

interceptant, sur deux arêtes b , la même longueur $\frac{1}{r}$ et, sur la troisième, une longueur $\frac{1}{s}$. On la notera

$$a^{\frac{1}{r} \frac{1}{s}} = a^{\frac{s}{r}}$$

Deux cas se présentent, suivant que s est plus grand ou plus petit que r . Soit $s > r$. C'est le cas de la figure 86. L'intersection de la facette avec p est parallèle à la diagonale horizontale de p , c'est-à-dire à un axe binaire. Les trois intersections dessinent, autour de a , un triangle équilatéral, servant de base à une pyramide trièdre surbaissée. Une pyramide identique, mais différemment placée, tronque l'autre angle a , et il est aisé de voir que les deux ensemble donnent un *rhomboèdre aplati*. Ce rhomboèdre est *direct*, car ses faces s'inclinent dans le même sens que celles de

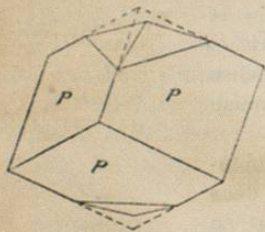


Fig. 86.

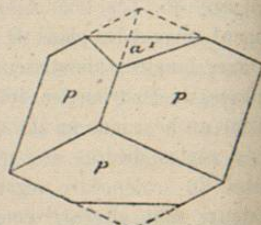


Fig. 87.

p et ses arêtes concourent avec les arêtes b . La plus grande valeur de s correspond à $\frac{1}{s} = 0$, cas où la facette se confond avec p . Le rhomboèdre primitif est donc la limite des rhomboèdres directs sur a et peut s'écrire a^∞ . Ensuite l'exposant de a diminue sans cesse, jusqu'à ce que $\frac{1}{s}$ devienne égal à $\frac{1}{r}$. On n'a plus alors qu'une *base* (fig. 87), ou forme normale à l'axe ternaire, et dont la notation est a^1 . Si l'on continue à modifier l'angle, à partir de ce moment la facette s'incline en sens contraire, s devient inférieur à r et les couples de trois troncutures engendrent (fig. 88)

des *rhomboèdres inverses*, dont les faces s'inclinent *comme les arêtes* de p . Ces rhomboèdres aplatis, qui dessinent des chevrons sur p , ont une limite; elle est atteinte quand $\frac{1}{s} = \infty$ ou $s = 0$, auquel cas la face modifiante est *tangente* à l'arête b et mérite la notation b^1 , qui équivaut à a^0 .

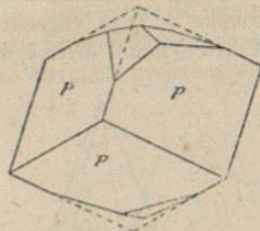


Fig. 88.

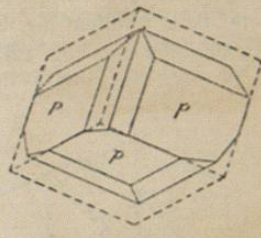


Fig. 89.

Modifications sur les arêtes culminantes. — Toute modification de ce genre remplace chaque arête b par un biseau (fig. 89). Il en résulte encore un *scalenohedre*, ni aplati ni surbaissé, mais incliné exactement comme le rhomboèdre primitif. Sa notation, qui devrait être

$$b^{\frac{1}{s} \frac{1}{r} \frac{1}{s}}$$

s'écrit plus simplement $b^{\frac{2}{r}}$. Comme précédemment, il y a deux séries de scalénoèdres, les uns *directs*, partant de $p = b^\infty$, les autres *inverses* et séparés des premiers par un *isocéloèdre*, dont on peut établir que la notation doit être b^2 . La limite de la série inverse est atteinte quand le biseau se réduit à une seule face, *tangente* sur b , ce qui donne le *rhomboèdre dit inverse du primitif* et noté b^1 (fig. 90).

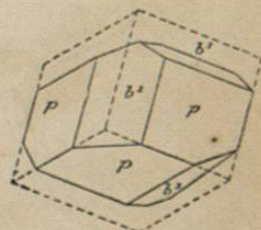


Fig. 90.

Modifications sur les angles latéraux. — La facette déterminante tronque un angle c , en interceptant $\frac{1}{s}$ sur l'arête b , $\frac{1}{r}$

et $\frac{1}{q}$ sur les deux arêtes d , de même paramètre que la première.

Le symbole est donc

$$b^{\frac{1}{s}} d^{\frac{1}{r}} d^{\frac{1}{q}}.$$

Le plan de symétrie qui passe en e exige le doublement de la facette. De là résultent (fig. 91) six couples de faces, engendrant un scalénoèdre aigu (fig. 92), tantôt direct, tantôt inverse, avec

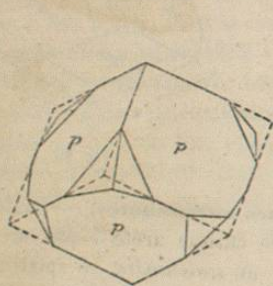


Fig. 91.



Fig. 92.

un isocéloèdre pour limite commune des deux séries. Les scalénoèdres pour lesquels $s=r$ sont notés $e^{\frac{s}{r}}$. La forme e_3 est un isocéloèdre.

Quand la troncature déterminante devient verticale, la forme résultante est un prisme dodécagone (fig. 95), parallèle à l'axe ternaire. Ici, l'axe étant d'ordre impair, la forme parallèle garde le même nombre de faces que la forme oblique. Les angles dièdres du prisme sont alternativement plus et moins obtus. Le symbole est

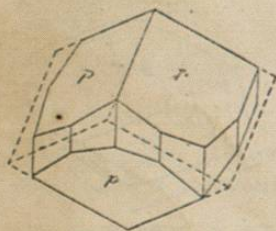


Fig. 95.

$$b^{\frac{1}{q+r}} d^{\frac{1}{r}} d^{\frac{1}{q}}.$$

Si la troncature est symétrique sur l'angle e , elle devient parallèle à la diagonale horizontale du rhombe inférieur et prend une

forme isocèle (fig. 94). Cela conduit à un rhomboèdre inverse aigu, de notation $e^{\frac{s}{r}}$, s se rapportant toujours à l'arête b . On part de $\frac{1}{s} = \infty$, auquel cas la forme résultante est b^1 , correspondant à e^0 ; puis l'indice augmente progressivement. Lorsque, sans cesser d'être symétrique, la facette devient verticale, on obtient un prisme hexagonal régulier, dont le symbole est facile à déterminer. En effet, projetons verticalement le rhomboèdre sur un

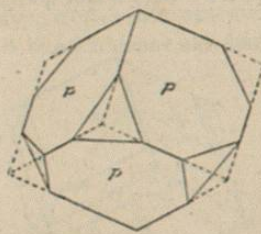


Fig. 94.

