

les quatre autres seront petites et ternes. Mais, dans un premier examen, on peut être tenté de croire à une forme holoédrique, et c'est ainsi qu'il a fallu du temps pour faire reconnaître la généralité du phénomène de l'hémiédrie; généralité qui doit paraître naturelle, si l'on réfléchit que la symétrie d'une molécule a plus de chances de différer de celle de son système cristallin que de lui être rigoureusement identique.

## CHAPITRE II

### ÉTUDE DES SYSTÈMES CRISTALLINS

#### § 1

#### SYSTÈME CUBIQUE

**Mode de notation.** — Chacune des formes simples du système cubique est engendrée par une facette déterminante, laquelle peut être considérée comme une *troncature* opérée sur un angle ou sur une arête du noyau cubique. Pour caractériser cette troncature, nous nous servirons de la notation de Lévy<sup>1</sup>. Dans ce mode de représentation, les trois couples de faces qui définissent le parallélépipède fondamental d'un système donné sont respectivement désignées par *p*, *m*, *t* (c'est-à-dire par les consonnes initiales du mot *primitif*). Aux angles sont appliquées les voyelles *a*, *e*, *i*, *o*

et aux arêtes les consonnes *b*, *c*, *d*, *f*, *g*, *h*. Cela posé, il est facile de voir que, dans le cube, toutes les faces, identiques entre elles

1. Le principe de cette notation avait été imaginé par Haüy et le développement en a été complété par M. des Cloizeaux.

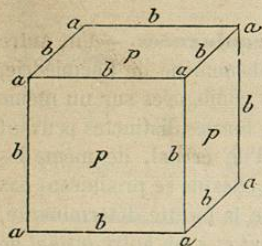


Fig. 18.

comme parallèles aux plans principaux, doivent porter la notation *p* (fig. 18). Tous les sommets, qui correspondent à des pointements ternaires égaux, sont des angles *a*. Enfin toutes les arêtes, parallèles aux axes quaternaires et servant d'intersection à des faces identiques et de même angle dièdre, sont des lignes *b*.

**Forme oblique. Hexoctaèdre.** — Examinons d'abord le cas le plus général, celui de la forme oblique. La face déterminante sera une troncature QRS (fig. 19), interceptant, sur les trois arêtes concourantes *Ox*, *Oy*, *Oz*, trois longueurs différentes :

$$OQ = \frac{1}{q}, \quad OR = \frac{1}{r}, \quad OS = \frac{1}{s}.$$

Supposons  $OQ > OR > OS$ , c'est-à-dire  $q < r < s$ .

Par l'arête *Ox* passe un plan de symétrie, qui est un plan diagonal du cube, incliné à 45° à la fois sur *xOy* et sur *xOz*. Par conséquent la facette QRS doit se répéter symétriquement par rapport à ce plan, ce qui donne naissance à *QR'S'*, où  $OS' = OS$  et  $OR' = OR$ . Par suite, l'angle *O* est provisoirement remplacé par un biseau incliné, formé de deux facettes *QST*, *QS'T*. Mais au point *O* aboutit un axe ternaire, représenté par la diagonale du cube et tel qu'une rotation de 120° substitue chacune des arêtes à une autre. Dans ce mouvement, le biseau se transporte successivement sur *Oy* et *Oz*, le point *Q* arrivant tour à tour aux points *Q'* et *Q''*, tels que  $OQ' = OQ'' = OQ$ . De la sorte, l'angle *O* est remplacé par un pointement à six facettes (fig. 20), qui toutes viennent concourir au même point, situé sur l'axe ternaire. Il est d'ailleurs évident que

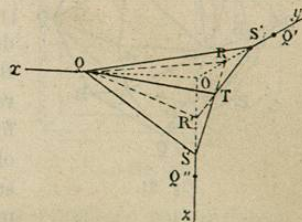


Fig. 19.

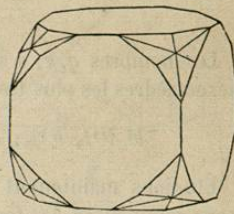


Fig. 20.

1. En réalité, ces nombres  $\frac{1}{q}$ ,  $\frac{1}{r}$ ,  $\frac{1}{s}$ , sont ceux par lesquels il faudrait multiplier les *paramètres* (ou intervalles moléculaires) des trois axes, pour avoir les vraies longueurs interceptées. Mais ces paramètres étant égaux, les vraies longueurs se trouvent exactement proportionnelles aux trois nombres.

la même chose doit se reproduire sur tous les angles, puisque chacun d'eux peut être substitué à un autre par rotation de  $90^\circ$  autour des axes quaternaires. Cela fait donc  $6 \times 8$ , ou 48 fa-

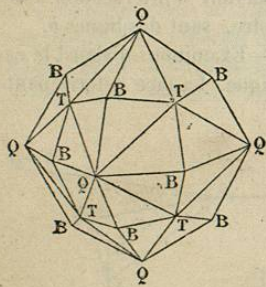


Fig. 21.

cettes, nombre que nous savons être celui des faces de la forme oblique complète.

