

On obtient la figure 65, dont les troncutures, prolongées jusqu'à leur rencontre mutuelle et répétées relativement au plan principal, engendrent une double pyramide isocèle (fig. 66), appelée

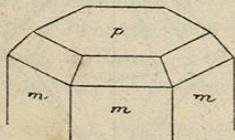


Fig. 65.

*proto-isocéloèdre*, parce que les côtés de la double base sont parallèles aux axes binaires de première espèce ou arêtes  $b$ .

La notation pourrait être  $b^{\frac{1}{0}} b^{\frac{1}{r}} b^{\frac{1}{s}}$ . On la simplifie en mettant en évidence le parallélisme avec  $b$  et en écrivant :

$$b^{\frac{1}{r}} \text{ ou } b^{\frac{s}{r}}$$

Le numérateur de la fraction est la caractéristique  $s$  qui convient à l'axe vertical; le dénominateur  $r$  est la caractéristique de l'axe binaire  $b$ .

Les axes binaires de deuxième espèce sont les cordes qui joignent de deux en deux les sommets  $a$  de la base  $p$ . La troncuture parallèle à un de ces axes dessine donc, sur un angle  $a$ , un triangle isocèle et ne se répète pas, sinon autour de l'axe sénaire (fig. 67). Il est clair que les six facettes, prolongées et répétées relativement au plan principal, engendrent un isocéloèdre identique de forme avec le précédent, mais dont la base a ses côtés parallèles aux axes binaires de deuxième espèce, c'est-à-dire bissecteurs de l'angle aigu de deux arêtes  $b$ .

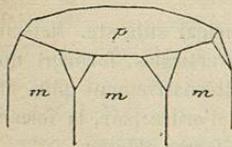


Fig. 67.

Pour rappeler que la forme est symétrique sur les angles  $a$ , on la note

$$\frac{s}{r},$$

le numérateur  $s$  étant la caractéristique relative à l'axe vertical. C'est le *deutéro-isocéloèdre*. Comme le premier et pour la même raison que dans le cas du prisme dodécagonal, le nombre des faces est réduit à douze.

**Formes normales.** — La forme normale à l'axe sénaire ne se compose évidemment que des deux bases  $p$ .

Une forme normale aux axes binaires de première espèce, qui sont horizontaux, doit avoir ses faces verticales; c'est donc un prisme; de plus, les faces doivent couper la base  $p$  suivant des perpendiculaires aux arêtes  $b$ , c'est-à-dire suivant des cordes de la base hexagonale. Donc chacune d'elles abat symétriquement une arête  $h$ , c'est-à-dire qu'elle doit porter la notation  $h^1$ . La forme correspondante s'appelle *deutéoprisme* (parce que ses faces sont parallèles aux axes de deuxième espèce). La combinaison avec le prisme  $m$  engendre un prisme à base de dodécagone régulier, noté  $mh^1$ .

On voit sans peine que le prisme  $m$  représente justement la forme normale aux axes de deuxième espèce, avec faces parallèles aux arêtes  $b$ . De là le nom de *protoprisme*.

**Formes méridiennes.** — Parmi les très nombreuses variétés méridiennes que comporte le système hexagonal, une seule retiendra notre attention, parce qu'elle est réalisée dans une substance minérale assez répandue, l'apatite ou phosphate de chaux. C'est l'*hémiedrie pyramidale*, caractérisée par la suppression totale des axes binaires et des plans ordinaires de symétrie, en sorte que son symbole est  $\Delta^6, C, II$ .

Dans la forme oblique, comme dans le prisme dodécagonal, une seule facette sur deux est conservée sur chaque angle. Il en résulte, dans le premier cas, sur chaque base  $p$ , une pyramide dont les faces coupent le plan principal suivant un *hexagone régulier*. Mais les côtés de cet hexagone *ne sont pas orientés*, c'est-à-dire qu'ils sont obliques relativement aux deux catégories d'axes. D'ailleurs, en vertu de l'existence, soit du centre, soit du plan principal, la pyramide du haut et celle du bas se raccordent

suivant un même hexagone plan. Dans le second cas, le prisme dodécagone se trouve transformé en un prisme hexagonal régulier non orienté. Quant aux isocéloèdres et aux deux prismes  $m$  et

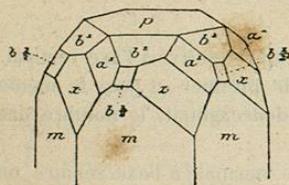


Fig. 68.

