

CHAPITRE III

MOUVEMENT DES SOLIDES NATURELS

§ 251. Lorsqu'un solide se meut sans éprouver de changement de forme appréciable pendant son mouvement, on peut lui appliquer tout ce qui a été dit relativement au mouvement d'un solide invariable; l'erreur que l'on commet ainsi, en ne tenant pas compte de la déformation du solide, est généralement très petite, et peut être négligée. Des considérations analogues à celles qui ont été présentées à l'occasion de l'équilibre des solides (§§ 183 et 195) montrent même qu'on ne commet absolument aucune erreur en traitant un solide naturel en mouvement comme un solide invariable, s'il conserve rigoureusement la même forme pendant toute la durée de son mouvement, pourvu toutefois que l'on attribue à ce solide précisément la forme qu'il possède dans cet état de mouvement, et non telle ou telle autre forme peu différente de celle-là qu'il aurait dans d'autres circonstances, par exemple, s'il était en repos. Généralement les choses ne se passent pas comme nous venons de le supposer en dernier lieu. Chaque molécule du solide se mouvant autrement que si elle était isolée, tout en étant soumise aux mêmes forces extérieures, il faut nécessairement qu'elle éprouve de la part des molécules voisines des actions qui produisent ce changement de mouvement, actions qui ne peuvent se développer qu'autant que sa distance à chacune de ces molécules voisines varie d'une certaine quantité; et comme ces actions moléculaires doivent en général changer d'intensité à mesure

que la molécule à laquelle elles sont appliquées se trouve en tel ou tel point de sa trajectoire, il s'ensuit que les distances de cette molécule à celles qui l'environnent doivent aussi changer d'un instant à un autre: en sorte que ce n'est que dans des cas exceptionnels qu'un solide naturel en mouvement conserve invariablement la même forme, pendant un temps plus ou moins long. Mais, la plupart du temps, le changement continuel de forme qu'éprouve un solide naturel en mouvement est tellement faible, qu'on ne peut s'en apercevoir; et, ainsi que nous venons de le dire, on ne commet qu'une erreur insensible en le traitant comme un solide invariable.

Lorsqu'un corps solide se meut dans l'espace, et éprouve en même temps un changement de forme assez grand pour qu'on ne puisse pas se dispenser d'en tenir compte, la détermination des diverses circonstances de son mouvement est beaucoup plus complexe; cette détermination ne peut s'effectuer qu'autant que l'on connaît les lois suivant lesquelles varient les actions que les diverses parties du corps exercent les unes sur les autres, à mesure que leurs positions respectives viennent à changer. Alors la question rentre dans le cas général de la recherche du mouvement d'un système de points matériels soumis à la fois à leurs actions mutuelles et à des forces extérieures.

Après avoir dit que le mouvement d'un solide naturel, dont la déformation est toujours très petite, peut être déterminé comme si le solide était de forme invariable, nous n'aurions plus rien à ajouter, si l'on n'avait jamais à considérer que le mouvement de solides isolés. Mais très souvent, et surtout dans les applications de la mécanique aux machines, on a à considérer des solides qui se meuvent en touchant d'autres solides mobiles ou immobiles: il est nécessaire de chercher à se faire une idée nette des effets dus à ce contact, afin de pouvoir en tenir compte dans l'étude du mouvement des corps dont il s'agit.

Le contact de deux solides en mouvement, ou bien d'un solide en mouvement avec un solide en repos, peut avoir lieu de deux manières très différentes. Ce contact peut n'exister que pendant un intervalle de temps très court, pendant lequel les mouve-

ments des deux solides sont modifiés d'une manière notable : c'est ce qui a lieu lorsqu'il se produit un *choc* entre les deux solides. Le contact peut, au contraire, être continu, de telle manière que les deux solides *glissent* ou *roulent* l'un sur l'autre pendant toute la durée du mouvement que l'on considère, ou au moins pendant une portion notable de cette durée. Nous allons voir quelles sont les circonstances qui se présentent dans chacun de ces cas.