Si toutes ces facettes venaient à être prolongées d'un angle à l'autre, jusqu'à leurs rencontres mutuelles, de manière à faire disparaître entièrement la forme du cube, il en résulterait (fig. 21) un *hexoctaèdre*, formé de 48 triangles scalènes et offrant : 6 pointements à 8 faces (Q) sur les axes quaternaires; 8 pointements à 6 faces (T) sur les axes ternaires; et 12 pointements à 4 faces (B) sur les axes binaires.

La notation de l'hexoctaèdre est celle de la face déterminante. On l'obtient en mettant en évidence chacune des arêtes  $b$  et en affectant chaque lettre  $b$  d'un exposant égal à la longueur interceptée par la troncature QRS. De la sorte, l'hexoctaèdre a pour symbole

$$b^{\frac{1}{q}} b^{\frac{1}{r}} b^{\frac{1}{s}}$$

Les nombres  $q, r, s$  sont généralement très simples. Ainsi les hexoctaèdres les plus fréquents sont :

$$b^1 b^{1/2} b^{1/5}; b^1 b^{1/2} b^{1/5}; b^1 b^{1/3} b^{1/4}, \text{ etc.}$$

Étudions maintenant les formes restreintes du système et, pour commencer, les formes parallèles.

**Formes parallèles. 1° Forme parallèle aux axes quaternaires. Cube pyramidé ou tétrahexaèdre.** — Une troncature parallèle aux axes quaternaires est parallèle aux arêtes du cube. Il convient donc de remplacer (fig. 22) un arête  $Ox$  par une face telle que ARSB, interceptant sur  $Ox$  une longueur  $\frac{1}{q} = \infty$ ; sur  $Oy$ ,  $OR = \frac{1}{r}$ , et sur  $Oz$ ,  $OS = \frac{1}{s}$ . Mais le plan de symétrie qui passe par  $Ox$  exige une autre facette CS'R'D, aussi pa-

rallele à  $Ox$ , et interceptant  $\frac{1}{r}$  sur  $Oz$  et  $\frac{1}{s}$  sur  $Oy$ . Ces deux facettes remplacent  $Ox$  par un biseau dont l'arête est TE. Chacune

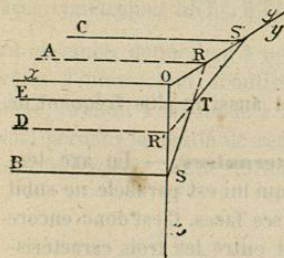


Fig. 22.

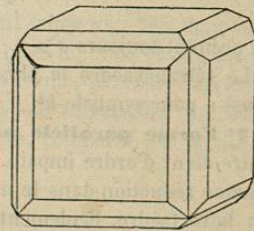


Fig. 25.

des trois arêtes concourantes est ainsi remplacée par un biseau (fig. 25); de telle sorte que chaque face cubique fait place à une pyramide tronquée à base carrée.

Le nombre des biseaux étant égal à celui des arêtes, c'est-à-dire à 12, la forme est à 24 faces. Nous savions d'ailleurs que, étant engendrée par une facette parallèle à un axe d'ordre pair, elle ne devait avoir que la moitié du nombre des faces de la forme générale. On voit de plus que, dans cette combinaison, les arêtes du cube sont entièrement conservées, chacune servant d'intersection mutuelle à deux faces de la forme parallèle. Développons maintenant les biseaux de manière à faire disparaître les faces cubiques et nous aurons 24 triangles isocèles, formant un *cube pyramidé* ou *tétrahexaèdre* (fig. 24), qui possède : quatre pointements quadruples (Q) sur les axes quaternaires, huit pointements sextuples (T) sur les axes ternaires et 12 biseaux (B) sur les axes binaires.

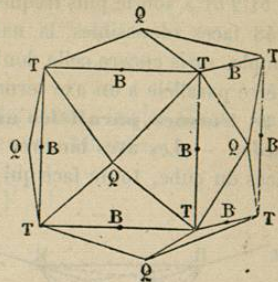


Fig. 24.

La notation devrait être

$$b^{\frac{1}{q}} b^{\frac{1}{r}} b^{\frac{1}{s}}$$

Pour simplifier, on est convenu de l'écrire

$$\frac{\frac{1}{r}}{\frac{1}{s}} \quad \text{ou} \quad \frac{s}{r},$$

en prenant toujours  $s > r$ .

Le tétrahexaèdre le plus simple (et aussi le plus fréquent de tous) a pour symbole  $b^2$ .

**2° Forme parallèle aux axes ternaires.** — Un axe ternaire étant d'ordre impair, la forme qui lui est parallèle ne subit aucune réduction dans le nombre de ses faces. C'est donc encore un hexoctaèdre. Seulement il s'établit entre les trois caractéristiques une relation particulière. On démontre que cette relation est  $q + r = s$ , c'est-à-dire que, si les caractéristiques sont rangées par ordre croissant de grandeur, la somme des deux premières doit être égale à la troisième. Ainsi les hexoctaèdres  $\{b^1 b^{1/2} b^{1/3}\}$  et  $\{b^1 b^{1/3} b^{1/4}\}$  sont des formes parallèles aux axes ternaires.

