent pas être substitués, et ayant pour paramètre OC .

La section droite $CC_1, C'C'_1$ est évidemment un plan de symétrie, dit *plan principal* parce qu'il est normal à l'axe principal quaternaire. Les plans menés par QQ' et BB' , QQ' et $B_1B'_1$, parallèles aux faces verticales du prisme, sont des *plans de symétrie de première espèce*, tandis que les plans diagonaux $QCQ'C'$, $QC_1Q'C'_1$, sont des plans de *symétrie de seconde espèce*.

La disposition des sommets, par rapport aux premiers, est différente de ce qu'elle est par rapport aux seconds.

Le symbole total de la symétrie du *système quadratique* est :

$$A^4, 2L^2, 2L^2, C, \Pi, 2P, 2P'.$$

Les plans P sont perpendiculaires aux axes L , les plans P' sont aux axes L' , et Π est normal à A^4 .

4° *Système rhomboédrique*. — Supposons maintenant un noyau

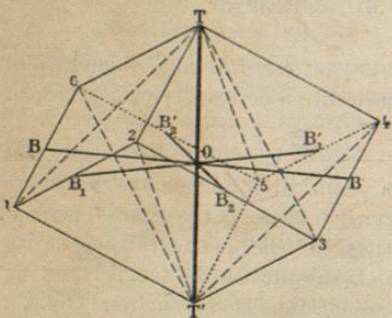


Fig. 12.

formé de trois losanges égaux (fig. 12), $T612$, $T254$, $T456$, réunis en T , se touchant suivant les arêtes $T6, T2, T4$, et auxquels font face, complétant le parallélépipède, trois autres losanges pareils, réunis en T' . Le noyau ainsi composé, dont toutes les faces sont des rhombes, s'appelle *rhomboèdre*. La ligne TT' est un *axe ternaire*; car une rotation de 120° substitue

1 à 5, 2 à 4, 3 à 5, 4 à 6. Le paramètre de l'axe est OT . Par le milieu O de cet axe menons les lignes BB' , $B_1B'_1$, $B_2B'_2$, qui aboutissent respectivement aux milieux des arêtes 1-6, 5-4, 1-2, 5-4, 2-5, 6-5; ces trois lignes seront dans un même plan, normal à l'axe, et à 60° degrés les unes des autres. Si l'on fait tourner tout le système de 180° autour de BB' , on substitue 1 à 6, 5 à 4, T à T' , 2 à 5. C'est donc un *axe binaire* de paramètre OB , et il en est de même des deux autres.

On voit aussi que le plan qui passe par l'axe TT' et l'arête $T4$, et coupe la face $T216$ suivant la diagonale $T1$, est perpendiculaire à cette face $T216$, en même temps qu'il est bissecteur de l'angle du plan $T254$ avec $T654$. C'est donc un *plan de symétrie*, et il en est de même des plans qui, passant par TT' , contiennent les arêtes $T2$ et $T6$.

Le symbole de la symétrie du système rhomboédrique est ainsi :

$$A^3, 3L^2, C, 3P.$$

Chaque plan P est perpendiculaire à un axe L et il n'y a qu'une espèce de plans comme une espèce d'axes; chaque axe L pouvant prendre la place d'un autre par une rotation de 120° autour de TT' . Perpendiculairement à cet axe ternaire, il n'y a pas de plan principal de symétrie.

5° *Système rhombique*. — Dans le système qui vient ensuite, il

n'y a plus d'axe cristallographique principal. Le noyau est un *prisme droit à base rhombe* ou *prisme rhombique* (fig. 15), possédant trois *axes binaires* inégaux, OB, OC, OD , dont l'un a la direction de l'arête prismatique, tandis que les deux autres sont parallèles aux diagonales de la base rhombe. Pris deux à deux, ces axes engendrent trois *plans de symétrie* d'espèces différentes, dont chacun, contenant deux des axes, est perpendiculaire au troisième. Ces plans sont les plans diagonaux du prisme et la section droite menée par le centre O .

