

presque pas de minéraux absolument amorphes. Souvent ceux qu'on regarde comme tels sont des assemblages de parties cristallisées très petites et confusément enchevêtrées. Pour ce motif, la *crystallographie*, c'est-à-dire la science qui traite de la matière cristalline, est la partie fondamentale de la Minéralogie. Son importance est d'autant plus grande, qu'ayant affaire aux corps dans leur plus grand état de simplicité et de stabilité, elle permet, mieux que toute autre branche de nos connaissances, de pénétrer dans les secrets les plus intimes de la matière.

LIVRE PREMIER

CRISTALLOGRAPHIE

PREMIÈRE SECTION

CRISTALLOGRAPHIE GÉOMÉTRIQUE

CHAPITRE PREMIER

NOTIONS GÉNÉRALES SUR LA SYMÉTRIE CRISTALLINE

§ 1

DISPOSITION DE LA MATIÈRE DANS LES CORPS CRISTALLISÉS

Définition de l'état cristallin. — On se représente communément un *crystal* comme un assemblage nécessaire de faces planes et d'arêtes rectilignes, limitant un solide d'apparence géométrique. Mais si cette figure extérieure est la manifestation habituelle de l'état cristallin, elle n'en est pas une condition indispensable, et un corps peut être parfaitement cristallisé sans qu'on y observe de faces ni d'arêtes. L'essence de la cristallisation réside tout entière dans la *régularité de l'arrangement des particules*, et cette régularité se traduit par le mode de distribution des propriétés physiques. Expliquons-nous sur ce point. Pour cela, choisissons une propriété particulière, par exemple le

mode de propagation de la chaleur à l'intérieur des corps, et voyons comment s'effectuera cette propagation, suivant que le minéral considéré est amorphe ou cristallisé.

Pour étudier ce qu'on appelle justement la *conductibilité calorifique* d'un corps, on y taille, dans une direction quelconque, une face plane; on étend sur cette face une couche mince et uniforme de cire; puis on approche une pointe métallique chaude, jusqu'à ce qu'elle touche la face considérée. A partir de ce point, la chaleur se propage de proche en proche, ce qui fait fondre la cire. Au bout d'un certain temps, la portion fondue est séparée de la partie encore solide par une courbe, qui réunit tous les points simultanément atteints par le mouvement calorifique.

Or si l'on fait cette expérience avec un corps amorphe, tel que le verre, *la courbe est toujours un cercle*, quelle que soit la direction suivant laquelle la face a été taillée. Cela prouve que, dans un tel corps, *la chaleur se propage également vite suivant toutes les directions*. Il en est autrement avec un corps cristallisé. En général, *la courbe de fusion est une ellipse*; c'est-à-dire qu'au bout d'un temps donné, *la chaleur s'est propagée à des distances inégales*, ayant cheminé plus vite suivant certaines directions privilégiées. De plus, la forme de cette ellipse, c'est-à-dire la valeur relative des vitesses de propagation, *varie avec la direction de la face considérée*. Seulement, *pour toutes les faces parallèles*, en quelque endroit qu'elles aient été taillées, l'ellipse est la même et toujours orientée de la même façon.

De là il est permis de conclure que, *dans un corps cristallisé, la conductibilité calorifique, variable avec les directions considérées, est la même pour toutes les directions parallèles, quel qu'en soit le point de départ*.

D'un autre côté, ce mode de distribution n'est en aucune façon spécial à la conductibilité calorifique. Il en serait exactement de même pour toutes les autres propriétés physiques, conductibilité optique, dureté, élasticité, etc. On peut donc dire que ce qui caractérise un corps cristallisé, par opposition avec un corps amorphe, c'est, d'une part, *la différence des propriétés physiques suivant les diverses directions*, et, d'autre part, *l'identité des mêmes propriétés suivant toutes les directions parallèles, quel qu'en soit le point de départ*.

Mais, dans un corps, la distribution des propriétés physiques ne peut dépendre que du mode de répartition des particules

matérielles. En effet, comment la chaleur, en particulier, se propage-t-elle? En excitant, de proche en proche, un mouvement vibratoire, qui se transmet de particule à particule. Si, sur deux directions données, le mouvement se propage inégalement vite, c'est sans doute parce que les particules y sont inégalement rapprochées et qu'ainsi la communication des ébranlements ne s'y fait pas de la même façon. On peut donc transformer l'énoncé de la proposition précédente et dire que, *dans un corps cristallisé, la répartition des particules matérielles, variable en général avec les directions considérées, est la même pour toutes les directions parallèles*.