§ 252. **Choc de deux solides sphériques.** — Pour nous rendre compte de ce qui se passe lorsque deux corps solides viennent à se choquer, nous considérerons un cas très simple : nous étudierons le choc de deux solides sphériques homogènes, qui sont animés chacun d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme, et dont les centres se meuvent sur une même ligne droite.

Soit M, M' les deux corps dont il s'agit, m, m' leurs masses, et v, v' leur vitesses, que nous supposerons dirigées dans le même sens. Si le corps M est en arrière du corps M', et que v soit plus grand que v', il est clair que la distance des deux corps va en diminuant progressivement, et que bientôt il doit se produire un choc. En raison de la symétrie complète du système, par rapport à la droite suivant laquelle les centres des deux solides se mouvaient tout d'abord, il est clair que ces deux centres resteront sur la même droite pendant et après le choc, et que le mouvement de chacun des deux solides ne cessera pas d'être un mouvement de translation : le choc n'aura donc pour effet que de modifier la vitesse dont les deux solides sont animés.

Aussitôt que les deux corps sont arrivés au contact, il se développe, entre celles de leurs molécules qui sont voisines du point de contact, des forces qui tendent à diminuer la vitesse du corps M, et à augmenter celle du corps M' ; il s'ensuit qu'au bout d'un certain temps, qui est toujours très court, les deux corps sont animés d'une même vitesse u. Pour déterminer cette vitesse commune, nous pouvons nous servir du second théorème général sur le mouvement des systèmes matériels, c'est-à-dire du théorème des quantités de mouvement projetées sur un axe

(§ 224). Si nous projetons le mouvement du système de deux corps M, M', sur la droite suivant laquelle se meuvent leurs centres, et si nous observons qu'il n'y a pas de forces extérieures appliquées à ce système, puisque les forces développées par le choc entre les deux corps sont des forces intérieures, nous verrons que la somme des quantités de mouvement des deux solides conserve constamment la même valeur. En égalant cette somme de quantités de mouvement, prise avant le choc, à ce qu'elle devient à l'instant où les deux solides ont une même vitesse, on obtient la relation

$$mv + m'v' = (m + m')u,$$

d'où l'on déduit

$$u = \frac{mv + m'v'}{m + m'}.$$

A partir de l'instant où les deux solides ont acquis la vitesse commune u, les choses se passent de diverses manières, suivant la nature des solides. Les forces dont nous venons de parler, qui ont agi entre eux de manière à rendre leurs vitesses égales, n'ont pu se développer qu'autant que les solides ont éprouvé une certaine déformation dans le voisinage de leur point de contact ; ces solides se sont aplatis vers ce point, et leur aplatissement a augmenté nécessairement tant que la vitesse de M était encore supérieure à celle de M', puisque, dans ce cas, le centre de gravité de M se rapprochait toujours du centre de gravité de M'. Lorsque les deux solides ont subi cette déformation, ils peuvent tendre plus ou moins énergiquement à reprendre leurs formes primitives, en vertu de leur élasticité. Dans le cas où ces corps sont l'un et l'autre complètement dépourvus d'élasticité, ils ne tendent en aucune manière à revenir aux formes qu'ils avaient d'abord ; ils cessent donc de réagir l'un sur l'autre à partir de l'instant où leurs vitesses sont devenues égales, et par conséquent ils continuent à se mouvoir avec la vitesse commune u et restent indéfiniment en contact l'un avec l'autre. Au contraire, lorsque les corps sont élastiques, l'aplatissement qu'ils ont