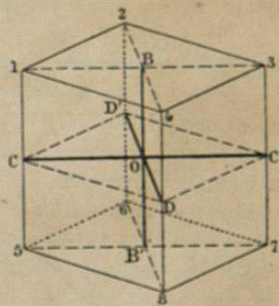


Fig. 15.

On pourrait aussi construire un prisme droit, ayant BB' pour arête et une base rectangle dont les côtés seraient CC' et DD' . Ce *prisme rectangulaire droit* serait le noyau de l'assemblage au même titre que le prisme rhombique.

La symétrie du système *orthorhombique* ou plus simplement *rhombique* est

$$L^2, L'^2, L''^2, C, P, P', P''.$$

6° *Système monoclinique*. — Inclignons un prisme rhombique, de manière que ses arêtes prismatiques, sans pencher ni à droite ni à gauche, cessent de faire un angle droit avec le plan de la base. Nous aurons pour noyau un prisme incliné à base rhombe (fig. 14), dit *prisme clinorhombique*, *prisme oblique symétrique* ou encore *monoclinique*.

Il n'y a plus qu'un axe binaire BB' , passant par le centre O et parallèle à celle (2-4, 6-8) des diagonales de la base rhombe qui fait un angle droit avec la direction 1-5 de l'arête prismatique. Le plan de symétrie 1575 est perpendiculaire à l'axe BB' . Seule, une rotation de 180° autour de cet axe peut restituer les différents sommets. Le symbole du système monoclinique est

$$L^2, C, P.$$

7° *Système triclinique*. — Au delà du système monoclinique, il n'y a plus qu'une combinaison possible; c'est celle d'un parallélépipède quelconque ou *doublement oblique* (fig. 15), dont les trois arêtes fondamentales 1-2, 1-4 et 1-5, sont à la fois d'inégale longueur et inclinées inégalement les unes sur les autres, d'où le nom de *triclinique*. Le seul élément de symétrie est le centre O .

point de concours commun des quatre diagonales, et le symbole se réduit à C .

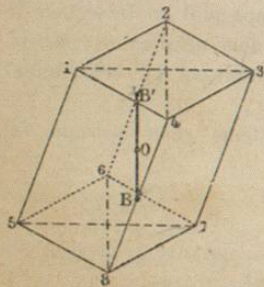


Fig. 14.

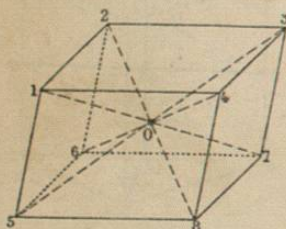


Fig. 15.

Résumé. — Si l'on se reporte aux diverses formules qui viennent d'être établies, lesquelles comprennent toutes les variétés admissibles de parallélépipèdes et, par conséquent, d'assemblages réticulaires, on remarquera que partout, à chaque axe d'ordre pair correspond un plan de symétrie, et réciproquement; que, de plus, tout axe principal est l'intersection de plans de symétrie en nombre égal à son numéro d'ordre (trois pour un axe ternaire, six pour un axe sénaire, etc.); enfin qu'à tout axe d'ordre n correspondent n axes binaires perpendiculaires, et réciproquement. La solidarité qui existe ainsi entre les plans de symétrie et les axes d'ordre pair est la conséquence rigoureuse de l'existence du centre. La géométrie démontre que, dans tout solide centré, la présence de l'une des catégories d'éléments entraîne nécessairement celle de l'autre.

§ 5

NOTION DES FORMES CRISTALLINES

Définition d'une forme cristalline. — Le degré de symétrie d'un système s'accuse au dehors par le nombre et l'espèce des *formes cristallines* dont il est susceptible. On appelle forme cristalline l'ensemble de toutes les faces qui, en vertu de la symétrie, doivent se produire simultanément dans l'acte de la cristallisation.