Il est remarquable que, de tous les hexoctaèdres observés,  $b^1 b^{1/2} b^{1/3}$  soit le plus fréquent. Ainsi, parmi toutes les formes à 48 faces admissibles, la nature réalise non seulement la plus simple, mais encore celle dont la face déterminante est assujettie à être parallèle à un axe ternaire.

**3° Formes parallèles aux axes binaires.** — A. *Trapézoèdre.* — Les axes binaires étant parallèles aux diagonales des faces du cube, toute face qui leur est parallèle doit intercepter

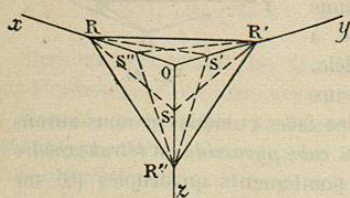


Fig. 25.

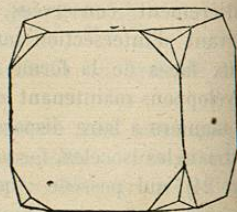


Fig. 26.

deux longueurs égales sur deux arêtes concourantes. Supposons d'abord que ces longueurs égales soient plus grandes que la troisième. Dans ce cas (fig. 25), à la troncature  $RR'S$ , interceptant,

sur  $Ox$ ,  $OR = \frac{1}{r}$ ; sur  $Oy$ ,  $OR' = \frac{1}{r}$ , et sur  $Oz$ ,  $OS = \frac{1}{s}$ , correspondent, en vertu de l'axe ternaire aboutissant en  $O$ , deux autres faces symétriques  $RS'R''$ ,  $R'R''S''$ , telles que  $OR = OR' = OR'' = \frac{1}{r}$ .

Cet ensemble donne lieu à un pointement triple (fig. 26), dont les arêtes d'intersection aboutissent aux arêtes du cube et qui, prolongé, conduit à un solide à 24 faces (la forme, parallèle à un axe pair, perdant la moitié de ses faces), appelé *trapézoèdre* (fig. 27) ou *icositétraèdre*. Cette forme, à 24 faces, comporte des pointe-

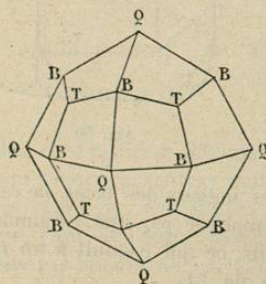


Fig. 27.

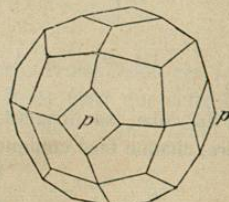


Fig. 28.

ments quadruples (Q) sur les axes quaternaires, triples (T) sur les axes ternaires, et quadruples (B) sur les axes binaires.

La notation devrait être  $\left\{ \frac{1}{r} \frac{1}{r} \frac{1}{s} \right\}$ .

On convient de l'écrire

$$\frac{\frac{1}{r}}{\frac{1}{s}} \quad \text{ou} \quad \frac{s}{r},$$

étant donné  $s > r$ .

Ainsi, la lettre  $a$ , affectée d'un exposant, entier ou fractionnaire, mais plus grand que l'unité, représente un trapézoèdre. Le plus simple et le plus fréquent de tous est  $a^2$ .

La figure 28 représente un trapézoèdre, sur les pointements quaternaires duquel le cube  $p$  apparaît à l'état de troncatures.

**B. Trioctaèdre.** Quand les deux longueurs égales sont plus petites que la troisième (fig. 29), la première troncature  $RSS'$ ,

interceptant  $OS = \frac{1}{s}$ ,  $OS' = \frac{1}{s}$  et  $OR = \frac{1}{r}$ , se combine avec deux autres,  $R'S'S''$ ,  $R''SS''$ , telles que  $OR' = OR'' = \frac{1}{r}$ .

Il en résulte, sur chaque angle, trois facettes (fig. 50), dont les arêtes mutuelles d'intersection, au lieu de se diriger vers les

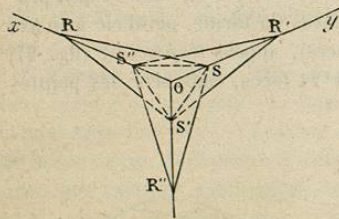


Fig. 29.

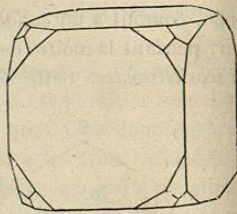


Fig. 50.

arêtes du cube, se dirigent vers les milieux des faces. De cette manière, chaque face cubique est remplacée par une pyramide à huit pans, ce qui conduit à un *trioctaèdre* (fig. 51).