$h^1$ , comme leurs faces sont perpendiculaires aux plans de symétrie, ils ne souffrent pas de la suppression de ces plans et subsistent avec le nombre complet de leurs faces. C'est ainsi que l'apatite offre (fig. 68) la combinaison de la base  $p$ , du proto-prisme  $m$ , des isocéloèdres  $b^1$ ,  $b^{1/2}$ ,  $a^1$ , et de l'hémidodécacèdre  $x = \frac{1}{2} \{b^1, b^{1/2}, h^1\}$ .

Les facettes de ce dernier, qui toutes obliquent dans le même sens en tournant autour d'une base  $p$ , se correspondent symétriquement de part et d'autre d'une même arête  $h$ .

## § 3.

## SYSTÈME QUADRATIQUE

**Notation.** — Le prisme quadratique (fig. 69), qui forme le noyau du système, est facile à noter. Les bases, parallèles au plan principal de symétrie, se désignent par  $p$ , tandis que  $m$  est affecté aux faces verticales, parallèles aux plans de première espèce. Les angles de la base, tous trièdres trirectangulaires de même espèce, se notent  $a$ ;  $b$  convient aux arêtes horizontales, parallèles aux axes de première espèce et correspondant à l'intersection des mêmes faces  $m$  avec la même base  $p$ . Les arêtes verticales, de même angle dièdre droit et parallèles à l'axe quaternaire, sont notées  $h$ . Les diagonales de la base  $p$  marquent la direction des axes de deuxième espèce, et les plans diagonaux du prisme sont les plans de symétrie correspondants.

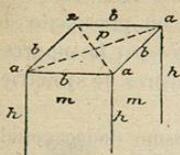


Fig. 69.

*quaternaire*

**Forme oblique.** — La facette déterminante, interceptant sur

*quaternaire.*

les deux arêtes  $b$  des longueurs proportionnelles à  $\frac{1}{q}$  et  $\frac{1}{r}$ , tandis qu'elle coupe l'arête  $h$  à une distance du sommet égale à la fraction  $\frac{1}{s}$  du paramètre de cet axe (différent des précédents), se note, comme dans le système hexagonal<sup>1</sup>:

$$b^{\frac{1}{q}} b^{\frac{1}{r}} h^{\frac{1}{s}}$$

Chaque angle  $a$  étant marqué par le passage d'un plan de symétrie qui contient l'arête  $h$ , la facette se double. Il en est ainsi, d'ailleurs, sur les quatre angles, à cause de l'axe quaternaire, ce qui fait naître, au-dessus du prisme, un pointement octogonal (fig. 70). En raison du plan principal, ce pointement se répète en bas et on obtient une double pyramide octogonale ou *diocétaèdre*, dont la base est un octogone non régulier, à angles alternativement plus et moins obtus. Les arêtes qui divergent des sommets sont aussi alternativement plus et moins longues, les dièdres qu'elles déterminent, égaux de deux en deux, étant aussi plus et moins ouverts. Ainsi s'accuse l'inégalité des deux espèces de plans de symétrie. Une rotation de 90° autour de l'axe principal substitue chaque face triangulaire, non pas à la suivante, qui est sa symétrique, mais à celle qui vient la seconde et qui lui est identique,

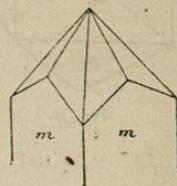


Fig. 70.

**Formes parallèles.** — La troncature déterminante d'une forme parallèle à l'axe quaternaire est une facette verticale, qui devrait être notée

$$b^{\frac{1}{q}} b^{\frac{1}{r}} h^{\frac{1}{s}}$$

on écrit, pour simplifier

$$\frac{q}{h^r}$$

1. Les notations ici adoptées se rapportent aux arêtes  $b$ . En général, on exprime  $q$ ,  $r$  et  $s$  par rapport aux diagonales de la base. Pour simplifier, nous n'indiquons pas ici les formules, d'ailleurs très simples, qui permettent de passer d'une notation à l'autre.

l'exposant de  $h$  étant toujours plus grand que l'unité. Chaque face se répète sur un angle  $a$ , et on obtient ainsi un *prisme octogonal*, à base d'octogone non régulier, comme pour le dioctaèdre.