Représentons-nous le cristal en voie de formation. Les molécules du liquide qui va prendre l'état solide se sont déjà disposées comme il convient à la cristallisation, c'est-à-dire qu'orientées de même, elles ont leurs centres de gravité aux nœuds d'un assemblage réticulaire. Il faut que la partie solidifiée se limite au dehors, et nous savons déjà que cette limitation ne peut se faire que par des faces planes, puisque c'est suivant des plans qu'il y a identité de constitution des assemblages en réseau. Lorsqu'une de ces faces prend naissance, cela veut dire qu'à ce moment, les conditions sont telles que la partie solide tende à se séparer, suivant la direction de cette face, du liquide ambiant. Or la cristallisation est un acte propre, aussi indépendant que possible des influences externes. Les conditions qui déterminent la for-

mation d'une face dépendent donc, par-dessus tout, des relations mutuelles des molécules, ou, pour mieux dire, de l'arrangement des nœuds avec lesquels elles coïncident. D'autre part, nous savons que cet arrangement est identiquement le même pour toutes les directions qui, en vertu de la symétrie particulière au milieu cristallin donné, sont équivalentes à celle que nous considérons. Par suite, les raisons qui déterminent la production d'une face doivent agir, au même moment et au même degré, suivant les directions conjuguées de la première, et ainsi le cristal tend à se limiter simultanément par un ensemble de facettes identiques, toutes dérivées de l'une quelconque d'entre elles conformément aux exigences de la symétrie du système.

C'est ce qu'avait reconnu Haüy, lorsque, partant de la notion des formes prismatiques fondamentales, il énonçait sa *loi de symétrie*, d'après laquelle, dans une forme primitive, tous les éléments identiques, angles ou arêtes, devaient recevoir simultanément les mêmes modifications.

Génération d'une forme cristalline. — Cela posé, il est facile de se rendre compte du nombre de faces que comporte une forme cristalline simple dans chaque système. Prenons l'une quelconque des facettes de la forme.

Les causes qui en déterminent la production peuvent ne pas nous être connues; mais le seul fait de cette production atteste un ensemble de conditions qui agissent, comme il vient d'être dit, sur d'autres directions et commandent la naissance des facettes conjuguées. Aussi la première peut-elle s'appeler *face déterminante*, parce que, à elle seule, étant donnée la symétrie du système, elle suffit à engendrer toutes les autres, et voici comment: s'il y a, dans le système, un axe d'ordre 4, la facette doit se répéter trois fois en tournant autour de cet axe. S'il y a trois axes de ce même ordre, elle se répétera trois fois autour de chacun d'eux. En général, elle devra se répéter, *autour de chaque axe, autant de fois qu'il y a d'unités moins une dans le numéro d'ordre de l'axe.*

Mais tout système cristallin complet est pourvu d'un centre. Grâce à ce centre, à chaque facette, déjà obtenue par les rotations précédentes, une autre correspond, symétrique de la première relativement au centre, c'est-à-dire parallèle et diamétralement opposée. Il en résulte le doublement des faces déjà trouvées.

Ainsi, le système cubique comprenant 5 axes quaternaires, la facette déterminante, que nous appellerons 1, engendre, en tournant autour de ces axes, $5 \times (4 - 1) = 5 \times 3 = 9$ faces nouvelles. Autour des quatre axes ternaires, il y en aura $4 \times (3 - 1) = 4 \times 2 = 8$; enfin, autour des six axes binaires, $6 \times (2 - 1) = 6$. Le total sera $1 + 9 + 8 + 6 = 24$. C'est ce nombre qu'il faut doubler pour satisfaire à l'existence du centre. On aura donc en tout 48 faces.