épruvé momentanément tend à disparaître, et ils continuent à réagir l'un sur l'autre en vertu de cette tendance après que leurs vitesses sont devenues égales; la vitesse de M est donc encore diminuée, et celle de M' augmentée, en sorte que, au bout d'un temps très court, les deux corps se séparent l'un de l'autre avec des vitesses différentes. Si les réactions qui se développent pendant cette seconde partie du choc ont les mêmes valeurs que celles qui s'étaient développées dans la première partie, c'est-à-dire si le choc présente une symétrie complète de part et d'autre de l'instant qui correspond à la plus grande déformation des deux corps, on dit que ces corps sont *parfaitement élastiques*. Dans ce cas, la vitesse du corps M, qui a déjà diminué de $v - u$ pendant la première partie du choc, diminue encore de la même quantité pendant la seconde partie; et de même la vitesse du corps M', qui s'est accrue de $u - v$ pendant la première partie, s'accroît encore d'autant pendant la seconde partie: on a donc

$$u - w = v - u, \quad w' - u = u - v',$$

en désignant par w et w' les vitesses des deux corps M, M' à l'instant où ils se séparent l'un de l'autre après le choc. A l'aide de ces deux relations et de la valeur obtenue précédemment pour u , on trouve

$$w = \frac{(m - m')v + 2m'v'}{m + m'}, \quad w' = \frac{(m' - m)v' + 2mv}{m' + m}.$$

Ces deux cas que nous venons de considérer, et qui se rapportent, l'un à des corps entièrement dépourvus d'élasticité, et l'autre à des corps parfaitement élastiques, doivent être regardés comme des limites extrêmes entre lesquelles tous les cas de la nature se trouvent compris.

Si l'on suppose que le corps M' ait un rayon et une masse infinis, et que sa vitesse v' soit nulle, on se trouvera dans le cas où un plan fixe vient à être choqué par un corps sphérique qui se meut perpendiculairement à sa direction: les formules précédentes montrent que l'on a alors

$$u = 0, \quad w = -v.$$

Le corps qui rencontre le plan restera donc immobile sur ce plan, s'ils sont l'un et l'autre dépourvus d'élasticité; tandis qu'il le quittera avec une vitesse égale et contraire à celle qu'il avait d'abord, s'ils sont parfaitement élastiques. Une bille d'ivoire, qui vient tomber normalement sur un plan de marbre, réalise à très peu près ce dernier cas.

Si l'on suppose que les masses m , m' sont égales, et que la vitesse v' est nulle, on trouvera

$$u = \frac{1}{2}v, \quad w = 0, \quad w' = v.$$

Les corps se meuvent donc ensemble avec une vitesse commune égale à la moitié de la vitesse primitive du corps M, s'ils sont tous deux dépourvus d'élasticité; s'ils sont parfaitement élastiques, le corps M s'arrête à la fin du choc, et le corps M' prend précisément la vitesse dont le corps M était primitivement animé. Ce dernier cas se réalise presque complètement lorsque les deux corps sphériques de même masse sont des billes d'ivoire.

§ 253. **Perte de force vive dans le choc des solides naturels.** — Considérons toujours le cas simple de deux corps sphériques homogènes qui viennent à se choquer directement, et comparons les valeurs de la force vive du système de ces deux corps avant et après le choc. Pour pouvoir faire plus facilement cette comparaison, nous décomposerons la force vive du système, à un instant quelconque, en deux parties dont l'une est la force vive dont le système serait animé s'il était concentré en son centre de gravité, et l'autre est la force vive de ce système dans son mouvement par rapport à des axes de direction constante menés par son centre de gravité (§ 235). Or, il est aisé de voir que le centre de gravité du système entier se meut uniformément avec une vitesse qui est toujours la même, avant, pendant et après le choc (§ 222), vitesse qui est par conséquent égale à la vitesse commune u des deux corps à l'instant de leur plus grande déformation; la première des deux parties dans lesquelles nous décomposons la force vive du système a donc tou-

jours la même valeur, en sorte que nous pouvons en faire abstraction, dans la recherche de l'augmentation ou de la diminution que la force vive totale a pu éprouver d'un instant à un autre.