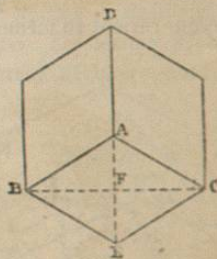


Fig. 95.

plan, normal à l'axe ternaire (et contenant, par conséquent, les axes binaires). La projection sera un hexagone régulier (fig. 95), puisque les losanges ont la même inclinaison sur le plan de projection. Soit E la projection de l'angle e considéré. Une troncature, parallèle à l'axe projeté en A et symétrique sur e , aura une trace parallèle à BC , c'est-à-dire interceptant sur les trois arêtes concourantes (également inclinées sur le plan) des longueurs qui sont entre elles comme BE , EC et EF . Or, dans le losange de 60 degrés $ABEC$, la demi-diagonale EF est la moitié du côté BE . Donc

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{r} \text{ ou } s=2r; \text{ donc } e^{\frac{s}{r}} \text{ devient}$$

e^2 . Telle est la notation du *protoprisme*, forme parallèle aux axes binaires. Par suite de ce parallélisme, e^2 doit couper, à chaque angle e , une face p suivant une horizontale, et les deux autres

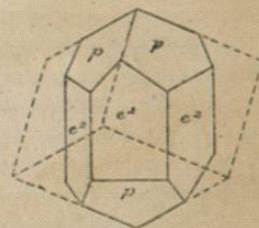


Fig. 96.

suivant un chevron. Cette combinaison pe^2 est représentée dans la figure 96.

A partir de e^2 , si la facette continue à s'incliner, elle penche désormais dans le même sens que la face p du bas. On obtient donc une série de *rhomboédres directs*, échelonnés entre e^2 et p , qui correspond à e^∞ .

Modifications sur les arêtes latérales. — La plus générale comprend deux facettes sur chaque arête d , dont l'une intercepte (fig. 97) $EC = \frac{1}{q}$ sur $b = AE$ et $DE = \frac{1}{s}$ sur $d = EE''$, ou, ce qui revient au même, sur $b = A'E'$. Alors il faut que l'autre

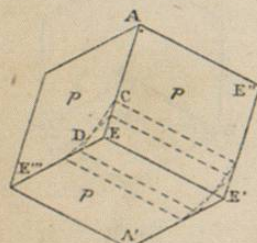


Fig. 97.

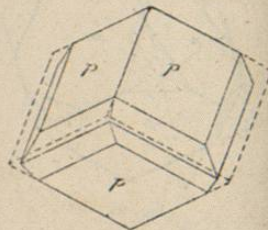


Fig. 98.

facette intercepte $\frac{1}{s}$ sur EA , et $\frac{1}{q}$ sur $E'A'$. Le biseau résultant (fig. 98) donne un *scalenohédre*, toujours plus aigu que le rhomboédre primitif et en même temps direct. Les scalénohédres de cette série, tous appuyés sur l'hexagone en zigzag du rhomboédre fondamental, ont reçu d'Haüy (au moins pour ce qui concerne la calcite) la désignation de *métastatiques*. On les note

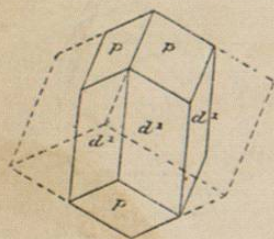


Fig. 99.

$d^{\frac{q}{s}}$. Ces scalénohédres sont compris entre $p = d^\infty$, et la forme pour laquelle les deux troncatures du biseau, devenant verticales, se réduisent à une seule, engendrant le *deutéroprisme* d^1 (fig. 99), tangent aux arêtes d .

Formes birhombédriques. — Si l'on joint (fig. 100) un

sommet ternaire A du rhomboédre aux milieux M et M' de deux arêtes d consécutives, on obtient une face triangulaire isocèle

AMM' , appartenant à un rhomboédre inverse de notation $e^{\frac{s}{r}}$, avec la condition $\frac{1}{s} = 2 \times \frac{1}{r}$, puisque $EM = EM' = \frac{1}{2}EA$; donc le symbole du rhomboédre est $e^{1/2}$.

Or les faces AMM' de ce rhomboédre, combinées avec les portions restantes AMM'' des faces p , engendrent une pyramide hexagonale isocéloédrique, ayant pour base un hexagone régulier, dont les côtés sont parallèles aux diagonales horizontales des rhombes, c'est-à-dire aux axes binaires. Les formes p et $e^{1/2}$, dont la réunion donne une double pyramide régulière, sont dites

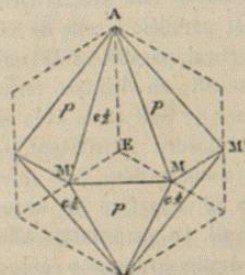


Fig. 100.

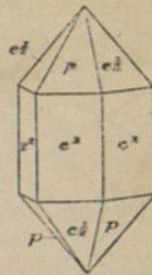


Fig. 101.

birhombédriques. Chaque rhomboédre direct possède ainsi, parmi ses inverses, un rhomboédre, dont l'association avec le premier engendre une double pyramide hexagonale ou *birhombédre*, et si les faces de cette pyramide peuvent être géométriquement égales, au point de donner lieu à un pseudo-isocéloédre, on s'aperçoit, en général, de leur différence intrinsèque, soit parce que les trois faces de p dominant, sur un pointement, relativement aux trois faces de $e^{1/2}$, soit parce que la série des faces p possède des propriétés physiques différentes de celles des faces $e^{1/2}$.

Les faces p et $e^{1/2}$ étant parallèles aux axes binaires, lesquels sont contenus en direction dans les faces du prisme e^2 , la combinaison $pe^{1/2}e^2$ donne (fig. 101) un prisme hexagonal coiffé par deux pyramides régulières et dit *prisme bipyramidé*.

Isocéloédres, faces rhombes. — Remarquons maintenant

que les faces adjacentes d'une forme birhomboédrique sont toutes perpendiculaires aux six plans de symétrie. Si donc, sur l'angle formé par la rencontre d'une face p , d'une face $e^{1/2}$ et de deux faces e^2 , on installe une troncature symétrique (c'est-à-dire interceptant des longueurs égales sur les deux arêtes horizontales du prisme pyramidé), cette troncature ne penchera pas plus vers le plan de symétrie de droite que vers celui de gauche. Elle appartiendra donc à un isocéloèdre et dessinera, sur le pointement en question, un quadrilatère symétrique, formé de deux triangles équilatéraux, juxtaposés par leurs bases.