Il est vrai que nous ne nous sommes pas occupés ici des plans de symétrie. Mais il n'y avait pas lieu de le faire; car on démontre, en géométrie, que l'existence simultanée d'un centre et d'un axe d'ordre pair entraîne, *obligatoirement* et implicitement, celle d'un plan de symétrie normal à l'axe. Donc, dans la recherche des éléments des formes cristallines, une fois qu'on a mis en jeu les axes de symétrie, le centre fait double emploi avec les plans, et il suffit d'avoir satisfait aux exigences du premier pour que celles des seconds soient remplies *ipso facto*, ou réciproquement.

La forme la plus générale du système cubique se composera ainsi de 48 faces, qu'on peut répartir en deux moitiés: une *demi-forme directe*, de 24 faces, dont tous les éléments dérivent de la facette déterminante par rotation autour des axes de symétrie, et une *demi-forme inverse*, dont chaque face est parallèle et opposée par le centre à une des faces de la demi-forme directe.

On démontrerait de même que le nombre des faces doit être de 2×12 ou 24 dans le système hexagonal, de 2×8 ou 16 dans le système quadratique, de 2×6 ou 12 dans le système rhomboédrique, de 2×5 ou 6 dans le système rhombique, de 2×2 ou 4 dans le système monoclinique, enfin de 2 seulement dans le système triclinique. D'après ces derniers exemples, on voit qu'une forme cristalline n'est pas nécessairement fermée. Il y a de ces formes qui ne se suffisent pas et qui, pour engendrer un cristal complet, devront s'associer ensemble à plusieurs. Du reste, une forme, même complète, est très souvent unie à d'autres, et le plus grand nombre des cristaux naturels porte des facettes appartenant à diverses formes réunies. Ainsi les cristaux de roche bipyramidés résultent de la superposition de trois, parfois de cinq formes. Seulement ces cinq formes représentent cinq *moments* distincts (quoique très voisins) de l'acte de la cristallisation, et avec un peu d'attention, rien que par les caractères physiques extérieurs (éclat, couleurs, poli, striage, etc.) on peut arriver à

distinguer les unes des autres, sur un cristal donné, les facettes qui correspondent aux diverses formes, dont l'individu offre la superposition.

Formes obliques, parallèles, normales. — La règle que nous venons d'indiquer, pour le calcul du nombre des faces, ne s'applique qu'à ce qu'on appelle les *formes obliques*, c'est-à-dire à celles dont la facette déterminante est oblique relativement à tous les axes de symétrie du système. Mais il peut très bien arriver que la facette, dont les conditions de la cristallisation déterminent la production initiale, soit ou parallèle, ou normale à un des axes. De là deux nouvelles catégories, celle des *formes parallèles* et celle des *formes normales*. Supposons une facette déterminante qui soit parallèle à un axe binaire. En la faisant tourner de 180 degrés autour de cet axe, nous obtiendrons une seconde facette parallèle et opposée à la première et qui, par conséquent, se confondra avec celle que le centre eût exigée. Ainsi toutes les *formes parallèles aux axes pairs* sont réduites à la moitié du nombre des faces de la forme oblique. Imaginons maintenant une facette normale à un axe d'ordre 4. Nous aurons beau la faire tourner autour de cet axe, sa position ne changera pas, et au lieu de quatre facettes conjuguées à l'axe, il n'y en aura qu'une. Ainsi, pour les formes normales, la réduction du nombre des faces peut être beaucoup plus considérable que pour les formes parallèles.

Or les formes *restreintes*, c'est-à-dire parallèles ou normales, ont une grande importance; car il se trouve que les plans, qui les déterminent, appartiennent toujours aux directions de plus grande *densité réticulaire*, c'est-à-dire à celles qui ont le plus de chances de se manifester dans la cristallisation. Aussi ces formes sont-elles extrêmement fréquentes et, en général, beaucoup mieux développées que les formes obliques.