Une troncature parallèle aux premiers axes binaires, c'est-à-dire aux arêtes  $b$ , doit abattre chaque arête et la remplacer par une seule facette

$$b^{\frac{1}{0}} b^{\frac{1}{r}} h^{\frac{1}{s}} = b^{\frac{s}{r}}.$$

On obtient de la sorte une pyramide à base carrée, dite *octaèdre quadratique* ou *quadratoctaèdre*, dont la combinaison avec le prisme est représentée dans la figure 71 (forme du zircon).

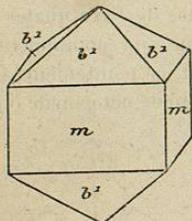


Fig. 71.

ou

$$b^{\frac{1}{r}} b^{\frac{1}{r}} h^{\frac{1}{s}}$$

$$a^{\frac{s}{r}}.$$

C'est aussi un octaèdre quadratique, mais dont la base a ses côtés parallèles aux diagonales du carré  $p$ . Sur le prisme  $m$ , la forme apparaît dans les conditions de la figure 72, c'est-à-dire qu'elle engendre quatre losanges égaux; car chaque face, telle que  $SABC$ , rencontre la face adjacente  $SBDE$  suivant un plan de symétrie de première espèce, lequel est parallèle à la face  $m$  qui aboutit en  $A$ . Donc  $SB$  est parallèle à  $AC$  et, comme  $AC = CB$ , la figure  $SABC$  est un parallélogramme à côtés égaux ou losange, dont la diagonale culminante  $SC$  est la trace d'un plan de symétrie de seconde espèce.

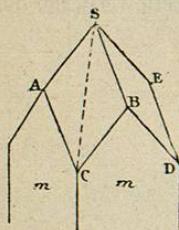


Fig. 72.

La figure 75 représente la combinaison de deux octaèdres qua-

dratiques d'espèces différentes, le second plus aigu. Dans la figure 74, le second octaèdre est tangent aux arêtes du premier.

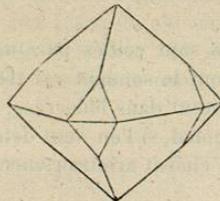


Fig. 75.

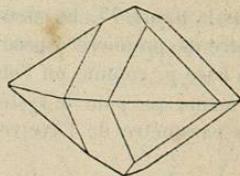


Fig. 74.

Enfin on voit (fig. 75) la combinaison d'un octaèdre quadratique avec un autre, d'espèce différente, mais surbaissé.

**Formes normales. Combinaisons.** — Les bases  $p$  constituent la forme normale à l'axe quaternaire.

La forme normale aux premiers axes est le prisme  $m$  lui-même ou *protoprisme*. Quant à la forme normale aux axes de seconde espèce, ce ne peut être qu'un autre prisme quadratique, ayant ses côtés parallèles aux diagonales de  $p$  et dont, par suite, les faces sont tangentes aux arêtes  $h$ . Sa notation sera donc  $h^1$ .

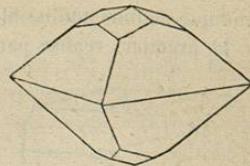


Fig. 73.

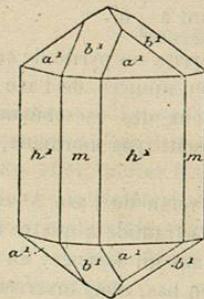


Fig. 76.

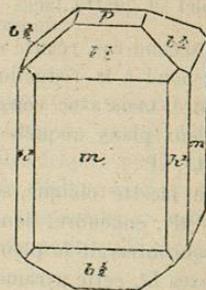


Fig. 77.

La figure 76 montre l'association des deux prismes  $m$  et  $h^1$

(dont l'ensemble a pour section droite l'octogone régulier), avec des octaèdres d'espèces différentes, dont l'un,  $b^4$ , est tangent aux arêtes de l'autre  $a^4$ . Cette forme est fréquente dans la casitérite ou oxyde d'étain.