Interprétation géométrique des faits. Assemblages de parallélépipèdes. — La formule que nous venons d'établir est le résumé de ce que l'expérience nous apprend relativement à la constitution des corps cristallisés. Or cette formule est si simple, qu'elle peut recevoir de suite une remarquable interprétation géométrique. Il suffit pour cela de la transformer légèrement, de la manière suivante :

Puisque, dans l'étude des propriétés physiques, le choix du point de départ des directions, à l'intérieur du corps, est absolument indifférent, si, à partir d'un point donné, on représente, d'une manière quelconque, la distribution des particules suivant les diverses directions de l'espace, la figure ainsi obtenue ne sera pas spéciale au point considéré. Il y aura, dans le corps, une infinité de points auxquels cette même figure sera applicable, c'est-à-dire relativement auxquels *la distribution des particules sera la même*. Donnons à ces points le nom de *points homologues*, et nous pourrions dire que, *dans un corps cristallisé, il existe une infinité de points homologues*. Au contraire, dans un corps amorphe, la distribution de la matière, établie autour d'un point donné, est spéciale à ce point, et ce ne pourrait être que par le plus grand des hasards qu'elle serait la même autour d'un autre point. On peut dire que, dans un tel corps, l'arrangement des particules est essentiellement confus. De là vient que toutes les directions se valent; non que, sur toutes, les particules soient disposées de même, mais parce que, de tous côtés, il règne assez de confusion pour qu'aucune direction ne soit prépondérante relativement à d'autres.

Le fait de l'existence d'une *infinité de points homologues* étant

établi, une analyse très simple, qui n'exige que les ressources de la géométrie la plus élémentaire¹, permet de démontrer les propositions suivantes : D'abord, toute ligne qui réunit deux points homologues, distants d'une longueur a , en contient une infinité d'autres, équidistants de la même quantité a . Ainsi les points homologues sont répartis sur des séries de *files* linéaires, dont chacune est caractérisée par son équidistance ou *paramètre*, variable en général avec la direction suivie, mais identique pour toutes les directions parallèles. Cela revient à dire que, dans un cristal, sur chaque direction suivie, les molécules ont un espacement uniforme, variable avec la direction.

En second lieu, les files linéaires se groupent ensemble suivant des plans parallèles, où leur entre-croisement produit des *réseaux*

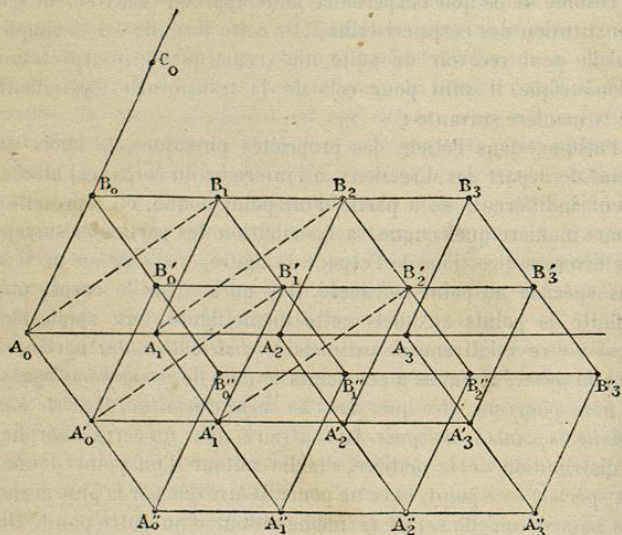


Fig. 1.

de parallélogrammes, dont les sommets ou *nœuds* sont les seuls points homogènes de chaque plan.

Enfin, si l'on veut avoir tous les homologues d'un milieu cristal-

1. On en trouvera le détail dans notre *Cours de Minéralogie*.

lin, supposé indéfini, on les trouvera seulement aux intersections mutuelles de trois systèmes de plans parallèles et équidistants, définissant une suite de parallélépipèdes égaux et régulièrement juxtaposés. Ainsi, dans le milieu cristallin représenté par la fig. 1, tous les points homologues sont les points tels que $A_0, A_1, A'_0, A'_1, B_0, B_1, B'_0, B'_1$, etc. Ce sont les intersections mutuelles des plans $A_0 A'_0 A_1, B_0 B'_0 B_1$, d'une part; $A_0 A'_0 B_0, A_1 A'_1 B_1$, d'autre part; enfin $A_0 A_1 B_0, A'_0 A'_1 B'_0$. Ces intersections s'appellent *nœuds*, parce que, dans chaque plan, elles sont disposées comme les nœuds d'un filet ou *réseau* à mailles de parallélogrammes.