Supposons en outre qu'un tel isocéloèdre, symétrique sur l'arête projetée en A (fig. 102), soit astreint à faire partie de la zone qui comprend la face SAB de p et la face, projetée en AF, du prisme e^2 .

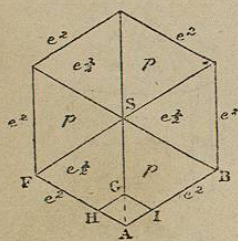


fig. 102. F

L'intersection de SAB avec la face verticale AF est parallèle à celle de SAB avec le plan vertical, parallèle à AF, qui passe par l'arête SB; en d'autres termes, la zone formée de SAB et de AP a SB pour axe. L'isocéloèdre satisfaisant à cette condition coupera donc SAB suivant GI parallèle à SB et la face AF suivant AH parallèle à GI. Le quadrilatère AHGI sera donc un parallélogramme à côtés égaux, c'est-à-dire un rhombe. Aussi la face de

cette forme, quand elle se rencontre à l'état de troncature sur l'ensemble $pe^{1/2}e^2$, porte-t-elle le nom de *face rhombe*.

Formes méridiennes. — Le cas des *polyèdres holoaxes hémisymétriques* est intéressant à examiner, parce qu'il trouve sa réalisation dans une espèce minérale très répandue, le quartz ou cristal de roche.

Le symbole de cette variété étant $\Lambda^5, \bar{3}L^2$, la forme oblique se réduit à trois faces en haut et trois en bas, donnant (fig. 103), à la place du scalénoèdre, un *trapézoèdre trigonal*. Un isocéloèdre se transforme en une double pyramide à base de triangle équilatéral et le prisme dodécagonal, perdant la moitié de ses faces, devient un *prisme ditrigonal* (fig. 104). Les rhomboèdres et le prisme e^2 , qui ont leur faces perpendiculaires aux plans de symétrie, ne sont pas atteints par ce mode d'hémiédrie, qui supprime la moitié des faces du prisme d^1 .

C'est ainsi que dans le quartz on observe (fig. 105) la combinaison des formes complètes $p, e^{1/2}, e^2$ avec un *hémiscalénoèdre* σ et un *hémisocéloèdre* ρ . Les faces σ sont dites *plagièdres* et la face ρ s'appelle *rhombe*, parce que, ainsi que nous l'avons précédemment expliqué, cette face, installée sur le croisement de deux faces p et $e^{1/2}$ avec deux faces e^2 , fait partie de la zone



Fig. 103.

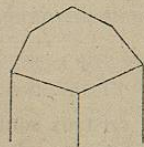


Fig. 104.

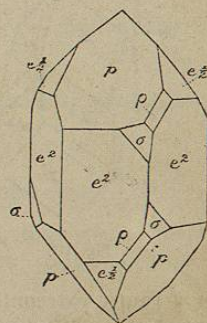


Fig. 105.

engendrée par chacune des deux premières et celle des deux faces e^2 qu'elle ne coupe pas horizontalement. Dans un cristal bipyramidé complet, comme c'est une face $e^{1/2}$ qui correspond à une face p de l'autre côté de la face prismatique e^2 , les faces ρ et σ doivent se trouver *aux deux extrémités d'une même arête verticale*, tandis qu'il n'y a qu'une arête sur deux qui les porte.

Dans le cas des polyèdres *hémiaxes centrés* (Λ^5, C), les rhomboèdres ne sont pas atteints, grâce à l'existence du centre; mais les scalénoèdres perdent la moitié de leurs faces et se transforment en rhomboèdres, dont les plans diagonaux ne sont pas des plans de symétrie du cristal. C'est ainsi que, dans le diopase, l'hémiscalénoèdre $\frac{1}{2}d^5$ apparaît (fig. 106) comme troncatures sur deux des six intersections de p avec d^1 (lequel ne perd aucune face, les trois positions données par Λ^5 se répétant relativement au centre).

Il faut encore dire un mot des polyèdres *hémiaxes dichosymétriques* ($\Lambda^5, \bar{3}P$), à cause de l'importance de la tourmaline, qui réalise cette combinaison. Le prisme e^2 , qui est perpendiculaire

aux plans de symétrie, ne bénéficie pas de leur conservation. Il perd donc la moitié de ses faces, tandis que d^1 garde toutes les siennes.

En outre, si, à une des extrémités de l'axe principal, il existe un pointement quelconque, aucun élément ne permet de le ré-

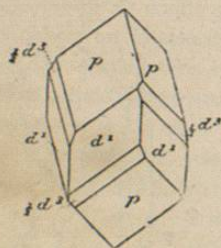


Fig. 106.

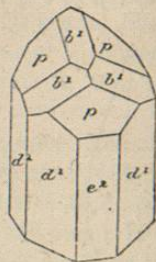


Fig. 107.

péter à l'autre extrémité. Les cristaux sont donc *hémimorphes*, c'est-à-dire terminés différemment aux deux bouts de l'axe ternaire. Ainsi la tourmaline offre souvent (fig. 107), avec d^1 et $\frac{1}{2}e^2$, d'un côté la combinaison pb^1 , de l'autre la base a^1 seule ou un rhomboèdre distinct de p .

§ 5

SYSTÈME RHOMBIQUE

Notation. — Les éléments du noyau ou *prisme rhombique* (*orthorhombique*) sont les suivants (fig. 108) :

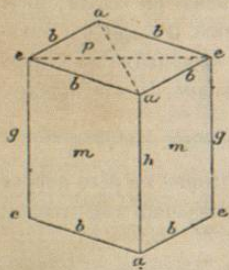


Fig. 108.

Une base p , parallèle à l'un des plans de symétrie et contenant deux axes binaires, qui sont les diagonales de cette base rhombe; quatre faces prismatiques m , identiques entre elles, chaque face, symétrique des deux faces adjacentes relativement aux plans verticaux de symétrie (plans diagonaux du prisme), étant conjuguée de la face opposée en vertu de l'axe binaire vertical; quatre angles trièdres a , qui correspondent aux angles obtus de la base, et

quatre angles e , correspondant aux angles aigus; huit arêtes horizontales b , intersections de p avec m ; enfin deux arêtes verticales obtuses h et deux arêtes aiguës g , de même paramètre comme parallèles à l'axe du prisme, mais d'angles dièdres différents. Les plans verticaux de symétrie coupent la base suivant ses deux diagonales, l'une, la plus longue, dit *macrodiagonale*, l'autre, la plus courte, ou *brachydiagonale*.