Dans la figure 77, les deux prismes sont coiffés par un seul octaèdre de première espèce,  $b^{1/2}$ , dont le sommet est tronqué par la base  $p$ , comme on l'observe souvent dans l'idocrase.

De même que pour le système hexagonal, si l'on veut déterminer le paramètre de l'axe vertical, on choisit arbitrairement une

pyramide  $b^r$  pour lui appliquer la notation  $b^4$ . Ce choix fait, tout le reste s'ensuit et le meilleur choix est celui qui donne l'ensemble des notations les plus simples.

**Formes mériédriques.** — On observe, parmi les cristaux naturels, au moins deux des six cas mériédriques que la théorie indique comme admissibles dans le système quadratique.

Le premier, réalisé par le molybdate de plomb, dit Wulfénite ou mélinose, comporte la suppression des axes binaires et des quatre plans non principaux. Il ne reste plus que  $\Lambda^4$ , C, II. Aussi une facette parallèle à l'axe principal ne se répète-t-elle en tout que trois fois, ce qui transforme le prisme octogone en un prisme quadratique non orienté. Ainsi (fig. 78), on peut avoir ensemble,  $p$ ,  $b^{1/2}$  au

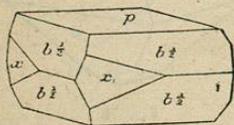


Fig. 78.

complet et quatre faces  $x$  correspondant à  $\frac{1}{2} h^r$ .

Le second cas, réalisé dans la chalcopryite ou pyrite de cuivre, correspond à la réduction de moitié du numéro de l'axe quaternaire, mais avec conservation de deux des axes binaires et des deux plans auxquels ces axes ne sont pas normaux, soit  $\Lambda^2$ ,  $2L^2$ ,  $2P'$ .

Une facette oblique, se répétant en vertu de l'axe  $\Lambda^2$  et des plans  $2P'$ , engendre, dans le haut, une pyramide à quatre faces, qui rencontrerait le plan principal suivant un losange. En vertu des axes  $L^2$ , cette pyramide se répète en bas, mais inversement, de telle sorte que son losange a ses angles aigus tournés du côté des angles obtus de l'autre. Les deux pyramides ne peuvent donc se raccorder que suivant un quadrilatère en zigzag, dont la moitié

est au-dessus et l'autre au-dessous du plan principal supprimé. Il en résulte un *disphénoèdre* (fig. 79). Quant aux octaèdres quadratiques, il en est, ceux dont les faces se répétaient relativement aux plans  $P'$ , qui demeurent intacts. Mais les autres, ceux qui avaient besoin, soit de l'axe quaternaire complet, soit des plans  $P$ , perdent la moitié de leurs faces et se transforment en

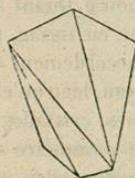


Fig. 79.

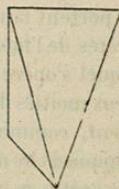


Fig. 80.

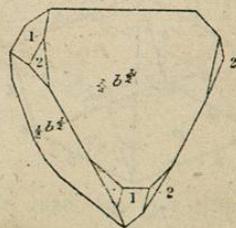


Fig. 81.

tétraèdres non réguliers, dits *sphénoèdres* (fig. 80). Souvent, dans la chalcopryite, les deux sphénoèdres inverses, dérivés de  $b^{1/2}$ , coexistent, mais avec un développement très inégal, comme dans la figure 81, où l'on voit  $1/2 b^{1/2}$  direct, tronqué par  $1 = 1/2 b^{1/2}$  inverse et par  $2 = a^{1/2}$ , cette dernière forme conservée sans altération, parce qu'elle est d'espèce inverse à  $b^{1/2}$ .

## § 4

## SYSTÈME RHOMBOÉDRIQUE

**Notation.** — Le système rhomboédrique est souvent considéré comme un cas particulier de l'hémiédrie du système hexagonal. En effet, toutes les formes rhomboédriques peuvent être dérivées de la symétrie sénnaire amoindrie. Mais ce mode particulier de cristallisation n'en a pas moins une existence indépendante et son importance est assez grande pour qu'il convienne de l'étudier à part.