Avant que le choc commence, la force vive du système, dans son mouvement rapporté à des axes de direction constante menés par son centre de gravité, a pour valeur

$$m(v-u)^2 + m'(u-v)^2;$$

à l'instant où les deux corps se meuvent avec la vitesse commune u , cette force vive est évidemment nulle; enfin, si les corps sont parfaitement élastiques, la force vive du système, par rapport aux mêmes axes mobiles, a pour valeur

$$m(u-w)^2 + m'(w'-u)^2,$$

quantité qui est égale à

$$m(v-u)^2 + m'(u-v)^2,$$

d'après les relations qui lient w et w' à u , v , v' . Ainsi l'on voit que, dans le cas des corps parfaitement élastiques, la force vive du système est exactement la même après le choc qu'avant; tandis que, dans le cas des corps dépourvus d'élasticité, la force vive a diminué, par l'effet du choc, de toute la quantité

$$m(v-u)^2 + m'(u-v)^2,$$

c'est-à-dire de la force vive correspondant aux vitesses perdue et gagnée $v-u$, $u-v'$.

Il est aisé de se rendre compte du résultat auquel nous venons de parvenir, en se reportant au théorème général des forces vives (§ 230). Ce théorème indique, en effet, que l'accroissement de la force vive du système, pendant un temps quelconque, est égal au double de la somme des travaux des forces, tant intérieures qu'extérieures, qui agissent sur le système pendant ce temps. Or, pendant tout le temps que la vitesse du corps choquant M est plus grande que celle du corps choqué M' , ces corps s'aplatissent de plus en plus dans le voisinage de leur point de contact; les molécules des deux corps qui sont près de ce point

de contact se rapprochent donc les unes des autres, tout en tendant à se repousser mutuellement; il en résulte que la somme des travaux des forces qui se développent ainsi entre les molécules des deux corps est négative (§ 173), et par suite que la force vive du système doit diminuer jusqu'à l'instant où les deux solides ont atteint la vitesse commune u . La perte de force vive, dans le choc des deux corps supposés dépourvus d'élasticité, est donc une conséquence nécessaire du travail négatif développé par les forces moléculaires de ces deux corps, pendant qu'ils se déforment par l'effet du choc. Lorsque les deux corps sont parfaitement élastiques, les forces moléculaires développent un travail positif pendant tout le temps que ces corps emploient à revenir de leur plus grande déformation à leur forme primitive; d'ailleurs, d'après la définition que nous avons donnée des corps parfaitement élastiques (§ 252), la somme des travaux positifs produits pendant la seconde partie du choc doit avoir la même valeur absolue que la somme des travaux négatifs correspondant à la première partie: donc la force vive du système doit s'accroître, pendant cette seconde partie du choc, de toute la quantité dont elle avait diminué d'abord, et par conséquent, à la fin du choc, elle doit avoir précisément la même valeur qu'au commencement.

Tous les solides naturels étant compris entre les deux limites extrêmes d'une élasticité parfaite et d'un défaut complet d'élasticité, il s'ensuit que le choc de ces solides doit présenter des circonstances intermédiaires entre celles qui se rapportent à ces deux limites. Ainsi, on peut dire que, dans le choc direct de deux solides naturels sphériques et homogènes, il y a toujours une perte de force vive due à ce que le travail positif développé par les forces moléculaires, pendant la seconde partie du choc, est inférieur à la valeur absolue du travail négatif que ces forces moléculaires développent pendant la première partie. Cette perte de force vive est plus ou moins petite, suivant que les deux solides se rapprochent plus ou moins de remplir les conditions de l'élasticité parfaite, telle que nous l'avons définie; elle est égale à la somme des forces vives dues aux vitesses perdue et gagnée par

les deux corps, toutes les fois que ces deux corps restent en contact l'un avec l'autre après que le choc est déterminé.