De là résulte un mode de représentation très simple d'un corps cristallisé. Dans un tel corps, les *centres de gravité* des divers polyèdres moléculaires sont, au premier chef, des points homologues. Ils doivent donc tous occuper les *nœuds* d'un assemblage de parallélépipèdes. De plus, en continuant à appliquer le même principe fondamental, on voit sans peine que ces polyèdres *doivent être orientés de la même façon*; et, d'ailleurs, on devine que

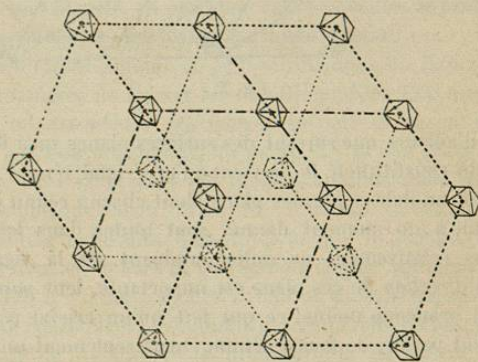


Fig. 2.

cette identité d'orientation est de nature à assurer beaucoup mieux l'équilibre interne du système. Par suite, la constitution particulière des cristaux homogènes peut être exprimée par quelque chose d'analogue à la figure 2 (où chaque sommet de parallélépipède porte le centre de gravité d'un polyèdre moléculaire, auquel on a donné la forme d'un octaèdre non régulier).

Conséquences de la disposition réticulaire. — Un assem-

blage de parallélépipèdes a cela de particulier que, si l'on y choisit trois nœuds quelconques, tels que A_0, A_1, A'_0 (fig. 5), ces trois nœuds définissent un plan qui contient une infinité d'autres nœuds, disposés *en quinconce* ou *en réseau* avec les trois premiers. Il y a donc, dans un cristal, une infinité de *plans réticulaires* dont chacun offre, en toutes ses parties, la même distribution de la matière, et si, en général, cette distribution varie avec la direction des plans, elle est la même pour tous les plans parallèles.

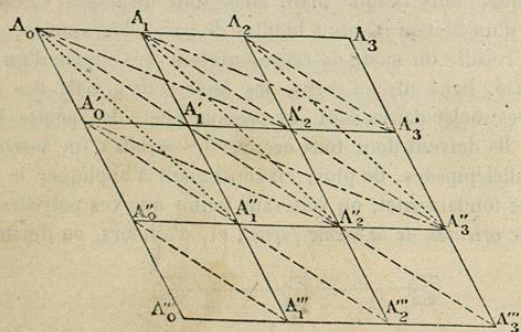


Fig. 5.

Ce n'est d'ailleurs que suivant des surfaces planes qu'a lieu cette identité de constitution. De là vient qu'un cristal tendra toujours à se limiter au dehors par des plans, dont chacun réunit des particules qui, à un moment donné, sont toutes dans les mêmes conditions relativement au milieu ambiant. De là vient aussi que, si la *direction* de ces plans est importante, leur *position absolue* l'est beaucoup moins, ce qui fait qu'un cristal n'a pas, à proprement parler, de forme définie, mais seulement un ensemble de faces, dont les directions seules sont invariables et qui peuvent se rapprocher ou s'écarter les unes des autres de toutes les manières possibles. C'est ainsi, par exemple, qu'un cristal prismatique de quartz peut avoir aussi bien la section hexagonale régulière de la figure 4 que la section aplatie de la figure 5. Toutes deux sont cristallographiquement équivalentes, parce que, dans l'une et dans l'autre, tous les angles ont la même valeur, ce qui fait que les plans correspondants demeurent parallèles.