Le noyau ou *rhomboèdre* est composé, comme nous savons, de six rhombes égaux, groupés trois par trois aux deux extrémités de l'axe ternaire et pouvant tous être substitués les uns aux

autres. Il n'y a donc que des faces  $p$  (fig. 82). Les deux pointements ternaires forment les angles  $a$ . Quant aux intersections trièdres des faces  $p$  du haut avec celles du bas, elles diffèrent des pointements précédents et peuvent seulement être substituées les unes aux autres par rotation autour de l'axe ternaire et des axes binaires. Ce sont des angles  $e$ .

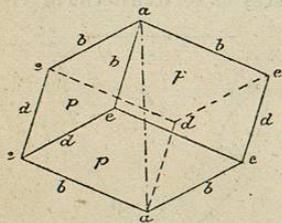


Fig. 82.

Les arêtes culminantes, soit du haut, soit du bas, sont identiques et portent la notation  $b$ . Quant aux arêtes de l'hexagone en zigzag, par lequel s'opère le raccordement des deux moitiés du noyau, bien qu'elles aient, comme lignes cristallographiques, le même paramètre que les arêtes  $b$ , auxquelles elles sont parallèles, l'angle dièdre qu'elles définissent diffère de celui des faces culminantes. Elles doivent donc porter la notation  $d$ .

Au lieu de procéder comme pour les autres systèmes, c'est-à-dire d'étudier successivement la forme oblique, les formes parallèles et les formes normales, nous passerons en revue les diverses modifications qui peuvent être apportées, soit aux angles, soit aux arêtes du rhomboëdre. Cette marche est dictée, en quelque sorte, par la grande importance que donne, à la forme primitive, la facilité des clivages parallèles à  $p$  dans les principales espèces rhomboédriques.

**1° Modifications sur les angles culminants. Scalenoëdres. Isocloëdres.** — Toute modification de ce genre doit remplacer l'angle  $a$  par un pointement plus surbaissé. La forme la plus générale est celle qu'on obtient à l'aide d'une facette QRS (fig. 85), interceptant, sur les trois arêtes  $b$ , de même paramètre, des longueurs proportionnelles à  $\frac{1}{q}, \frac{1}{r}, \frac{1}{s}$ , de sorte que sa notation est

$$\frac{1}{b^q} \frac{1}{b^r} \frac{1}{b^s}.$$

Le plan de symétrie qui passe par l'arête  $z$  exige la répétition de QRS en Q'R'S', en sorte que l'extrémité de l'arête  $z$  est remplacée par deux facettes, dont la symétrie ternaire entraîne la

reproduction sur les arêtes  $x$  et  $y$ . Il en résulte six faces (fig. 84), qui, prises deux à deux, dessinent des chevrons sur les faces  $p$ .

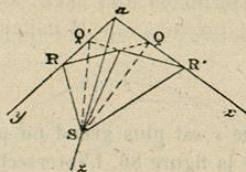


Fig. 85.

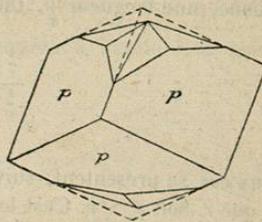


Fig. 84.

Le même pointement se répète en bas, mais dans une situation inverse, de telle sorte que les longues arêtes du pointement supérieur vont au-devant des arêtes courtes de l'autre. La forme ainsi produite est un *scalenoëdre aplati*, analogue à celui qui est représenté dans la figure 85. Les triangles scalènes se coupent suivant les plans de symétrie et les axes binaires aboutissent au milieu des bases de ces triangles, dont la réunion dessine un hexagone en zigzag.

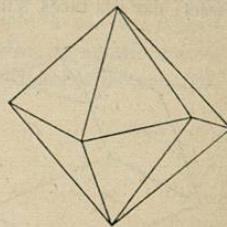


Fig. 83.

Les angles dièdres des arêtes culminantes du scalenoëdre, égaux de deux en deux, sont alternativement plus ou moins obtus. Tantôt l'angle dièdre le plus obtus est celui qui correspond au milieu d'une face  $p$ , avec laquelle les deux facettes coïncideraient si le dièdre continuait à s'ouvrir; tantôt c'est l'inverse. Les scalenoëdres de la première catégorie sont appelés *directs*; ceux de la seconde sont dits *inverses*. La limite commune des deux séries est une double pyramide, dont tous les angles dièdres culminants sont égaux et dont, par suite, les deux moitiés se raccordent suivant un hexagone régulier plan. C'est un *isocloëdre* et, par exception, le système paraît avoir, dans ce cas particulier, un plan principal de symétrie.