Notion de l'hémiédrie. — D'après ce que nous avons vu jusqu'ici, il semble que, sauf les cas d'avortement purement accidentel (comme quand un cristal est implanté sur une gangue), une forme cristalline devrait toujours se produire avec le nombre complet de faces qu'exige la symétrie du système. Cependant les choses ne se passent pas toujours de cette manière et il est des cas nombreux où une partie des faces fait défaut, sans qu'on puisse en attribuer l'absence à une cause extérieure visible. Le

cas le plus habituel est celui qu'offrent les cristaux de quartz, de pyrite, de tourmaline, où certaines formes sont réduites à la moitié du nombre de leurs éléments.

Cette circonstance, longtemps considérée comme une simple dérogation à la loi de symétrie, a été désignée sous la rubrique d'*hémiédrie* et on a appliqué le nom de *téartoédrie* au cas où la réduction ne laisse plus subsister que le *quart* du nombre des faces. En cherchant à établir, par l'expérience, les lois de ces phénomènes, on a été amené à reconnaître qu'il pouvait y avoir trois *modes* particuliers d'hémiédrie. c'est-à-dire trois procédés employés par la nature pour opérer, dans une forme cristalline, la suppression d'un certain nombre des faces que la symétrie paraissait exiger.

Dans le premier mode, dit *hémiédrie plagiédre*, si l'on considère la forme générale oblique, on constate que la suppression d'une face sur deux s'est faite de telle façon, que les deux polyèdres formés, l'un par les faces conservées, l'autre par les faces supprimées, ne soient pas superposables. Chaque face du premier est symétrique d'une face du second relativement à un plan, c'est-à-dire que le premier est au second ce qu'un objet est à son image dans un miroir.

Dans le second mode, dit *hémiédrie à faces parallèles* ou *para-hémiédrie*, la suppression, suivant celle des facettes que l'on conserve comme face déterminante, donne lieu à deux solides conjugués superposables, ne différant l'un de l'autre que par leur orientation et tels que, dans chacun d'eux, les faces soient deux à deux parallèles et opposées par le centre.

Enfin le troisième mode, dit *hémiédrie à faces inclinées* ou *anti-hémiédrie*, est caractérisé par ce fait que les solides conjugués, toujours superposables, n'offrent pas de couples de faces parallèles.

Non seulement cet ensemble de règles empiriques ne révèle rien quant à la cause de l'hémiédrie, mais il n'explique pas la production de certains cristaux, tels que ceux de tourmaline, où il arrive qu'une extrémité de l'axe porte un pointement qui manque à l'autre extrémité. Aussi a-t-il fallu imaginer pour cela, sous le nom d'*hémimorphisme*, comme une nouvelle fantaisie de la nature, lui permettant de ne réaliser que la moitié des combinaisons de l'hémiédrie régulière.

Étude rationnelle de l'hémiédrie. Considération des polyèdres moléculaires. — L'hémiédrie va prendre à nos yeux un tout autre caractère, si nous faisons intervenir la notion des polyèdres moléculaires. En effet, lorsque, pour établir la génération d'une forme cristalline, nous avons dit que deux faces devaient se produire simultanément quand elles correspondaient à des réseaux identiques, nous raisonnions comme si les molécules pouvaient être réduites à leurs centres de gravité, c'est-à-dire aux nœuds du réseau avec lequel ces centres coïncidaient. Mais les molécules ont une forme propre et il est très possible que, en vertu de cette forme, les conditions de cristallisation, relativement au milieu ambiant, ne soient pas les mêmes pour deux faces géométriquement symétriques.

Pour éclaircir ce point par un exemple, considérons deux faces

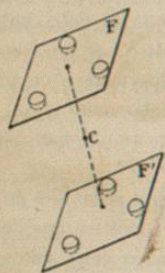


Fig. 16.

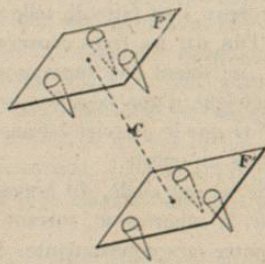


Fig. 17.