Ce n'est pas tout. Chaque direction de plan réticulaire est ca-

ractérisée par la *densité* du plan, c'est-à-dire par le nombre des centres de gravité moléculaires dont il est chargé sur l'unité de surface. Or cette densité varie beaucoup suivant les directions que l'on considère. Elle peut être très forte pour certains plans et très faible pour certains autres. Sur ces derniers, les molécules auront nécessairement moins de cohésion et, par suite, les faces

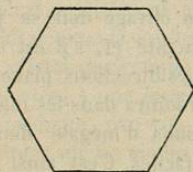


Fig. 4.

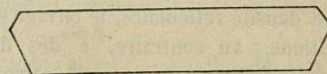


Fig. 5.

ayant cette direction auront très peu de chances de se produire. Ainsi, bien que, théoriquement, le nombre des faces possibles, dans un cristal, soit illimité, en pratique, celles-là seules se produiront, qui correspondent à des plans de grande densité.

Enfin, s'il existe (comme on peut le voir dans les figures 1 et 5) bien des manières de former les parallélépipèdes d'un assemblage cristallin ou *assemblage réticulaire*, suivant la façon dont on opère la jonction des nœuds, du moins il y a une chose qui ne varie pas : c'est le nombre des nœuds contenus dans un espace donné. De quelque façon qu'on les réunisse (à condition d'en embrasser une suffisante quantité pour que le nombre de ceux qui resteraient en dehors de la réunion opérée soit relativement négligeable), il y aura toujours *autant de parallélépipèdes que de nœuds*. Par conséquent, le volume de ces parallélépipèdes est invariable. Or ce volume est le produit de la surface de la base par la distance des deux plans choisis pour limiter le parallélépipède. Plus la surface de la base sera petite (c'est-à-dire plus sera grande la densité du plan réticulaire auquel elle appartient), et plus la distance des deux plans devra être grande pour faire compensation.

Par là s'explique la propriété du *clivage*, en vertu de laquelle tant de cristaux se débitent en lames parallèles, dont l'épaisseur n'a souvent d'autre limite inférieure que la finesse de l'outil employé pour opérer la séparation. Un cristal clivable se divise sui-

vant des surfaces planes, parce que c'est sur de telles surfaces que se produit le *maximum de cohésion* et que les molécules tendent avec le plus de force à demeurer unies. Les plans de plus grande densité moléculaire se séparent d'ailleurs plus aisément que les autres, parce que l'effort nécessaire pour opérer la division rencontre entre ces plans, à cause de la plus grande valeur de leur écartement, le minimum de résistance. Toutes les directions parallèles étant identiques, le même clivage doit se produire par tout le cristal avec une égale facilité et, s'il est dans l'essence du milieu qu'il s'y trouve plusieurs directions planes de même densité réticulaire, le clivage s'y produira dans les mêmes conditions. Au contraire, à des directions d'inégale densité correspondront des clivages inégalement faciles. C'est ainsi que la galène présente trois clivages également faciles, tandis que la fluorine en offre quatre et que la blende en possède six. Au contraire, les divers clivages du gypse sont inégalement faciles, parce qu'ils correspondent à des directions réticulaires qui ne sont pas identiques.

Définition géométrique des cristaux. — Troncatures rationnelles. — Un assemblage cristallin, autrement dit un

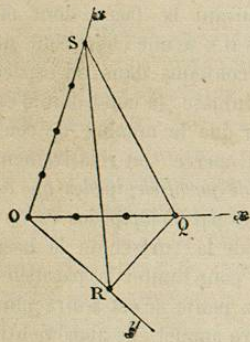


Fig. 6.

corps cristallisé défini, est complètement caractérisé par son *noyau*, c'est-à-dire par son parallélépipède, et celui-ci, à son tour, sera pleinement connu si l'on donne (fig. 6) les directions Ox , Oy et Oz de ses trois arêtes fondamentales, ainsi que leurs paramètres a , b , c .

Ces trois arêtes sont trois *files* de centres moléculaires, suivant chacune desquelles l'équidistance des centres est égale au paramètre correspondant.

Par suite, puisqu'elles suffisent entièrement à définir le cristal, toute direction de face admissible, telle que

QRS, devra être formée par la jonction d'un nœud quelconque Q de Ox avec deux autres nœuds, pris l'un R sur Oy et l'autre S sur Oz . OQ est égal à un nombre entier de fois le paramètre a . On peut donc poser $OQ = ma$; de même, $OR = nb$, $OS = pc$; m , n , p

étant *trois nombres entiers*. Les trois quantités ma , nb , pc définissent pleinement la direction de la face.