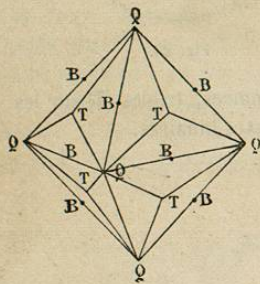


Fig. 51.

Dans ce solide, les axes quaternaires sont marqués par des pointements à huit faces (Q), les axes ternaires par des pointements triples (T), et les axes binaires par des bi-

seaux (B). La notation s'écrit  $a^{\frac{s}{r}}$ , avec  $r < s$ , par exemple  $a^{1/2}$ . Ainsi la lettre  $a$ , affectée d'un exposant plus petit que l'unité, représente un *trioctaèdre*.

**Formes normales.** — 1° *Aux axes quaternaires. Cube.* — Chaque face du cube étant normale à un groupe de quatre arêtes, parallèles à un axe quaternaire, le cube  $p$  est lui-même la forme normale cherchée (fig. 52), ses faces représentant les plans principaux. Les lettres Q, T, B indiquent les points où aboutissent respectivement les axes quaternaires, ternaires et binaires.

2° *Aux axes ternaires. Octaèdre.* — Les axes ternaires étant les

diagonales du cube, la face déterminante d'une forme normale à ces axes ne peut être qu'une troncature équilatérale (fig. 53), c'est-à-dire interceptant, sur les trois arêtes concourantes, des longueurs égales. Son symbole est évidemment  $a^1$ . Chaque facette coupe trois faces cubiques suivant des parallèles à leurs diago-

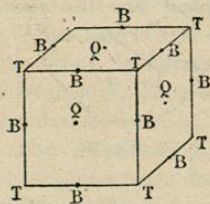


Fig. 52.

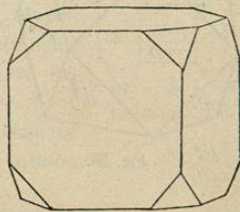


Fig. 53.

nales, c'est-à-dire à des axes binaires. Prolongeons ces facettes jusqu'à leurs rencontres mutuelles. Il est clair que deux d'entre elles, celles qui sont situées aux extrémités d'une même arête, étant l'une et l'autre parallèles au même axe binaire, ne peuvent se rencontrer que suivant une parallèle à cet axe. Donc le solide, qui est une pyramide à huit faces équilatérales ou *octaèdre régulier* (fig. 54), possède douze arêtes, deux à deux parallèles, qui représentent les axes binaires et qui sont situées quatre à quatre dans les plans de symétrie principaux, où elles dessinent trois carrés identiques Q B Q B.....

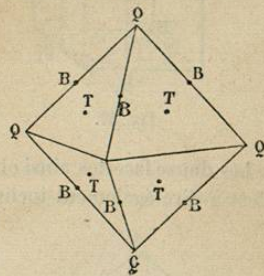


Fig. 54.

La figure 55 représente le *cubo-octaèdre*, où les faces  $p$  et  $a^1$  sont également développées, tandis que, dans la figure 56,  $a^1$  domine relativement à  $p$ .

3° *Aux axes binaires. Rhombododécaèdre.* — L'axe binaire qui aboutit sur Oz (fig. 57) étant parallèle à la diagonale OA de la face  $xOy$ , on aura une facette normale à cet axe en menant QQ' perpendiculaire à OA (et, par suite, également incliné sur Oz et Oy) et en faisant passer un plan par QQ' ainsi que par une parallèle à Oz, qui est également perpendiculaire à OA. Ce plan sera

parallèle à un plan diagonal du cube, c'est-à-dire à un plan de symétrie. La facette  $QQ'Q_1Q'_1$ , ainsi déterminée, rentre dans la

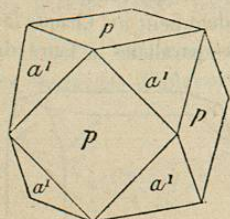


Fig. 55.

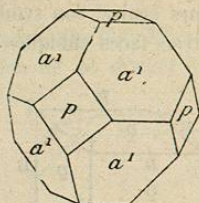


Fig. 56.

catégorie des formes notées  $b^{\frac{s}{r}}$ , mais avec  $s=r$ . Son symbole est donc  $b^1$ .

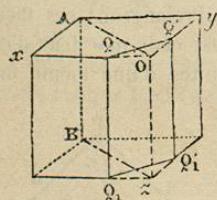


Fig. 37.

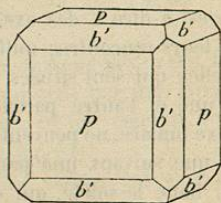


Fig. 58.

Les douze facettes ainsi obtenues, *tangentes* aux arêtes cubiques, c'est-à-dire également inclinées sur les deux faces qui aboutissent

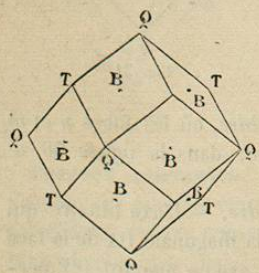


Fig. 59.