Forme oblique. — La forme oblique est engendrée par une facette QRS (fig. 109), interceptant, sur l'arête verticale Oz, une longueur OS égale à une fraction $\frac{1}{s}$ du paramètre correspondant, tandis que, sur les arêtes Ox et Oy, de paramètre différent, elle coupe des longueurs proportionnelles entre elles à $\frac{1}{q}$ et $\frac{1}{r}$. Le plan de symétrie qui passe par Oz et la diagonale de Ox et Oy exige la répétition de cette facette en Q'RS, tandis que l'axe ver-

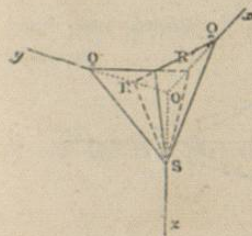


Fig. 109.

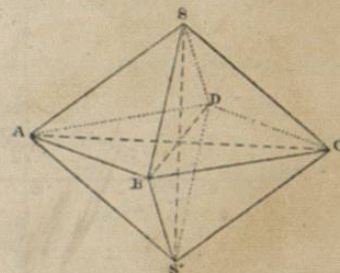


Fig. 110.

tical les reproduit toutes deux sur l'angle opposé et que le plan de symétrie parallèle à la base fait naître en bas, aux extrémités opposées des arêtes z , des couples semblables. Les quatre faces du haut forment une pyramide à base de losange et celles du bas engendrent une pyramide identique, ayant la même base que la première. De là résulte un *octaèdre rhombique* (fig. 110), dont les trois hauteurs, SS' , AC , BD , sont les trois axes binaires et où les trois plans de symétrie, $ABCD$, $SBS'C$, $SAS'C$, dessinent trois losanges, ayant deux à deux une diagonale en commun.

1. Dans la notation usuelle, les caractéristiques q et r sont rapportées, non aux côtés de la base rhombe, mais à ses diagonales.

On remarquera que les deux faces SAB, S'AB, de l'octaèdre rhombique, se rencontrant suivant AB et les deux faces SDC, S'DC, se rencontrant suivant DC, forment, par leur ensemble, un prisme parallèle à AB, dont la section droite serait donnée par un plan, mené par SS', normalement à AB. De même, les quatre autres faces formeraient un prisme ayant ses arêtes parallèles à AD=BC. Ainsi l'octaèdre rhombique résulte de la pénétration mutuelle de deux prismes rhombiques; c'est-à-dire que ses huit faces sont réparties entre deux zones, ayant pour arêtes, l'une AB, l'autre BC. Mais on pourrait, tout aussi légitimement, les grouper autour des arêtes SA, SC, ou bien SB, SD, et dire, par exemple, que l'octaèdre rhombique est formé par la pénétration de deux prismes, l'un SAB, SBC, S'AD, S'DC, l'autre SAD, SDC, S'BC, S'AB.

Diverses sortes de pyramides. — Ici vient se placer une observation importante. Soit (fig. 111) RQR'Q' la section droite du

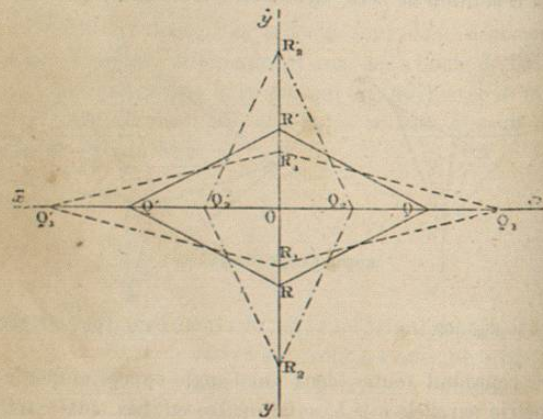


Fig. 111.

prisme primitif. Si la troncature est opérée sur un angle obtus a , elle donnera, sur le plan de la base p , un losange tel que $R_1Q_1R'_1Q'_1$, allongé dans le sens de la macrodiagonale. Par conséquent, l'octaèdre rhombique correspondant sera une *macropyramide* (fig. 112). Si, au contraire, la modification avait eu lieu sur les angles e , le losange, tel que $R_2Q_2R'_2Q'_2$, eût été allongé suivant la brachydiagonale, donnant une *brachypyramide* (fig. 113).

La limite des deux séries est formée par les pyramides dont la base rhombe est semblable à celle du prisme m . Ce sont donc des modifications sur les arêtes b (fig. 114), faisant naître des *proto-*

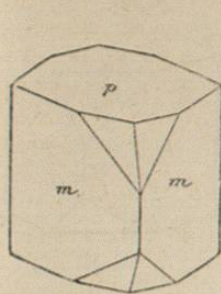


Fig. 112.

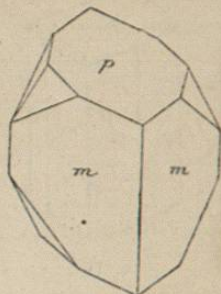


Fig. 113.

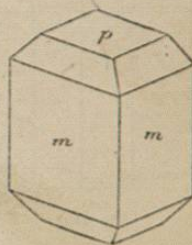


Fig. 114.

pyramides, spécifiquement identiques avec les précédentes, mais ayant pour notation $b^{\frac{s}{q}}$, tandis que le symbole des macropyramides est

$$b^{\frac{1}{q}} b^{\frac{1}{r}} h^{\frac{1}{s}},$$

et celui des brachypyramides,

$$b^{\frac{1}{q}} b^{\frac{1}{r}} g^{\frac{1}{s}}.$$

Formes parallèles, formes normales. — Les trois axes étant de même ordre, les formes parallèles aux trois catégories d'axe doivent être de même nature. On voit sans peine que celle qui est parallèle à l'axe vertical engendre trois sortes de formes :

1° le *rotoprisme* m lui-même; 2° les *macropismes* $h^{\frac{q}{r}}$, produits par une double modification sur les arêtes h (fig. 115), et 3° les

brachypismes $g^{\frac{q}{r}}$, produits par une double modification sur les arêtes g (fig. 116).

Une forme parallèle à la macrodiagonale se compose (fig. 117) de six faces, engendrant aussi un prisme. On convient de donner le nom de *domes* aux prismes dont les arêtes ne sont pas

verticales. Le dome ainsi formé par une troncature symétrique sur les angles a est un *macrodome* et sa notation est $a^{\frac{s}{2}}$. De même,

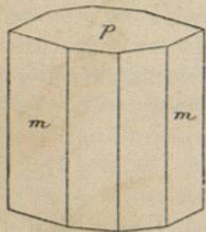


Fig. 115.