Une autre face sera définie par $m'a$, $n'b$, $p'c$, m' , n' et p' étant trois autres nombres également entiers. Alors les rapports respectifs de ces trois quantités seront $\frac{m}{m'}$, $\frac{n}{n'}$, $\frac{p}{p'}$, c'est-à-dire des *nombres rationnels*¹.

C'est précisément ce qu'Haüy avait découvert expérimentalement comme la loi fondamentale de la cristallographie. Pour lui, un cristal quelconque était toujours le résultat de modifications apportées à une *forme primitive prismatique*, c'est-à-dire parallélépipédique, par voie de *troncatures* opérées sur les angles ou sur les arêtes. Ainsi, soit ABCDEFGH (fig. 7) le parallélépipède primitif d'une espèce minérale donnée. Toute face non parallèle aux faces de ce prisme fondamental peut être conçue, dans le cas le plus général, comme venant *tronquer* l'angle A. Peu importe d'ailleurs à quelle distance du point A cette troncature sera placée, les faces d'un cristal n'étant définies que par leur

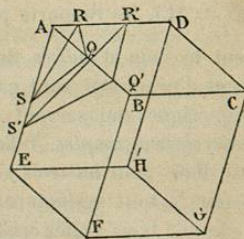


Fig. 7.

direction et non par leur position absolue. Si donc QRS est la troncature en question, sa direction sera entièrement définie par les rapports mutuels des longueurs AQ, AR, AS, ou, ce qui revient au même, par les valeurs relatives des rapports $\frac{AQ}{AB}$, $\frac{AR}{AD}$, $\frac{AS}{AE}$, les trois arêtes AB, AD, AE étant les trois *paramètres* a , b , c , qui servent, par leurs directions et leurs grandeurs, à définir entièrement la forme fondamentale.

Posons

$$AQ = \frac{1}{q} \cdot AB, \quad AR = \frac{1}{r} \cdot AD, \quad AS = \frac{1}{s} \cdot AE,$$

q , r , s étant trois nombres quelconques, qui servent à définir la troncature. Une autre face, $Q'R'S'$, non parallèle à la première,

¹ On appelle ainsi des nombres entiers ou constitués par le rapport de deux nombres entiers.

sera définie à son tour par trois nombres q' , r' , s' , si l'on pose

$$AQ' = \frac{1}{q'} \cdot AB, \quad AR' = \frac{1}{r'} \cdot AD, \quad AS' = \frac{1}{s'} \cdot AE.$$

Or l'observation avait conduit Haüy à reconnaître que les rapports $\frac{AQ}{AQ'}$, $\frac{AR}{AR'}$, $\frac{AS}{AS'}$, c'est-à-dire $\frac{q}{q'}$, $\frac{r}{r'}$, $\frac{s}{s'}$, sont toujours rationnels et généralement exprimés par des nombres simples.

Si d'ailleurs, pour définir les longueurs AB, AD, AE des arêtes du prisme, on se sert précisément de l'une de ces faces, par exemple de q' , r' , s' (ce qui revient à admettre $AQ' = AB$, $AR' = AD$,

$AS' = AE$), les rapports précédents deviennent $\frac{1}{q'}$, $\frac{1}{r'}$, $\frac{1}{s'}$ et por-

tent le nom d'*indices* de la face ou troncature QRS. Ainsi les faces d'un cristal sont caractérisées par ce fait, que les indices numériques qui servent à les définir sont *toujours rationnels et généralement simples*. Telle est la loi des *indices rationnels*, établie par Haüy pour les trois arêtes du prisme fondamental et étendue depuis à tout système de trois axes cristallographiques, c'est-à-dire de trois arêtes cristallines divergeant d'un même point.

Or, d'après ce que nous venons de voir, cette loi expérimentale n'est rien autre chose que la traduction *nécessaire* de la constitution parallélépipédique des corps cristallisés.

Zones. — L'ensemble des faces parallèles à une même direction porte, en cristallographie, le nom de *zone*, et on appelle *axe de la zone* la direction commune à laquelle les diverses faces sont parallèles. Ainsi un parallélépipède ABCDEFGH (fig. 7) résulte de la combinaison de trois zones : 1° la zone des faces ABCD, BCFG, FGHE, HEAD, ayant pour axe la direction BC; 2° la zone des faces ABCD, ABFE, FEHG, HGCD, avec AB pour axe; 3° la zone des faces ABFE, BFGC, GCDH, DHEA, avec AE pour axe. Chaque face fait ainsi partie de deux zones, ce qui la détermine entièrement si l'on connaît les deux axes de zones, un plan étant défini en direction par la condition d'être parallèle à deux lignes données.