à chaque arête, remplacent ces arêtes par douze hexagones allongés (fig. 58). Si elles se développent de façon à effacer le cube, on obtiendra évidemment des rhombes ou losanges égaux, formant un *dodécaèdre rhomboïdal* ou *rhombododécaèdre* (fig. 59). On s'assure que les courtes diagonales des douze rhombes sont parallèles aux axes quaternaires, tandis que les longues diagonales sont parallèles aux axes binaires et que les côtés ont la direction des axes ternaires. D'ailleurs nous savions que ces trois

directions devaient être contenues dans une face du dodécaèdre, puisque cette face représente un plan de symétrie, lequel contient toujours, à la fois, un axe quaternaire, deux axes ternaires et un axe binaire<sup>1</sup>.

La figure 40 représente la combinaison  $pb^1$ , avec  $b^1$  dominant.

**Combinaisons holoédriques diverses.** — Les figures 41 à 47 représentent les combinaisons de formes holoédriques les plus fréquentes, d'abord : l'octaèdre  $a^1$  et le rhombododécaèdre  $b^1$ , ce dernier tangent aux arêtes du premier (fig. 41), tout comme il est tangent à celles du cube.

La figure 42 représente la même combinaison, mais avec  $b^1$  très

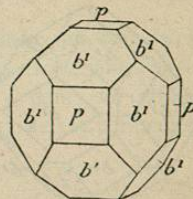


Fig. 40.

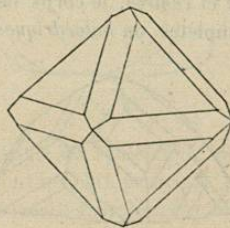


Fig. 41.

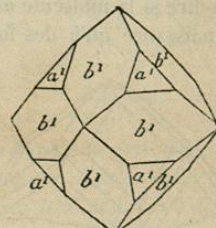


Fig. 42.

dominant. L'octaèdre  $a^1$  et le dodécaèdre  $b^1$ , associés au cube  $p$  (fig. 45). L'octaèdre  $a^1$ , avec un trioctaèdre, le second formant

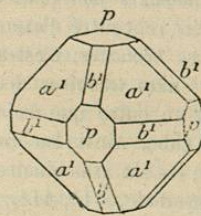


Fig. 43.

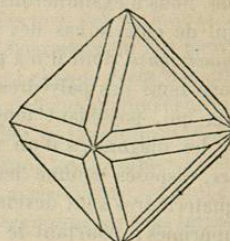


Fig. 44.

biseau sur les arêtes du premier (fig. 44). Le dodécaèdre  $b^1$ , avec

1. Voy. *ante*, p. 18.

ses arêtes symétriquement tronquées par le trapézoèdre  $a^2$  (fig. 45). La moitié du même dodécaèdre, avec un hexoctaèdre

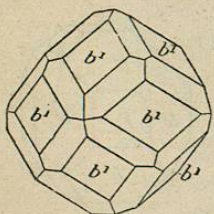


Fig. 45.

formant biseau sur ses arêtes (fig. 46). Enfin la même combinaison, à laquelle est venu s'adjoindre le trapézoèdre  $a^2$  (fig. 47), qui forme ainsi une facette symétrique sur toutes les arêtes médianes du polyèdre de la figure 46.

**Formes méridriques.** — D'après ce qui a été dit au chapitre des formes cristallines, nous savons que, pour qu'un corps appartienne au système cubique, il n'est pas nécessaire que sa molécule renferme

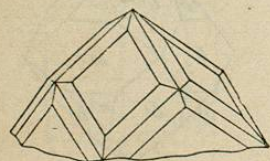


Fig. 46.

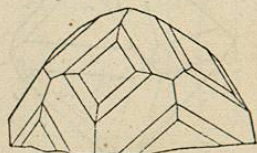


Fig. 47.

tous les éléments de symétrie du système. Si ce cas se réalise, c'est-à-dire si la molécule est *holoaxe et centrée*, le corps ne donnera naissance qu'à des formes complètes ou *holoédriques*.

La géométrie permet de prévoir quelles réductions la symétrie d'une molécule peut subir sans cesser d'appartenir au système cubique. Nous n'examinerons ici que les principales combinaisons. Laissant de côté le cas des molécules *holoaxes non centrées* ou *hémisymétriques*, dont il n'a pas encore été rencontré d'exemples, occupons-nous des polyèdres moléculaires *hémiaxes*, c'est-à-dire de ceux qui, possédant toujours *quatre axes ternaires* disposés comme les diagonales d'un cube, n'ont en outre que *trois axes binaires*, disposés comme les arêtes du cube. Ainsi, les anciens axes quaternaires sont devenus binaires; les six axes binaires ont été supprimés; pourtant le nouveau symbole,  $3L^2, 4L^3$ , suffit encore pour que la substance soit cubique.

Deux cas sont à distinguer, suivant qu'il y a un centre ou qu'il n'y en a pas.