Fig. 116.

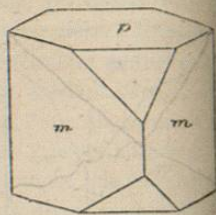


Fig. 117.

la forme parallèle à la brachydiagonale, engendrée (fig. 118) par quatre troncatures symétriques sur les angles e , est un *brachydome*, de symbole $e^{\frac{s}{2}}$.

On voit de suite que les formes normales, au nombre de trois, se composent chacune de deux faces parallèles. Ce sont : 1° la base p , normale à l'axe vertical; 2° le *macropinacoïde* h^1 , parallèle à la macrodiagonale (fig. 119); 3° le *brachypinacoïde* g^1 , parallèle à la brachydiagonale (fig. 120). Chacune de ces trois formes repré-

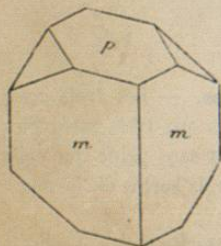


Fig. 118.

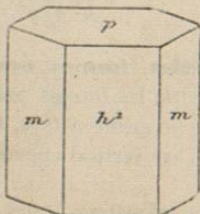


Fig. 119.



Fig. 120.

sente l'un des trois plans de symétrie du système. Elles correspondent respectivement, comme direction, à la base et aux plans diagonaux du prisme rhombique.

Chacun des axes binaires commande une zone principale. Il y a ainsi la zone verticale mm , qui comprend m , h^1 , g^1 , les macro-

prismes et les brachyprismes; la zone horizontale ph^1 , comprenant les macrodômes et la zone horizontale pg^1 , qui est celle des brachydômes.

Formes méridiennes. — Deux variétés hémédriques peuvent se rencontrer dans le système rhombique. Dans la première, celle des polyèdres holoaxes hémisymétriques (L^2 , L'^2 , L''^2), la forme oblique perd la moitié de ses faces. Or on se rappelle que l'octaèdre rhombique résulte de la pénétration de deux prismes, dont chacun a ses arêtes parallèles à l'un des côtés de la base rhombe. Ne gardant en haut que la moitié d'un prisme et, en bas, que la moitié de l'autre, on obtient, avec la combinaison $m, 1/2b^1/2$, la figure 121, réalisée par le sulfate de magnésie.

Le seul autre cas admissible a pour symbole L^2, P^1, P^2 , et l'on

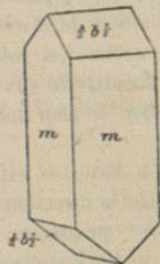


Fig. 121.

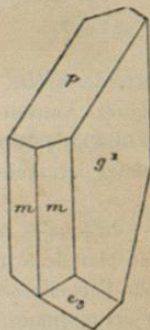


Fig. 122.

voit de suite qu'il entraîne l'hémimorphisme, la moitié inférieure (ou supérieure) d'un octaèdre rhombique étant seule conservée. C'est ce qui arrive pour la topaze et aussi pour la calamine (fig. 122).

§ 6

SYSTÈME MONOCLINIQUE.

Notation. — Le prisme clinorhombique ou monoclinique, noyau du système, se compose (fig. 125) de deux bases p , parallèles,

reliées par quatre faces m identiques, puisque chacune d'elles, identique avec la face parallèle, est symétrique de sa voisine relativement au plan de symétrie. Ce dernier est celui qui a pour traces les diagonales oa . Des quatre angles de chaque base, deux sont identiques. Ce sont les angles latéraux e , symétriques l'un

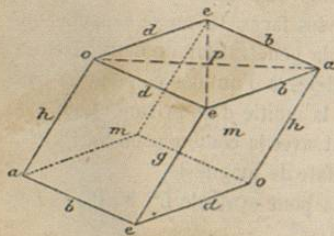


Fig. 125.

de l'autre relativement au plan médian oa . Mais l'angle de droite, qui correspond à l'angle aigu de la base avec l'arête prismatique, diffère de celui de gauche, qui correspond à l'angle obtus. Le second se note o et est dit *antérieur*, parce qu'on suppose l'observateur placé en avant de o . Le premier, ou *postérieur*, est noté a . Parmi les arêtes horizontales, il y a lieu de distinguer les arêtes b , qui concourent à l'angle a , et les arêtes d , se coupant sur l'angle o . Enfin les arêtes prismatiques g , aboutissant aux angles e , sont distinctes des arêtes h , contenues dans le plan diagonal de symétrie.

Des deux diagonales ee et oa de la base p , l'une, ee , est perpendiculaire au plan de symétrie et représente la direction de l'axe binaire. On l'appelle *orthodiagonale*, parce qu'elle est normale aux arêtes prismatiques. La seconde, oa , inclinée sur ces arêtes, est dite *clinodiagonale*. Tantôt c'est l'orthodiagonale qui est la plus longue; tantôt c'est l'inverse.

Forme oblique. — D'après le symbole de la symétrie, la forme oblique ne peut se composer que de quatre faces, deux à deux parallèles (puisque chacune a sa symétrique relativement au centre). Ces quatre faces, si elles étaient seules, formeraient un *prisme* indéfini. Or nous avons vu que, dans le système rhombique, la pyramide résultait de la pénétration de deux prismes. Ici l'un des deux manque. La forme peut donc être qualifiée d'*hémipyramide*. Mais sa nature varie suivant ceux des éléments sur lesquels elle est appuyée. En tout cas, cette forme ne suffit pas pour constituer un cristal fermé.

Troncatures sur les angles. — A. *Non symétriques.* —

Sur les angles o . — La face déterminante intercepte des lon-

gueurs dont les coefficients sont $\frac{1}{q}$ et $\frac{1}{r}$ pour deux arêtes d , et $\frac{1}{s}$ pour l'arête g .

Le symbole est $d^{\frac{1}{q}} d^{\frac{1}{r}} h^{\frac{1}{s}}$. La forme (fig. 124) est dite *hémiorthopyramide*, parce qu'elle est allongée suivant l'orthodiagonale

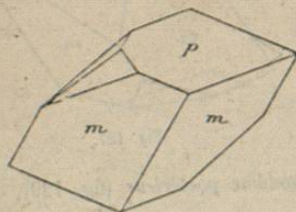


Fig. 124.

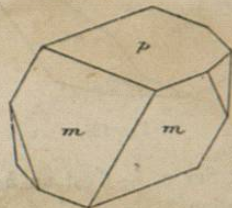


Fig. 125.

et, de plus, *antérieure*, parce qu'elle est installée sur les angles antérieurs o .