**2° Rhomboëdres et base.** — Supposons maintenant que la facette modifiante soit symétriquement placée sur l'angle  $a$ ,

interceptant, sur deux arêtes  $b$ , la même longueur  $\frac{1}{r}$  et, sur la troisième, une longueur  $\frac{1}{s}$ . On la notera

$$a^{\frac{1}{r} \frac{1}{s}} = a^{\frac{s}{r}}$$

Deux cas se présentent, suivant que  $s$  est plus grand ou plus petit que  $r$ . Soit  $s > r$ . C'est le cas de la figure 86. L'intersection de la facette avec  $p$  est parallèle à la diagonale horizontale de  $p$ , c'est-à-dire à un axe binaire. Les trois intersections dessinent, autour de  $a$ , un triangle équilatéral, servant de base à une pyramide trièdre surbaissée. Une pyramide identique, mais différemment placée, tronque l'autre angle  $a$ , et il est aisé de voir que les deux ensemble donnent un *rhomboèdre aplati*. Ce rhomboèdre est *direct*, car ses faces s'inclinent dans le même sens que celles de

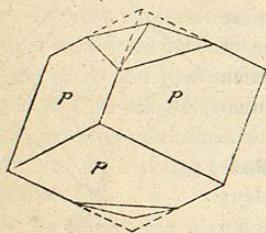


Fig. 86.

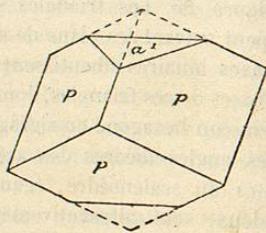


Fig. 87.

$p$  et ses arêtes concourent avec les arêtes  $b$ . La plus grande valeur de  $s$  correspond à  $\frac{1}{s} = 0$ , cas où la facette se confond avec  $p$ . Le rhomboèdre primitif est donc la limite des rhomboèdres directs sur  $a$  et peut s'écrire  $a^\infty$ . Ensuite l'exposant de  $a$  diminue sans cesse, jusqu'à ce que  $\frac{1}{s}$  devienne égal à  $\frac{1}{r}$ . On n'a plus alors qu'une *base* (fig. 87), ou forme normale à l'axe ternaire, et dont la notation est  $a^1$ . Si l'on continue à modifier l'angle, à partir de ce moment la facette s'incline en sens contraire,  $s$  devient inférieur à  $r$  et les couples de trois troncutures engendrent (fig. 88)

des *rhomboèdres inverses*, dont les faces s'inclinent *comme les arêtes* de  $p$ . Ces rhomboèdres aplatis, qui dessinent des chevrons sur  $p$ , ont une limite; elle est atteinte quand  $\frac{1}{s} = \infty$  ou  $s = 0$ , auquel cas la face modifiante est *tangente* à l'arête  $b$  et mérite la notation  $b^1$ , qui équivaut à  $a^0$ .

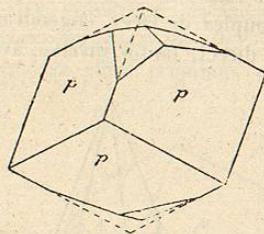


Fig. 88.

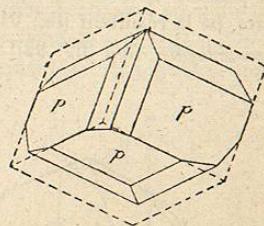


Fig. 89.

**Modifications sur les arêtes culminantes.** — Toute modification de ce genre remplace chaque arête  $b$  par un biseau (fig. 89). Il en résulte encore un *scalénoèdre*, ni aplati ni surbaissé, mais incliné exactement comme le rhomboèdre primitif. Sa notation, qui devrait être

$$b^{\frac{1}{r} \frac{1}{s}}$$

s'écrit plus simplement  $b^{\frac{s}{r}}$ . Comme précédemment, il y a deux séries de scalénoèdres, les uns *directs*, partant de  $p = b^\infty$ , les autres *inverses* et séparés des premiers par un *isocéloèdre*, dont on peut établir que la notation doit être  $b^2$ . La limite de la série inverse est atteinte quand le biseau se réduit à une seule face, *tangente* sur  $b$ , ce qui donne le *rhomboèdre dit inverse du primitif* et noté  $b^1$  (fig. 90).