La différence entre les valeurs absolues des sommes de travaux dus aux forces moléculaires, pendant les deux parties du choc, tient à deux causes que nous devons indiquer : 1° les molécules des deux corps, écartées de leurs positions primitives pendant la première partie du choc, peuvent ne pas reprendre complètement ces positions lorsque le choc est terminé, en sorte que les corps conservent une portion de la déformation totale que le choc leur avait fait éprouver ; 2° les molécules peuvent n'être pas revenues complètement à leurs positions définitives, à l'instant où les deux corps se séparent, de sorte que ces molécules, en continuant à se mouvoir après cette séparation, en vertu de la vitesse qu'elles possèdent encore, prennent un mouvement vibratoire qui se transmet à toutes les molécules voisines sans avoir aucune influence sur le mouvement d'ensemble de chacun des deux solides dans l'espace. La différence entre la force vive du système avant le choc, et la force vive du même système après le choc (cette dernière force vive étant évaluée abstraction faite du mouvement vibratoire des molécules des deux solides), peut donc être regardée comme une perte de force vive qui est due à la fois aux déplacements moléculaires persistants et aux vibrations occasionnées par le choc. Une portion de cette différence des forces vives du système, prises avant et après le choc, est bien absorbée par le travail résistant qui correspond aux déplacements persistants des molécules. L'autre portion, au contraire, n'est pas réellement perdue par l'effet du choc, puisqu'elle se retrouve dans le mouvement vibratoire des molécules, mouvement dont nous ne tenons pas compte en évaluant la force vive finale du système ; mais, au point de vue de l'application de la mécanique aux machines, on peut regarder cette seconde portion comme tout aussi bien perdue que la première, ainsi que nous le verrons plus tard.

Il est aisé de comprendre que les conséquences auxquelles nous venons de parvenir, dans le cas simple du choc direct de deux corps sphériques homogènes, peuvent être immédiate-

ment généralisées. On peut dire que, toutes les fois qu'il se produit un choc entre deux solides naturels, ce choc est accompagné d'une perte de force vive plus ou moins grande, qui est due aux déplacements persistants et aux vibrations des molécules des deux solides.

§ 254. **Glissement de deux solides naturels l'un sur l'autre.** — Lorsque deux solides naturels glissent l'un sur l'autre, soit que l'un de ces deux solides reste immobile, ou bien qu'ils soient tous deux en mouvement, il se présente, dans le voisinage de leurs points de contact, des circonstances analogues à celles que nous venons d'indiquer dans le choc. Chacun des deux solides tend à retenir vers lui les molécules de l'autre solide qui sont très rapprochées de sa surface. Ces molécules, ainsi dérangées de leurs positions naturelles dans le corps auquel elles appartiennent, puis abandonnées à elles-mêmes par suite de la continuation du glissement des deux corps, reviennent plus ou moins exactement dans ces positions ; si elles y reviennent, elles les dépassent en vertu de leur vitesse acquise, et prennent ainsi un mouvement vibratoire qui se transmet dans toute l'étendue du corps. Le glissement dont il s'agit doit donc être accompagné d'une perte de force vive due aux déplacements moléculaires persistants et aux vibrations des deux corps.

On conçoit que, pour chacun des points de contact des deux solides, on puisse substituer aux phénomènes complexes que nous venons d'indiquer, des forces résultantes dont le travail correspond à la perte de force vive qu'ils occasionnent ; on peut, par exemple, regarder les deux solides comme étant dans les mêmes conditions que s'ils étaient de forme invariable, et qu'un ressort en hélice fût interposé entre eux de telle manière que, s'attachant à l'un d'eux par une de ses extrémités, et à l'autre par son autre extrémité, il tendit à s'opposer à la continuation du glissement du premier solide sur le second. Cette force résultante, que nous supposons appliquée à chacun des deux solides, et dont on se fait une idée assez nette en l'assimilant à l'action du ressort dont nous venons de parler, se nomme *résistance au glissement*, ou simplement *frottement*. Nous avons

déjà employé ces expressions pour désigner la force qui agit d'une manière analogue, dans le cas où l'on cherche à déterminer le glissement de deux solides l'un sur l'autre (§ 202); mais il ne peut en résulter aucun inconvénient dans les applications, puisqu'on saura toujours si elles doivent avoir la signification que nous leur attribuons actuellement, ou bien celle que nous leur avons donnée précédemment, suivant qu'il y aura réellement un glissement entre les deux corps considérés, ou bien seulement une tendance au glissement. D'ailleurs, pour éviter toute ambiguïté, il arrive souvent qu'on distingue les deux espèces de résistance au glissement dont il s'agit, en donnant à l'une le nom de *frottement pendant le mouvement*, et à l'autre celui de *frottement au départ*.