La considération des zones joue un grand rôle dans les applications pratiques de la cristallographie. Deux zones indépendantes, formées par quatre faces distinctes, suffisent pour définir un solide cristallographique et, en groupant deux à deux

les intersections de ces quatre faces, on fait naître, par dérivations successives, toutes les faces admissibles dans le système. Ce n'est pas seulement une vue théorique. L'expérience enseigne que les faces d'un cristal se groupent toujours par zones, quelquefois très riches en facettes, comme si l'existence des zones déjà formées *commandait*, en quelque sorte, celle des troncatures modificatrices.

§ 2

PRINCIPES DE LA SYMÉTRIE CRISTALLINE

Définition de la symétrie. — Puisque tous les corps cristallisés sont des assemblages de molécules orientées, dont les centres de gravité occupent les nœuds d'un système de parallélépipèdes, il est clair qu'autant il y aura de variétés d'assemblages, autant il y aura de combinaisons admissibles pour la symétrie cristalline.

Or une étude géométrique très simple¹ permet d'établir que les assemblages réticulaires ne comportent que *sept* variétés distinctes. Chacune d'elles est définie par la forme particulière du *noyau* qui lui correspond. Mais il est rare que, dans la nature, ce noyau parallélépipédique se présente à nous dans toute sa simplicité. Tantôt il est modifié par des *troncatures*, qui abattent certains angles ou certaines arêtes; tantôt ces troncatures se développent au point de faire entièrement disparaître les faces du noyau. Dans tous les cas, le nombre des faces et leur direction sont réglés par des lois fixes. Une face donnée, définie par sa forme et ses propriétés physiques (éclat, développement, état terne, rugueux ou strié de la surface, etc.), se répète un plus ou moins grand nombre de fois, mettant en évidence, dans le cristal, une *symétrie* qui dépend de la nature du noyau. Voilà pourquoi, avant d'indiquer les diverses variétés de parallélépipèdes qui peuvent exister, il convient, pour en faciliter la définition ultérieure, de dire en quoi consiste et comment s'exprime la symétrie d'un polyèdre.

On appelle *centre de symétrie* d'un polyèdre un point tel, que tous les sommets du polyèdre se correspondent deux à deux, sur

1. On en trouvera le développement dans notre *Cours de Minéralogie*.

des lignes menées par ce centre et à égale distance de part et d'autre. Il est aisé de voir que tout parallélépipède est nécessairement pourvu d'un centre, qui est le point commun de rencontre des quatre diagonales.

On appelle *axe de symétrie* une ligne telle que, si l'on fait tourner le polyèdre d'un certain angle autour de cette ligne, on procure simplement la substitution mutuelle des sommets. De la sorte, après cette rotation, la vue du polyèdre, pour un observateur immobile, se retrouve exactement la même qu'auparavant. Si l'angle de la rotation qui procure cette substitution est égal à $\frac{2\pi}{n}$ (c'est-à-dire s'il est contenu n fois dans la circonférence entière), on dit que l'axe de symétrie est d'ordre n . Ainsi une rotation de 180 degrés correspond à un axe d'ordre 2 ou *binaire* : celle de 120 degrés à un axe d'ordre 3 ou *ternaire*, etc.

Enfin on appelle *plan de symétrie* un plan tel, que les sommets du polyèdre se correspondent, deux à deux, sur des perpendiculaires à ce plan et à égale distance de part et d'autre.

Cela posé, il est facile de démontrer qu'un parallélépipède, en vertu même de sa constitution géométrique, n'admet d'autres axes que ceux d'ordre 2, 3, 4 ou 6, c'est-à-dire *binaires*, *ternaires*, *quaternaires* et *sénaire*. Toute autre valeur du numéro d'ordre de l'axe serait absolument incompatible avec la structure parallélépipédique. C'est ce qui explique comment la symétrie *quinnaire*, ou d'ordre 5, ne s'est jamais rencontrée dans les cristaux¹.