**Hémiedrie pentagonale.** — Le premier cas, celui des molé-

cules *hémiaxes centrées*, est réalisé par la pyrite jaune et la cobaltine. La présence simultanée du centre et des trois axes  $L^2$  entraîne le rétablissement des trois plans principaux de symétrie; mais les plans ordinaires restent supprimés.

Dans ces conditions, des deux facettes inclinées qui, dans le cas le plus général, devaient se substituer à chaque arête pour engendrer l'hexoctaèdre, une seule persiste. On a donc, sur chaque angle, trois facettes dyssymétriques (fig. 48). Mais le pointement

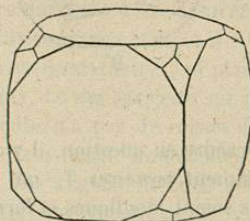


Fig. 48.

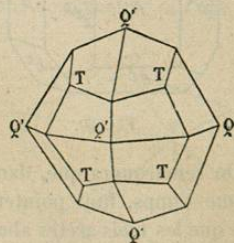


Fig. 49.

d'un angle est symétrique de celui de l'angle le plus voisin, relativement au plan principal, perpendiculaire à l'arête qui les joint. Les 24 facettes, prolongées, font naître un *dodécadièdre* ou *diploèdre* (fig. 49). Il suffirait d'une rotation de  $90^\circ$  pour amener cette figure dans la position qui convient à la représentation du solide conjugué, c'est-à-dire de celui que formerait la réunion des 24 faces supprimées.

Le tétrahexaèdre ou cube pyramidé, ayant ses faces perpendiculaires aux plans principaux, ne bénéficie pas de leur conservation; mais la suppression des plans diagonaux lui fait perdre une face sur deux. Du biseau qui remplaçait chaque arête cubique, il ne reste plus qu'une seule facette, inégalement inclinée sur les deux faces cubiques qu'elle rencontre (fig. 50). De là résulte un *dodécaèdre pentagonal* (non régulier) (fig. 51), dont les 30 arêtes se subdivisent en : six arêtes  $Q'$ , parallèles aux axes du cube, et huit groupes de trois arêtes, formant pointement triple sur les axes ternaires T.

Si ce dodécaèdre résulte du tétrahexaèdre  $b^2$ , on le note  $\frac{1}{2}b^2$ .

Le dodécaèdre pentagonal étant, par excellence, la forme qui caractérise la pyrite, la plus fréquente des substances à molécule

hémiaxe centrée du système cubique, le mode d'hémiédrie dont nous nous occupons est souvent appelé *hémiédrie pentagonale* ou *dodécaédrique*.

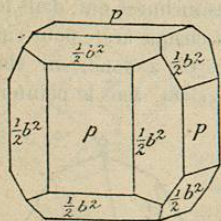


Fig. 50.

On remarquera que, dans le dodécaèdre en question, il y a, en même temps, huit pointements vraiment ternaires T, qui sont tels que les trois arêtes aboutissantes soient identiques et forment des angles égaux; et 12 pointements simplement triples, dont chacun est formé par la rencontre d'une arête cubique Q' avec deux arêtes issues de points T, et où l'un des angles diffère des deux autres.

Les autres formes cubiques, trapézoèdre, trioctaèdre, cube,

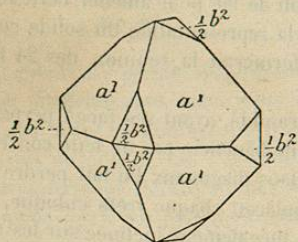


Fig. 52.

octaèdre, rhombododécaèdre, ne sont pas affectées par ce genre d'hémiédrie, parce que toutes ont leurs faces perpendiculaires aux plans de symétrie supprimés. La pyrite pourra donc offrir des cubes parfaits, ainsi que des octaèdres. Si cette dernière forme se combine avec le dodécaèdre pentagonal, il en résultera la figure 52, laquelle, pour un développement à peu près égal des

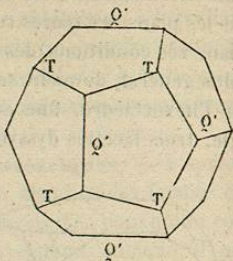


Fig. 51.

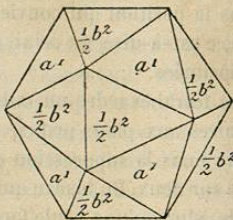


Fig. 53.

deux formes, donnera un solide à 20 faces triangulaires (fig. 55), très voisin de l'*icosaèdre régulier* des géomètres.

**Hémiédrie tétraédrique.** — Le second cas, celui des polyèdres moléculaires hémiaxes non centrés, offre deux combinaisons; nous n'examinerons que l'une d'elles, celle où les plans de symétrie non principaux sont restitués, parce que c'est la seule qui offre un intérêt pratique.