F et F' (fig. 16), symétriques l'une de l'autre relativement à un centre C. Si les molécules sont-elles mêmes centrées et agissent comme des sphères¹, il est évident que les deux faces F et F' seront, *relativement au dehors*, dans des conditions identiques. Par suite, l'action qui engendre l'une d'elles devra aussi engendrer l'autre. Mais si (fig. 17) les molécules, sphériques d'un côté, se terminaient de l'autre en pointe, il est clair que celles de la face F, qui présentent au dehors leur côté arrondi, agiraient autrement, sur le milieu ambiant, que celles de F', lesquelles,

1. Pour plus de simplicité dans la figure, nous donnons à la molécule une forme sphérique; mais le résultat serait le même et on se rapprocherait beaucoup plus de la réalité en faisant, de chaque molécule, un octaèdre ou une pyramide avec centre

devant être orientées comme les premières, tourneraient leurs pointes vers l'extérieur. Chaque face aurait ainsi ce qu'on peut appeler un *endroit* et un *envers*. Tandis que l'une se présenterait au dehors par l'endroit, l'autre s'offrirait par l'envers. Les conditions seraient donc différentes et il n'y aurait pas de raison nécessaire pour la production simultanée des deux faces. Ainsi, bien que le système cristallin ait toujours un centre, l'absence de centre dans la molécule entraîne la suppression de la moitié des faces de la forme générale. On s'assurerait de même que, s'il manque dans la molécule certains axes de symétrie du système, les facettes qui devraient être coordonnées à ces axes n'auront pas de raison de se produire.

De là résulte cette notion féconde, excellemment développée par Bravais : à savoir que c'est la forme intrinsèque des polyèdres moléculaires qui doit être la cause déterminante du choix du système cristallin, et que les effets de ce choix ne peuvent manquer de varier, suivant que la symétrie de la molécule est *complètement* ou *incomplètement d'accord* avec celle du système réticulaire choisi. N'oublions pas en effet que les polyèdres moléculaires sont des figures quelconques, dont la forme est définie par le groupement des atomes simples, qui en constituent les sommets, et que rien absolument n'oblige ces polyèdres à avoir leurs sommets disposés en quinconce. Ce sont seulement les centres de gravité qui doivent prendre cette disposition dans l'axe de la cristallisation.

Analyse des variétés méridriques. — Dès lors, au moment où un corps prend l'état cristallin, il doit choisir d'abord, parmi les sept variétés, seules admissibles, des systèmes réticulaires, celle avec la symétrie de laquelle sa molécule a le plus d'éléments communs. Cela fait, ou bien tous les éléments de symétrie du système existent dans la molécule; alors la forme générale est complète ou *holoédrique*; ou bien la coïncidence n'est que partielle et, dans ce cas, la forme devient elle-même partiellement développée ou *mériédrique*. C'est l'affaire d'une étude géométrique très simple de montrer en quoi la symétrie d'une molécule peut différer de celle de l'assemblage réticulaire qu'elle a dû choisir. On reconnaît ainsi qu'il peut exister les variétés suivantes :

D'abord, au point de vue des axes, une molécule peut être *holoaxe*, c'est-à-dire posséder tous les axes de symétrie du système

ou *hémiaxe*, c'est-à-dire que les axes y subissent une réduction qui supprime la *moitié* des homologues par rotation d'une facette déterminante; ou, dans quelques systèmes, *tétartoaxe*, c'est-à-dire avec suppression des *trois quarts* des rotations.

En outre, dans chacune de ces combinaisons, une molécule peut être *centrée* ou non. Si elle est à la fois holoaxe et centrée, comme la combinaison du centre et des axes pairs suffit, comme nous l'avons dit, à faire naître tous les plans de symétrie, la forme est complète ou *holoédrique*. Une molécule holoaxe ne peut donc admettre qu'une variété, celle où il n'y aurait ni centre ni plans, et qu'on appelle *hémisymétrique*. Dans ce cas, toute la demi-forme inverse est supprimée.