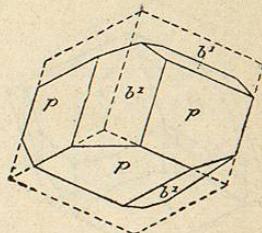


Fig. 90.

**Modifications sur les angles latéraux.** — La facette déterminante tronque un angle  $c$ , en interceptant  $\frac{1}{s}$  sur l'arête  $b$ ,  $\frac{1}{r}$

et  $\frac{1}{q}$  sur les deux arêtes  $d$ , de même paramètre que la première.

Le symbole est donc

$$b^{\frac{1}{s}} d^{\frac{1}{r}} d^{\frac{1}{q}}.$$

Le plan de symétrie qui passe en  $e$  exige le doublement de la facette. De là résultent (fig. 91) six couples de faces, engendrant un *scalénoèdre aigu* (fig. 92), tantôt direct, tantôt inverse, avec

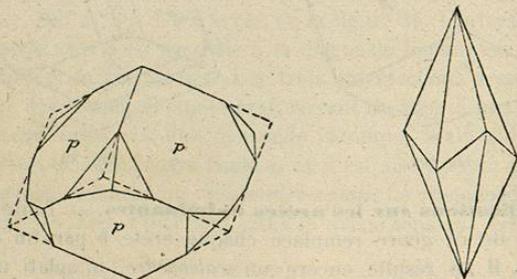


Fig. 91.

Fig. 92.

un *isocéloèdre* pour limite commune des deux séries. Les scalénoèdres pour lesquels  $s=r$  sont notés  $e^{\frac{1}{q}}$ . La forme  $e_3$  est un isocéloèdre.

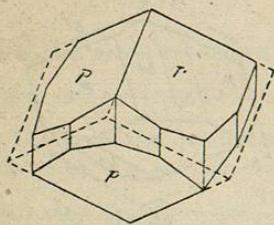


Fig. 93.

Quand la troncature déterminante devient verticale, la forme résultante est un *prisme dodécagone* (fig. 95), parallèle à l'axe ternaire. Ici, l'axe étant d'ordre impair, la forme parallèle garde le même nombre de faces que la forme oblique. Les angles dièdres du prisme sont alternativement plus et moins obtus. Le symbole est

$$b^{\frac{1}{q+r}} d^{\frac{1}{r}} d^{\frac{1}{q}}.$$

Si la troncature est symétrique sur l'angle  $e$ , elle devient parallèle à la diagonale horizontale du rhombe inférieur et prend une

forme isocèle (fig. 94). Cela conduit à un *rhomboèdre inverse aigu*,

de notation  $e^{\frac{s}{r}}$ ,  $s$  se rapportant toujours à l'arête  $b$ . On part de  $\frac{1}{s} = \infty$ , auquel cas la forme résultante est  $b^1$ , correspondant à  $e^0$ ; puis l'indice augmente progressivement. Lorsque, sans cesser d'être symétrique, la facette devient verticale, on obtient un *prisme hexagonal régulier*, dont le symbole est facile à déterminer. En effet, projetons verticalement le rhomboèdre sur un

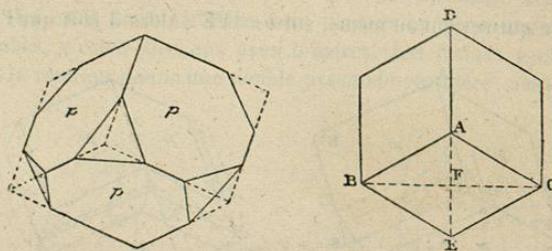


Fig. 94.