Si nous considérons un angle du cube, les six facettes de l'hexoctaèdre y doivent subsister; car les plans de symétrie et l'axe ternaire suffisent à en assurer la conservation, mais, comme il n'y a plus ni axes quaternaires, ni plans principaux, ce qui se passe sur un angle du cube n'a pas de raison de se répéter sur l'angle immédiatement voisin. Les angles du cube sont donc modifiés seulement de deux en deux et il en résulte un solide à 24 faces, présentant quatre pointements sextuples très saillants; c'est l'*hexatétraèdre* (fig. 54), où les extrémités des axes quaternaires, devenus seulement binaires, sont marquées par des pointements quadruples Q'.

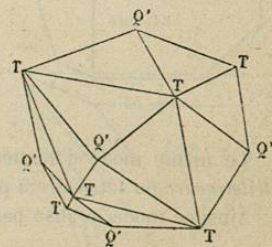


Fig. 54.

Le cube, le rhombododécaèdre et le tétrahexaèdre ne sont pas affectés par ce mode d'hémiédrie; car leurs faces, parallèles aux arêtes du cube, sont, par cela même, perpendiculaires aux plans principaux supprimés et ne souffrent pas de la suppression de ces plans. Mais l'octaèdre, dont les faces se coupent suivant les plans supprimés, perd la moitié de ses faces. Il n'y a plus, aux angles du cube, qu'une troncature équilatérale sur deux (fig. 55). Ces troncatures, en se développant, engendrent un *tétraèdre régulier*  $\frac{1}{2} a^1$  (fig. 56), dont les arêtes TT représentent les axes binaires,

tandis que les lignes ponctuées QQ', allant du milieu d'une arête à l'arête opposée, indiquent les anciens axes quaternaires, devenus simplement binaires, c'est-à-dire tels, qu'il faille une rotation de 180 degrés autour de chacun d'eux pour substituer les uns aux autres les sommets du tétraèdre.

La figure 57 représente un rhombododécaèdre  $b^1$ , tronqué par

le cube  $p$  et dont les pointements ternaires portent, de deux en deux, les facettes du tétraèdre  $1/2 a^1$ . C'est une combinaison fréquente dans la boracite.

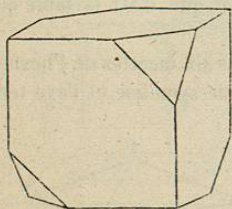


Fig. 53.

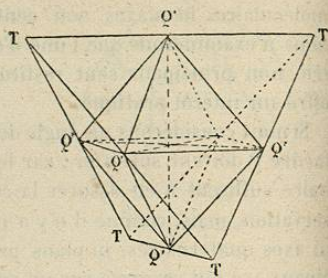


Fig. 56.

Le même mode d'hémiédrisme transforme le trapézoèdre en un tritétraèdre ou tétraèdre à pointements triples (fig. 58).

Ainsi ce mode, réalisé par le cuivre gris, la blende et aussi le

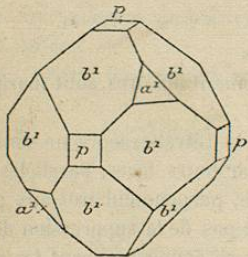


Fig. 57.

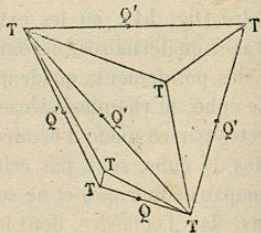


Fig. 58.

diamant, est caractérisé surtout par le développement des formes d'apparence générale tétraédrique, et où l'absence de centre se révèle au premier coup d'œil, par l'opposition diamétrale perpétuelle d'un sommet pointu à un sommet aplati. Aussi l'appelle-t-on *hémiédrisme tétraédrique*.

Quand les deux tétraèdres auxquels le même octaèdre peut donner lieu se combinent ensemble, il en résulte un tétraèdre à angles tronqués (fig. 59). En général, les troncutures sont petites et n'ont pas le même éclat que les faces du tétraèdre inverse. Si,

dans le tétraèdre  $1/2 a^1$ , chaque arête est abattue par un plan qui

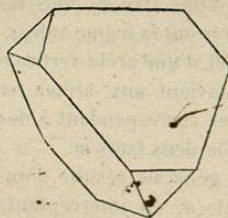


Fig. 59.

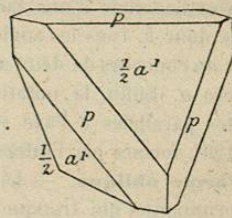


Fig. 60.

lui soit tangent, ce plan, normal à l'ancien axe quaternaire qui réunit le milieu de l'arête à l'arête opposée, ne peut être qu'une face du cube. La combinaison  $p, 1/2 a^1$  donne donc la figure 60. Enfin, la figure 61 représente l'association, fréquente dans le cuivre gris, du tétraèdre avec le tritétraèdre de même dérivation.

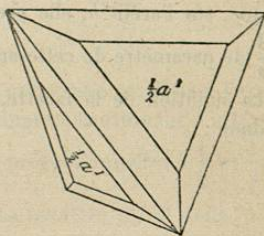


Fig. 61.