2° *Sur les angles a .* — Ce sera une *hémiorthopyramide postérieure* (fig. 125), de symbole

$$b^{\frac{1}{q}} b^{\frac{1}{r}} h^{\frac{1}{s}}$$

3° *Sur les angles e .* — La facette ne se répète qu'une fois sur chaque angle, car elle tronque trois arêtes d'inégale valeur, savoir : une arête b , une arête d et une arête g . La demi-pyramide est d'ailleurs allongée suivant la clinodiagonale; c'est une *hémiclinopyramide*, de symbole

$$b^{\frac{1}{q}} d^{\frac{1}{r}} g^{\frac{1}{s}}$$

et *antérieure* (fig. 126), si la facette s'incline vers l'angle o , tandis qu'elle est *postérieure* (fig. 127) dans le cas contraire.

B. *Symétriques.* — 1° *Sur o .* — Il n'y a que deux facettes parallèles (fig. 128), formant la moitié d'un prisme à arêtes horizontales, c'est-à-dire la moitié d'un dôme ou un *hémidôme*. De plus,

* Ici encore, pour simplifier, nous appliquons les lettres q et r aux côtés du rhombe de base, tandis que, dans la vraie notation à trois caractéristiques, elles s'appliquent aux diagonales de la base rhombe.

cet hémidôme est parallèle à l'orthodiagonale. C'est donc un hémiorthodôme, et enfin il est antérieur. Son symbole est $o \frac{s}{r}$.

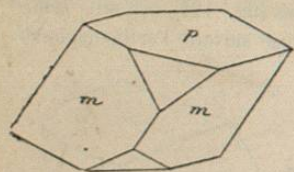


Fig. 126.

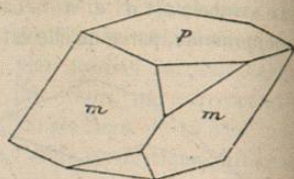


Fig. 127.

2° Sur *a*. — C'est un hémiorthodôme postérieur (fig. 129), de notation

$$a \frac{s}{r}.$$

Ces deux variétés d'hémiorthodômes constituent les formes parallèles à l'axe binaire.

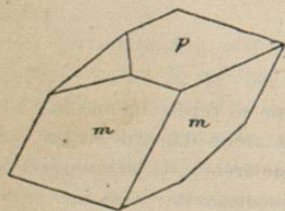


Fig. 128.

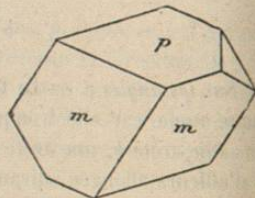


Fig. 129.

3° Sur *u*. — Ici la clinodiagonale, à laquelle la forme devient parallèle, n'étant pas un élément de symétrie, l'hémipyramide garde ses quatre faces; c'est un clinodôme (fig. 150), de notation $e \frac{s}{r}$.

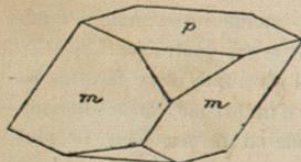


Fig. 150.

Troncatures sur les arêtes.

— 1° Sur les arêtes *d*. — La forme (fig. 151) est une protohémipyramide antérieure, de nota-

tion

$$d \frac{s}{r}.$$

2° Sur les arêtes *b*. — On obtient ainsi (fig. 152) une protohémipyramide postérieure, notée

$$b \frac{s}{r}.$$

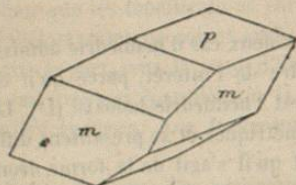


Fig. 151.

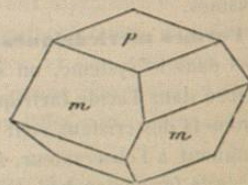


Fig. 152.

3° Sur les arêtes verticales. — A. Non symétriques. — La modification, étant parallèle aux arêtes prismatiques, reprend le nom

de *prisme*. On distingue les orthoprismes $h \frac{q}{r}$, résultant d'une double troncature sur chacune des arêtes *h*, et les clinoprismes $g \frac{q}{r}$, qui tronquent les arêtes *g*. Leur limite commune est le *protoprisme m*.

B. Symétriques. — Une modification symétrique donne deux faces parallèles, c'est-à-dire un *pinacoïde*. On distingue l'orthopinacoïde h' , parallèle à l'orthodiagonale, et le clinopinacoïde g' , parallèle au plan de symétrie et par suite normal à l'axe binaire.

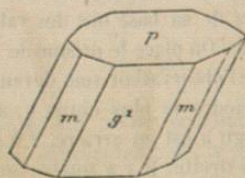


Fig. 153.

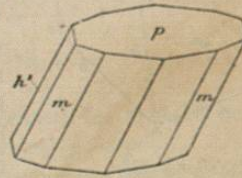


Fig. 154.

La figure 155 représente la combinaison du protoprisme *m* avec la base *p*, le clinopinacoïde g' et un orthoprisme; tandis que,

dans la figure 154, on voit un clinoprisme combiné avec p , m et l'orthopinacoïde h^1 .

Zones principales. — Trois zones sont particulièrement importantes dans le système monoclinique : la zone ph^1 , parallèle à l'orthodiagonale et comprenant, avec les faces p et h^1 , tous les hémiorthodômes; la zone pg^1 , parallèle à la clinodiagonale, et renfermant, avec p et g^1 , les clinodômes; enfin la zone mm , qui comprend les faces m , h^1 , g^1 , tous les clinoprismes et les orthoprismes.

Formes mériédriques. — Des deux cas d'hémiédrisme admissibles dans le système, un seul offre de l'intérêt, parce qu'il est réalisé dans l'acide tartrique. C'est l'hémiédrisme holoaxe (L^2). Les sommets des cristaux sont dyssymétriques et se présentent différemment à l'observateur, suivant qu'il s'agit de la forme droite ou de la forme gauche.

§ 7

SYSTÈME TRICLINIQUE.

Le dernier système cristallin est nommé *triclinique*, parce que les trois arêtes de son parallélépipède générateur sont inclinées les unes sur les autres. On l'appelle aussi *anorthique*, à cause de l'absence d'angles droits parmi ses éléments constituants.

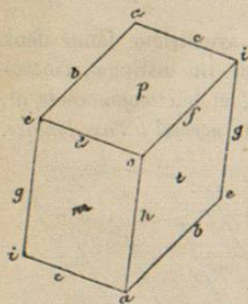


Fig. 153.