Quant aux molécules hémiaxes, elles peuvent être *centrées*, ce qui restitue les plans perpendiculaires aux axes conservés, ou *dichosymétriques*, c'est-à-dire dépourvues de centre, mais possédant encore les plans perpendiculaires aux axes binaires supprimés; ou enfin *hémisymétriques*, c'est-à-dire n'ayant ni centre ni plans.

Le tableau suivant montre de quelle manière ces diverses combinaisons réagissent sur le nombre des faces qui peut, comme on le voit, être réduit dans quelques cas au huitième (*hémitétarloédrique*).

POLYÈDRES MOLÉCULAIRES.		FORMES CRISTALLINES.
Holoaxes	centrés	Holoédriques.
	hémisymétriques.	Hémiédriques.
Hémiaxes	centrés	Hémiédriques.
	dichosymétriques.	Hémiédriques.
	hémisymétriques.	Tétartoédriques.
Tétartoaxes	centrés	Tétartoédriques.
	dichosymétriques.	Tétartoédriques.
	hémisymétriques.	Hémitartoédriques.

Les polyèdres hémisymétriques engendrent l'*hémiedrie plagièdre*; les polyèdres centrés produisent la *parahémiedrie*; ceux qui n'ont pas de centre, l'*antihémiedrie*. Mais ces diverses manières d'être rentrent dans une loi commune et ne font que traduire les différences de symétrie des polyèdres et des assemblages. L'*hémimorphisme* en est un cas particulier, celui où un axe d'ordre supé-

rieur n'est accompagné ni de centre ni d'axes binaires, de telle sorte qu'il n'y a rien pour répéter, à une extrémité de l'axe, ce qui peut se trouver à l'autre.

Restriction aux formes obliques des réductions méridiennes. — Ici se place une remarque des plus importantes, c'est que les réductions qui viennent d'être énumérées *ne s'appliquent, dans toute leur généralité, qu'aux formes obliques*.

En effet, considérons la forme engendrée par une facette normale à un axe. On peut bien supprimer cet axe, si l'on veut: la facette, qui lui était perpendiculaire, n'en éprouvera pas de réduction. De même on peut supprimer les plans de symétrie qui passent par cet axe. Leur présence, nécessaire pour répéter une facette *inclivée sur l'axe*, est devenue superflue pour une face *normale*, qui ne se répète pas. Donc la forme normale n'éprouvera de cette suppression aucune perte. Ainsi beaucoup de formes, normales ou parallèles, sont de telle nature, que *les suppressions survenues dans la symétrie de la molécule ne les affectent pas*. Et comme ces formes restreintes sont très fréquentes, on comprend d'une part que l'hémiedrie ait échappé aux premiers minéralogistes ou leur ait semblé une anomalie dépourvue d'importance; d'autre part, qu'on ait pu dire que certains corps sont tantôt holoédriques, tantôt hémiédriques. En réalité, un corps a toujours le même degré de symétrie; mais, suivant les formes réalisées, le défaut de symétrie de sa molécule peut se manifester ou rester caché.

Coexistence possible des formes conjuguées. — Une autre cause contribue encore à masquer le phénomène de l'hémiedrie, c'est la coexistence possible des formes conjuguées sur un même cristal. De même que deux ou plusieurs formes distinctes peuvent concourir ensemble à la production d'un cristal, de même les facettes supprimées par l'hémiedrie, si elles ne se produisent pas à titre nécessaire, en même temps que la facette déterminante, peuvent être engendrées *indépendamment* et à un autre instant de la cristallisation. On en est le plus souvent averti, d'ailleurs, par la différence des caractères physiques des facettes; ou elles sont de grandeur inégale, ou elles diffèrent par leur éclat et la présence de stries, etc. Ainsi il existe des cubes dont les huit angles sont tronqués par des facettes équilatérales; seulement quatre de ces facettes, alternantes, sont grandes et brillantes, tandis que