Ainsi, d'après les explications dans lesquelles nous venons d'entrer, on peut ne pas se préoccuper des mouvements moléculaires développés par le glissement de deux solides naturels l'un sur l'autre, lorsque ces deux solides ne se touchent que par un point, pourvu que l'on regarde les deux solides comme soumis chacun à l'action d'un frottement dû à la présence de l'autre solide. Les deux forces de frottement, appliquées ainsi aux points des deux solides par lesquels ils se touchent, sont égales et directement opposées; leur direction est la même que celle du glissement élémentaire qui a lieu à partir de l'instant considéré, et par conséquent se trouve dans le plan tangent commun aux deux solides, mené par leur point de contact (§ 65). Le travail élémentaire de chacune de ces forces de frottement s'obtient en la multipliant par la projection du déplacement élémentaire absolu de son point d'application sur sa direction; et la somme des travaux analogues, pour les deux forces de frottement, est égale au produit de l'intensité de chacune d'elles par le glissement élémentaire des deux solides (§ 175).

Lorsque deux solides naturels glissent l'un sur l'autre en se touchant par plusieurs points isolés, et même par un très grand nombre de points répartis le long d'une ligne ou dans toute l'étendue d'une certaine surface, on peut dire pour chacun de leurs points de contact ce que nous venons de dire pour leur point de

contact unique, dans le cas où il n'y en a qu'un. On peut considérer, à chacun de ces points de contact, deux forces de frottement égales et de sens contraire, appliquées l'une à un des deux solides et l'autre à l'autre solide, et ayant même direction que le glissement élémentaire des deux solides au point dont il s'agit.

Dans le cas particulier où les deux solides qui glissent l'un sur l'autre se touchent par une face plane, et où leur mouvement pendant un élément de temps est un mouvement de translation, dont la direction est nécessairement parallèle à la face plane de contact, il est aisé de voir que toutes les forces de frottement appliquées à l'un de ces solides sont parallèles entre elles et dirigées dans le même sens; ces forces peuvent donc être remplacées par une force unique égale à leur somme, et dirigée comme elles suivant la direction du glissement élémentaire des deux solides. Dans ce cas, on peut regarder les deux solides comme étant soumis chacun à une seule force de frottement, dont l'intensité constituera le frottement total des deux solides l'un sur l'autre. Ces deux forces de frottement sont d'ailleurs dans le même cas que celles qui correspondent à chaque point de contact pris séparément; leurs travaux pendant un élément de temps quelconque s'évaluent conformément à ce que nous avons dit il n'y a qu'un instant.

Des expériences, faites dans le cas particulier dont nous venons de parler, ont fait connaître les lois du frottement pendant le mouvement. En faisant varier l'étendue de la face plane par laquelle les deux solides se touchent, la pression totale que chacun de ces deux solides exerce sur l'autre suivant la perpendiculaire à cette face de contact, et la vitesse du glissement, on a trouvé que : 1° le frottement est proportionnel à la pression; 2° il est indépendant de l'étendue des surfaces frottantes; 3° il est aussi indépendant de la vitesse de glissement des deux solides. Les deux premières de ces trois lois sont exactement les mêmes que celles qui se rapportent au frottement au départ (§ 202).

Il est naturel de regarder le frottement qui se développe en chaque point de contact de deux solides qui glissent l'un sur

l'autre comme satisfaisant aux lois qui viennent d'être énoncées, à l'exception toutefois de la seconde, qui n'a plus de sens quand il ne s'agit que d'un seul point de contact.