## § 2

## SYSTÈME HEXAGONAL

**Notation.** — La forme fondamentale du système est un prisme droit, à base d'hexagone régulier (fig. 62), dont nous avons appris<sup>1</sup> à grouper les éléments suivant les axes et les plans de symétrie. Les bases du prisme, parallèles au plan principal, doivent être notées  $p$ , tandis que les faces verticales, parallèles aux plans de symétrie de deuxième espèce, sont toutes identiques et porteront la notation  $m$ . Il

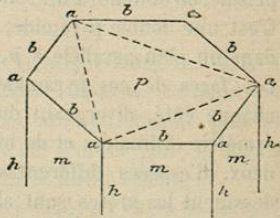


Fig. 62.

1. Voyez ante, p. 18



y a identité entre les arêtes horizontales, toutes parallèles aux axes binaires de première espèce et correspondant à l'intersection orthogonale d'une face  $p$  et d'une face  $m$ . Nous les appelons donc  $b$ . Tous les angles trièdres ont la même valeur et résultent du concours de deux arêtes  $b$  et d'une arête verticale. On les notera  $a$ . Enfin la notation  $h$  convient aux arêtes verticales, toutes parallèles à l'axe sénaire et correspondant à des dièdres de  $120^\circ$ , formés par l'intersection de deux faces  $m$ .

**Forme oblique.** — La forme générale résulte d'une facette déterminante, qui tronque un angle  $a$ , en interceptant, sur les deux arêtes  $b$ , des longueurs proportionnelles à  $\frac{1}{q}$  et à  $\frac{1}{r}$ , tandis que, sur l'arête  $h$ , elle prend une longueur qui est une fraction  $\frac{1}{s}$  du paramètre de cette arête, différent de celui des deux autres. La notation de la facette, qui est celle de la forme oblique, est donc :

$$b^{\frac{1}{q}} b^{\frac{1}{r}} h^{\frac{1}{s}}.$$

L'arête  $h$ , qui aboutit en  $a$ , étant l'intersection commune de deux faces  $m$  et d'un plan de symétrie (plan diagonal du prisme), ce plan exige, à droite, la répétition de la facette de gauche, toutes deux étant également inclinées sur la base. En outre, l'axe sénaire exige la reproduction de cet ensemble de deux facettes sur les six angles de la même base, ce qui donne la figure 65. Mais, à cause du plan principal, parallèle à  $p$ , les troncatures du haut doivent se répéter en bas. Si on les prolonge, de manière à effacer le prisme, on obtiendra un solide à 24 faces ou *didodécaèdre* (fig. 64). C'est une double pyramide, dont les deux moitiés se raccordent, dans un plan parallèle à  $p$ , suivant un dodécagone *non régulier*. Les faces de ces pyramides sont des triangles scalènes, dont chaque côté, divergeant du sommet, est la trace d'un plan de symétrie ordinaire; et de même que ces plans sont, de deux en deux, d'espèces différentes, de même les angles dièdres que dessinent les arêtes sont alternativement plus et moins ouverts et, sur deux arêtes divergentes consécutives, l'une est toujours plus longue que l'autre. Il y a la même alternance entre les angles plans du dodécagone de la base commune, qui sont les uns plus,

les autres moins obtus. On voit qu'une rotation de  $60^\circ$ , autour de l'axe sénaire, substituerait un triangle scalène, non pas au triangle immédiatement contigu, qui n'est que son symétrique, mais au second, qui lui est identique.

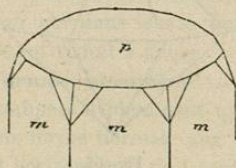


Fig. 65.

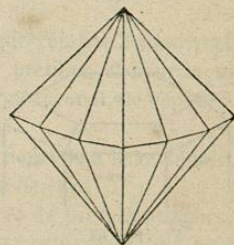


Fig. 64.

**Formes parallèles.** — Pour avoir une forme parallèle à l'axe sénaire, il suffit que la facette déterminante, continuant à intercepter, sur les arêtes  $b$ , des longueurs proportionnelles à  $\frac{1}{q}$  et  $\frac{1}{r}$ , soit parallèle à  $h$ , auquel cas  $\frac{1}{s} = \infty$ . La notation serait donc :

$$b^{\frac{1}{q}} b^{\frac{1}{r}} h^{\frac{1}{\infty}}.$$

Mais pour simplifier et mettre en évidence le parallélisme de la forme avec l'arête, on note :

$$h^{\frac{1}{\frac{1}{r}}} = h^{\frac{r}{q}}$$

Le dodécagone irrégulier du plan principal subsiste. Mais il sert simplement d'origine à douze faces verticales, formant un *prisme dodécagonal*, à angles dièdres alternativement plus et moins ouverts. Ainsi, parce que l'axe est d'ordre pair, la forme parallèle n'a que la moitié des faces de la forme oblique.

Les axes binaires de première espèce étant les côtés de la base  $p$ , une troncuture qui leur est parallèle est une face abattant chaque arête  $b$ , et sa répétition, relativement à l'axe sénaire, produit le même résultat que relativement aux plans diagonaux.