Ces définitions une fois posées, il nous reste à faire connaître, pour chaque système admissible, la nature du noyau parallélépipédique, ainsi que le degré de sa symétrie.

Étude des systèmes de symétrie. — 1° *Système cubique.* — Le plus parfait des noyaux, le plus riche en éléments de symétrie, est celui dont les trois arêtes fondamentales ont le même paramètre et, de plus, sont à angle droit les unes sur les autres. Ce noyau est un *cube*. Les éléments de symétrie, passant tous par le centre O , se disposent de la manière suivante (fig. 8, 9) :

Il y a *trois axes quaternaires*, QQ' , $Q_1Q'_1$, $Q_2Q'_2$, respectivement parallèles aux trois systèmes d'arêtes du cube, et ayant leurs

1. Ce fait, si bien expliqué par la nature spéciale des parallélépipèdes, mérite d'autant plus d'être noté que la symétrie d'ordre 5 se retrouve fréquemment chez les animaux, par exemple chez les échinodermes.

paramètres égaux, définis par la longueur OQ . On voit aisément que si, autour de QQ' , par exemple, on fait tourner le noyau de 90° , le sommet 1 se substituant à 5, 5 prend la place de 6, 6 celle de 2, et 2 celle de 1.

Ensuite viennent *quatre axes ternaires*, qui sont les diagonales du cube, savoir : 1-8, 2-7, 6-3, 5-4. Une rotation de 120° autour de 1-8 substitue 1-2 à 1-5, 1-5 à 1-3 et 1-3 à 1-2. Le paramètre de ces axes est la demi-diagonale $O1$.

Enfin il y a *six axes binaires*, qui sont les lignes BB' , $B_1B'_1$, $B_2B'_2$, $B_3B'_3$, $B_4B'_4$, $B_5B'_5$ (fig. 9). Chacune d'elles joint le milieu d'une arête au milieu de l'arête opposée et est, par conséquent, parallèle à la diagonale de l'une des faces du cube. Ainsi BB' est parallèle à la diagonale qui irait de 1 à 4. Son paramètre est la valeur de cette demi-diagonale. On s'assure aisément que, si l'on fait tourner tout le noyau de 180° autour de BB' , 1 prend la place de 5, 4 celle de 8, et tous les autres sommets ne font que se substituer les uns aux autres. On voit aussi que chaque axe binaire est *bissecteur* de l'angle formé par deux axes quaternaires. Ainsi BB' partage en deux parties égales l'angle de QQ' avec $Q_1Q'_1$.

Le cube a *trois plans de symétrie principaux*, qui sont les plans $QQ_1Q'_1Q'_1$, $QQ_2Q'_2Q'_2$, $Q_1Q_2Q'_1Q'_2$ (fig. 8), dont chacun comprend deux axes quaternaires, tels que QQ' et $Q_1Q'_1$, ainsi que les deux axes binaires bissecteurs, BB' et $B_2B'_2$. Ces trois plans principaux sont *parallèles aux trois systèmes de faces du cube*.

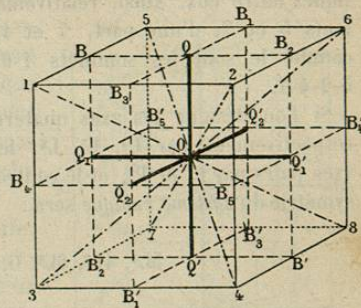


Fig. 8.

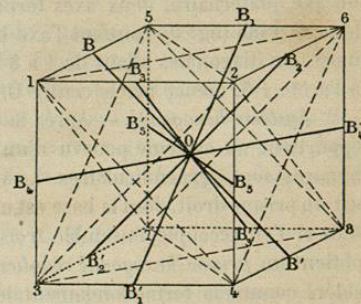


Fig. 9.

Enfin les *plans diagonaux du cube*, au nombre de six, sont des *plans de symétrie* (fig. 9), différents des premiers, mais identiques entre eux. Ainsi, relativement au plan 1-6-8-3, les sommets 5 et 2, d'une part, 7 et 4, d'autre part, sont disposés comme le sont les sommets 1-6, 3-8, relativement au plan 5-2-4-7.