Nous désignerons toujours le rapport du frottement à la pression sous le nom de *coefficient de frottement*. Ce rapport dépend uniquement de la nature des surfaces des corps qui glissent l'un sur l'autre. L'expérience montre que, pour les mêmes corps, la valeur de ce rapport qui correspond au frottement pendant le mouvement est généralement plus petite que celle qui correspond au frottement au départ.

Nous donnerons également le nom d'*angle de frottement* à l'angle dont la tangente est égale au coefficient de frottement. Si l'on considère, en chaque point de contact de deux solides qui glissent l'un sur l'autre, la résultante de la pression et du frottement appliquée à l'un des deux solides, c'est-à-dire l'action totale que ce solide éprouve de la part de l'autre en ce point, il est aisé de voir qu'elle fait avec la normale commune un angle égal à l'angle de frottement correspondant; cette action totale est d'ailleurs dirigée dans le plan mené par la normale commune et par la direction du glissement élémentaire qui a lieu en ce point de contact.

§ 255. **Roulement de deux solides naturels l'un sur l'autre.** — Lorsque deux solides naturels arrondis roulent l'un sur l'autre, il se produit des phénomènes analogues à ceux que nous venons de faire connaître dans le cas du glissement. Les pressions égales et contraires, que ces deux solides exercent l'un sur l'autre, déterminent pour chacun d'eux une déformation dans le voisinage de leurs points de contact. Les points de contact se déplaçant sur les deux solides, par suite de la continuation du roulement, la déformation dont il s'agit tend à disparaître; mais, ou bien les molécules ne reviennent pas exactement à leurs positions primitives, ou bien elles y reviennent en prenant un mouvement vibratoire: on peut donc dire encore que le roulement de deux solides naturels l'un sur l'autre est accompagné d'une perte de force vive due aux déplacements moléculaires persistants et aux vibrations des deux solides.

On conçoit encore que l'on puisse substituer à ces phénomènes, qui se passent dans le roulement de deux corps l'un sur l'autre, l'action de certaines forces résistantes capables d'occasionner la même perte de force vive. Mais, pour nous rendre un compte exact de la manière dont cette substitution peut se faire, il est nécessaire de se reporter aux expériences faites par Coulomb pour arriver à la connaissance des lois de la *résistance au roulement*.

Un corps cylindrique M, fig. 116, étant posé sur une surface plane et horizontale HH, Coulomb a cherché quelle était la force de traction qu'il fallait lui appliquer horizontalement en B, suivant une direction BB' perpendiculaire à ses génératrices, pour déterminer son roulement. Il a trouvé que cette force variait proportionnellement aux poids P du cylindre, et en raison inverse de son diamètre D; en sorte qu'il a pu la représenter par

$$\frac{P}{kD},$$

k étant un coefficient qui ne dépend que de la nature des surfaces en contact. Une force de traction convenable, appliquée au cylindre M suivant la verticale CC', peut également déterminer son roulement dans le même sens. Coulomb a trouvé que cette force varie aussi proportionnellement au poids du cylindre et en raison inverse de son diamètre, mais que, dans chaque cas, elle est double de celle qui doit être appliquée suivant BB' pour produire le même effet. Ce résultat s'explique facilement, si l'on observe que le mouvement qu'on cherche à faire prendre au cylindre, en le tirant suivant BB' ou CC', est une rotation instantanée autour d'un axe qui coïncide avec son arête inférieure A, et qu'en conséquence les choses se passent au commencement du roulement comme si le cylindre était assujéti à tourner autour de cet axe; de quelque manière que la force de traction lui soit appliquée, pour vaincre la résistance qui s'op-

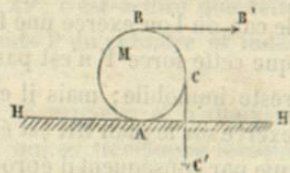


Fig. 116.