Le prisme fondamental a trois couples de faces p , m , l (fig. 155). Les quatre angles de sa base ont des valeurs différentes. On place le prisme de telle sorte que l'observateur voie devant lui l'angle trièdre le plus obtus o ; alors l'angle aigu a est en arrière, e à gauche et i à droite. Il y a quatre sortes d'arêtes horizontales, les arêtes b (de a en e); c (de a en i); d (de e en o); f (de o en i); quant aux arêtes prismatiques, vu l'égalité des dièdres opposés, il n'y en a que de deux sortes : les arêtes g (de e en i) et h (de o en a).

Une forme oblique se compose seulement de deux faces parallèles; c'est la moitié d'un prisme et, par suite, c'est une *quartopyramide*. Les variétés de ces quartopyramides sont nombreuses : nous mentionnerons seulement celles qui sont appuyées sur les arêtes de la base. Ce sont les *protoquartopyramides* $b^{\frac{s}{r}}$, $c^{\frac{s}{r}}$, $d^{\frac{s}{r}}$, $f^{\frac{s}{r}}$.

Bien que les modifications parallèles aux diagonales de la base parallélogrammique soient aussi des quartopyramides, on les distingue à part sous le nom d'hémidômes, et l'on reconnaît des *hémimacrodômes* (parallèles à la plus longue diagonale) et des *hémibrachydômes*. Les troncatures parallèles aux arêtes prismatiques donnent des *hémimacropismes* qu'on note $h^{\frac{q}{r}}$ ou $h^{\frac{q}{r}}$, suivant qu'ils inclinent à droite ou à gauche, et des *hémibrachypismes* $g^{\frac{q}{r}}$ ou $g^{\frac{q}{r}}$.

Enfin les formes g^1 et h^1 , parallèles à la fois aux diagonales de

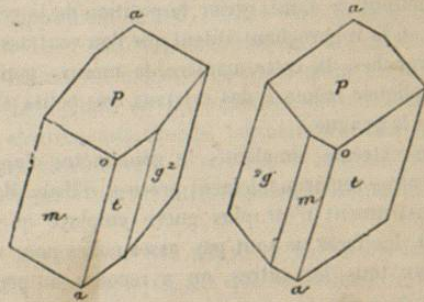


Fig. 156.

Fig. 157.

la base et aux arêtes prismatiques, prennent les noms, la première de *brachypinacoïde*, la seconde de *macropinacoïde*.

Les figures 156 et 157 indiquent la position des formes g^2 et g^2g relativement au prisme fondamental.

§ 8

PRINCIPE DES MESURES ET DES CALCULS CRISTALLOGRAPHIQUES.

Mesures d'angles. Goniomètre d'application. — La mesure des angles des cristaux s'effectue à l'aide d'instruments appropriés, qui portent le nom de *goniomètres*.

Le plus simple est le *goniomètre d'application*, inventé au dix-huitième siècle par Carangeot. Cet instrument se compose de deux alidades métalliques, mobiles autour d'un centre commun. On applique chacune de ces alidades sur l'une des faces de l'angle à mesurer, en ayant soin que l'arête du dièdre touche l'intersection des alidades, en restant normale au plan de ces dernières. Ce résultat une fois obtenu, on fixe l'ouverture des branches en serrant une virole et l'on applique le goniomètre sur un rapporteur, habituellement métallique, qui fait connaître la valeur de l'angle.

Deux rainures correspondantes, pratiquées à la base des alidades, permettent de faire varier la position de la rencontre de leurs arêtes en la rapprochant autant que l'on veut des extrémités libres des branches. De cette manière, la mesure goniométrique peut être appliquée même à des cristaux très petits et en partie engagés dans la gaue.

Malgré son extrême simplicité, le goniomètre d'application a suffi aux mesures remarquablement précises d'Haüy. Mais aujourd'hui cet instrument n'est plus guère employé que pour les cristaux dont les faces ne sont pas assez polies pour réfléchir la lumière. Pour tous les autres, on a recours au *goniomètre à réflexion*.

Goniomètres à réflexion. — Le principe du goniomètre à réflexion est aussi simple que le maniement en est relativement facile.

Soit AOB (fig. 158) un cristal dont deux faces planes, projetées en OA et OB, se rencontrent suivant une arête rectiligne projetée en O. Un objet lumineux, situé en C, envoie sur la face OA un rayon qui, réfléchi en OD, vient pénétrer en D dans l'œil de l'observateur, supposé immobile. Ce rayon paraît venir d'un cer-

tain point E, placé par exemple sur la table qui supporte l'instrument, et l'observateur peut le repérer sans peine en faisant coïncider E avec un objet bien visible, tel que l'angle d'une carte de couleur blanche. Si maintenant l'on fait tourner le cristal autour de l'arête O, jusqu'à ce que la face OB soit venue en OB',

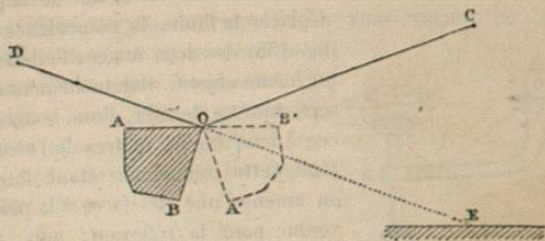


Fig. 158.

sur le prolongement de OA, le rayon COD continuera à suivre la même voie et l'image de C, réfléchi cette fois par la face OB, viendra coïncider avec celle que fournissait antérieurement la face OB'. Or, à ce moment, le cristal aura tourné d'un angle BOB' égal au supplément de AOB, c'est-à-dire de l'angle à mesurer.

Il suffit donc que le cristal soit fixé à l'extrémité d'une tige qui elle-même soit implantée normalement au centre d'un limbe gradué. Les détails de l'agencement doivent être tels, qu'une série de mouvements simples permette d'établir une coïncidence rigoureuse entre l'arête O et l'axe de rotation de l'appareil, lequel axe peut d'ailleurs être disposé horizontalement ou verticalement.

Ce n'est pas ici le lieu d'insister sur la disposition des goniomètres les plus employés, tels que le goniomètre à axe horizontal de Wollaston ou l'instrument à axe vertical de Babinet. On trouvera dans divers auteurs, et notamment dans l'ouvrage de M. Mallard, la description détaillée de ces appareils, ainsi qu'une discussion de l'influence que peuvent exercer les diverses causes d'erreur provenant, soit de la position de l'œil, soit du défaut de coïncidence entre l'arête du dièdre et l'axe de rotation. Bornons-nous à indiquer brièvement le mode le plus simple de procéder.