Si l'on désigne les axes quaternaires, ternaires et binaires, respectivement par L^4 , L^3 , L^2 , les plans correspondants aux axes pairs par P^4 et P^2 , et le centre par C, le symbole total de la symétrie du *système cubique* sera :

$$3L^4, 4L^3, 6L^2, C, 3P^4, 6P^2.$$

Chaque plan P^4 est perpendiculaire à un axe L^4 ; chaque plan P^2 à un axe L^2 . On remarquera que chaque plan principal P^4 contient à la fois deux axes quaternaires et deux axes binaires; que chaque plan P^2 , ou plan diagonal du cube, contient à la fois un axe quaternaire, deux axes ternaires et un axe binaire. Ainsi le plan 1485 (fig. 9) contient l'axe binaire BB' , les deux axes ternaires ou diagonales allant de 1 à 8 et de 4 à 5, enfin la parallèle à l'arête 1-5, menée par le centre O.

2° *Système hexagonal*. — Après le cube, la plus grande richesse appartient au système pourvu d'un axe *sénaire*, auquel six axes binaires sont perpendiculaires. Le véritable noyau de ce système est un prisme droit, dont la base est un losange de soixante degrés. Mais si l'on accouple ensemble trois de ces parallélépipèdes, on obtient un *prisme hexagonal régulier* (fig. 10), qui peut être considéré comme la forme fondamentale du système.

L'axe *sénaire* est la ligne SS' , qui joint les centres des deux bases et est parallèle aux *arêtes verticales du prisme*; son paramètre est OS. Une rotation de 60° autour de cette ligne substitue 1 à 2, 2 à 5, 5 à 4, etc.

Si l'on considère la section droite menée par le centre O, il y a *trois axes binaires de première espèce*, BB' , $B_1B'_1$, $B_2B'_2$, parallèles aux côtés de cette section droite, c'est-à-dire aux *côtés de la base hexagonale*, et *trois axes binaires de seconde espèce*, CC' , $C_1C'_1$, $C_2C'_2$, parallèles aux *apothèmes de la base*, ou, ce qui revient au même, aux lignes joignant les sommets de deux en deux, telles que la ligne qui irait de B_2 en B'_1 , par exemple. On s'as-

sure sans peine, d'un côté qu'une rotation de 180° autour de l'un quelconque des six axes ne fait qu'opérer la substitution des sommets; d'autre part que la disposition des sommets, relativement aux axes B, n'est pas la même que par rapport aux axes C, qui sont ainsi d'*espèces distinctes*. Le paramètre des axes B est OB; celui des axes C est OC.

Le plan de la section droite, qui contient les six axes binaires et est normal à l'axe SS' , est un *plan principal* de symétrie. En outre il y a *trois plans de symétrie, parallèles aux faces prismatiques* et passant à la fois par chacun des axes binaires de première espèce et par l'axe sénaire; tandis que *trois autres plans*, passant par les axes de seconde espèce, sont respectivement perpendiculaires aux faces prismatiques. Les six plans, deux à deux d'espèces distinctes, c'est-à-dire correspondant à deux modes de disposition réciproque des sommets, se coupent tous suivant l'axe sénaire SS' . Le symbole total de la symétrie du *système hexagonal* peut s'écrire

$$L^6, 3L^2, 3L'^2, C, \Pi, 3P, 3P'.$$

Les plans P, perpendiculaires aux axes L, sont ceux qui passent par les axes L' et réciproquement. Π désigne le plan principal, normal à l'axe sénaire L^6 .

3° *Système quadratique*. — Après le système hexagonal vient celui dont le noyau est un prisme droit à base carrée ou *prisme quadratique* (fig. 11). La ligne QQ' , menée par le centre O perpendiculairement aux deux bases, et telle qu'une rotation de 90° autour de cette ligne opère la substitution des sommets, est un axe *quaternaire*, de paramètre OQ. Dans la section droite $CC'C'_1$, menée par O parallèlement aux bases, les lignes BB' et $B_1B'_1$, parallèles aux côtés des carrés de base, sont telles, qu'en imprimant au noyau une rotation de 180° autour de chacune d'elles,

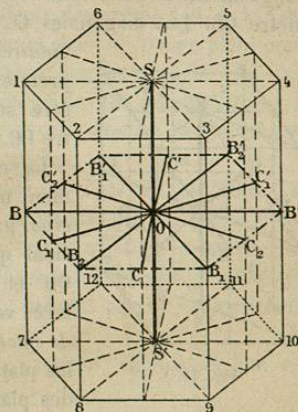


Fig. 10.