Le cristal est fixé, à l'aide d'un peu de cire, sur la plate-forme

constituant le porte-objet et qui elle-même peut monter, descendre et s'incliner dans tous les sens, à l'extrémité B du coude, articulé en A, qui prolonge l'arbre de rotation (fig. 159). Cela fait, le limbe gradué étant fixé au zéro, on fait tourner la virole intérieure pour régler la position de l'arête du dièdre et, par une série de tâtonnements, en agissant sur le coude ou sur la tige de la plateforme, on procure, sans déplacer le limbe, la coïncidence en E

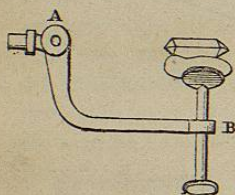


Fig. 159.

(fig. 158) des deux images fournies par un même objet C. Habituellement on se sert, pour ce dernier, d'une bougie placée à cinq ou six mètres de l'observateur. Cette coïncidence étant obtenue, on amène l'une des faces à la position voulue pour la réflexion; puis, après avoir rendu le limbe mobile, on agit directement sur ce dernier, jusqu'à ce que la seconde image se produise. On obtient la coïncidence absolue en se servant de la vis de rappel dont l'appareil est muni, et il ne reste plus qu'à lire, avec l'aide du vernier, la division inscrite sur le limbe, dont la graduation a été faite de telle sorte qu'on puisse lire directement les angles dièdres, c'est-à-dire les suppléments des angles de rotation.

Nous rappellerons ici le précieux secours que le goniomètre apporte aux minéralogistes, en leur permettant de reconnaître du premier coup toutes celles des faces d'un cristal qui font partie de la même zone. Cette constatation simplifie les mesures et parfois même les rend inutiles, lorsque la face examinée se trouve contenue à la fois dans deux zones de symboles déjà connus.

Principe des calculs cristallographiques. — Le problème cristallographique, dans toute sa généralité, a pour objet la détermination de la forme cristalline simple, à laquelle appartient une face faisant partie d'un cristal donné. Il faut pour cela que les éléments fondamentaux de la forme primitive de l'espèce soient connus, ou par eux-mêmes, ou à l'aide d'éléments dérivés d'où il soit facile de les déduire. Alors, ayant fixé la position de la face, ou plutôt sa direction, d'après les angles qu'elle fait avec deux faces de notation connue, il s'agit d'obtenir, au moyen de ces données, la notation de la forme correspondante.

Or nous savons que la notation de la face déterminante d'une

forme s'établit à l'aide de trois quantités, respectivement proportionnelles aux longueurs que cette face intercepte sur trois axes conjugués. Supposons donc que, par le centre de la sphère sur laquelle on a coutume de rapporter les éléments des formes cristallines, on mène (fig. 140) trois lignes Ox , Oy , Oz , respectivement parallèles aux trois axes en question. Soit QRS une face quelconque. Du centre O , abaissons OP perpendiculaire sur QRS et joignons PQ , PR , PS .

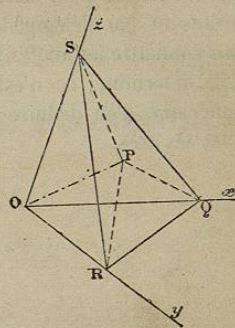


Fig. 140.

On a, dans les triangles rectangles OPQ , OPR , OPS :

$$OP = OQ \cos POx = OR \cos POy \\ = OS \cos POz.$$

Donc

$$\frac{OQ}{\frac{1}{\cos POx}} = \frac{OR}{\frac{1}{\cos POy}} = \frac{OS}{\frac{1}{\cos POz}}.$$

Ainsi les longueurs interceptées, par une face quelconque, sur les trois axes cristallographiques, sont respectivement proportionnelles aux inverses des cosinus des angles que la normale à cette face fait avec les axes conjugués. Ces angles ont d'ailleurs pour mesures les arcs de grands cercles compris entre le pôle de la face QRS et les points où les trois axes rencontrent la sphère.

Les longueurs OQ , OR et OS sont celles que nous avons constamment désignées par $\frac{1}{q} \cdot a$, $\frac{1}{r} \cdot b$, $\frac{1}{s} \cdot c$, a , b et c étant les paramètres des trois axes. On a donc

$$\frac{\frac{a}{q}}{\frac{1}{\cos POx}} = \frac{\frac{b}{r}}{\frac{1}{\cos POy}} = \frac{\frac{c}{s}}{\frac{1}{\cos POz}},$$

d'où l'on tire, si l'on veut,

$$\frac{\cos POx}{\cos POz} = \frac{c \cdot q}{a \cdot s} \quad \frac{\cos POy}{\cos POz} = \frac{c \cdot r}{b \cdot s} \quad \frac{\cos POx}{\cos POy} = \frac{b \cdot q}{a \cdot r}.$$

Ainsi le problème cristallographique revient à la recherche des angles que la normale à une face donnée fait avec les trois directions choisies pour axes, c'est-à-dire, en général, avec les trois arêtes du parallélépipède fondamental. Or le goniomètre ayant fait connaître les angles de la face avec celles dont le symbole est déjà déterminé, ce n'est plus qu'une question de trigonométrie sphérique d'en déduire la position de la normale et ses angles avec les axes.

DEUXIÈME SECTION

CRISTALLOGRAPHIE PHYSIQUE

CHAPITRE PREMIER

PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES CRISTAUX

§ 1

LOIS GÉNÉRALES DE LA RÉFRACTION DANS LES CRISTAUX.

Conditions des vibrations lumineuses. — On regarde les phénomènes lumineux comme le résultat de vibrations imprimées aux particules d'un milieu infiniment élastique, répandu dans tous les corps comme dans le vide le plus parfait et auquel on donne le nom d'*éther*. Si l'on appelle *rayon de lumière* la ligne qui joint l'origine du mouvement lumineux à un point quelconque atteint par l'ébranlement, la vibration lumineuse en ce point est toujours perpendiculaire au rayon. La manière dont s'exécutent les vibrations au sein d'un corps homogène dépend de deux éléments. Le premier est la *densité* de l'éther, densité toujours influencée par celle du corps pondérable dans lequel l'éther est interposé. Le second est l'*élasticité* de l'éther, c'est-à-dire la nature spéciale des résistances que fait naître la liaison mutuelle des particules vibrantes.

La densité de l'éther est constante au sein d'un milieu homogène. Mais au point de vue optique, les corps se partagent en deux grandes catégories.

Corps isotropes. Réfraction. — La première, celle des corps appelés *isotropes*, comprend toutes les substances amorphes, ainsi que les cristaux du système cubique. L'élasticité optique y est la