Fig. 95.

plan, normal à l'axe ternaire (et contenant, par conséquent, les axes binaires). La projection sera un hexagone régulier (fig. 95), puisque les losanges ont la même inclinaison sur le plan de projection. Soit  $E$  la projection de l'angle  $e$  considéré. Une troncature, parallèle à l'axe projeté en  $A$  et symétrique sur  $e$ , aura une trace parallèle à  $BC$ , c'est-à-dire interceptant sur les trois arêtes concourantes (également inclinées sur le plan) des longueurs qui sont entre elles comme  $BE$ ,  $EC$  et  $EF$ . Or, dans le losange de 60 degrés  $ABEC$ , la demi-diagonale  $EF$  est la moitié du côté  $BE$ . Donc

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{r} \text{ ou } s = 2r; \text{ donc } e^{\frac{s}{r}} \text{ devient}$$

$e^2$ . Telle est la notation du *protoprisme*, forme parallèle aux axes binaires. Par suite de ce parallélisme,  $e^2$  doit couper, à chaque angle  $e$ , une face  $p$  suivant une horizontale, et les deux autres

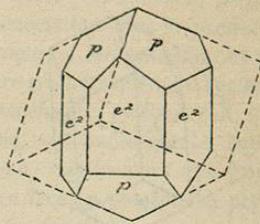


Fig. 96.

suivant un chevron. Cette combinaison  $pe^2$  est représentée dans la figure 96.

A partir de  $e^2$ , si la facette continue à s'incliner, elle penche désormais dans le même sens que la face  $p$  du bas. On obtient donc une série de *rhomboédres directs*, échelonnés entre  $e^2$  et  $p$ , qui correspond à  $e^\infty$ .

**Modifications sur les arêtes latérales.** — La plus générale comprend deux facettes sur chaque arête  $d$ , dont l'une intercepte (fig. 97)  $EC = \frac{1}{q}$  sur  $b = AE$  et  $DE = \frac{1}{s}$  sur  $d = EE''$ , ou, ce qui revient au même, sur  $b = A'E'$ . Alors il faut que l'autre

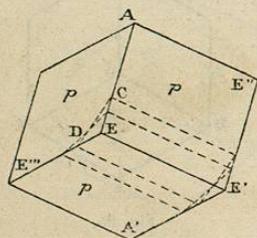


Fig. 97.

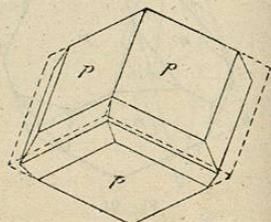


Fig. 98.

facette intercepte  $\frac{1}{s}$  sur  $EA$ , et  $\frac{1}{q}$  sur  $E'A'$ . Le biseau résultant

(fig. 98) donne un *scalenohédre*, toujours plus aigu que le rhomboédre primitif et en même temps direct. Les scalénohédres de cette série, tous appuyés sur l'hexagone en zigzag du rhomboédre fondamental, ont reçu d'Haüy (au moins pour ce qui concerne la calcite) la désignation de *métastatiques*. On les note

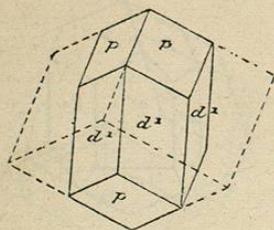


Fig. 99.

$\frac{1}{d^s}$ . Ces scalénohédres sont compris entre  $p = d^\infty$ , et la forme pour laquelle les deux troncutures du biseau, devenant verticales, se réduisent à une seule, engendrant le *deutroprisme*  $d^1$  (fig. 99), *tangent* aux arêtes  $d$ .

Le biseau, devenant verticales, se réduisent à une seule, engendrant le *deutroprisme*  $d^1$  (fig. 99), *tangent* aux arêtes  $d$ .

**Formes birhombédriques.** — Si l'on joint (fig. 400) un

sommet ternaire A du rhomboédre aux milieux M et M' de deux arêtes  $d$  consécutives, on obtient une face triangulaire isocèle

AMM', appartenant à un rhomboédre inverse de notation  $e^{\frac{s}{r}}$ , avec la condition  $\frac{1}{s} = 2 \times \frac{1}{r}$ , puisque  $EM = EM' = \frac{1}{2} EA$ ; donc le symbole du rhomboédre est  $e^{1/2}$ .

Or les faces AMM' de ce rhomboédre, combinées avec les portions restantes AMM'' des faces  $p$ , engendrent une pyramide hexagonale isocéloédrique, ayant pour base un hexagone régulier, dont les côtés sont parallèles aux diagonales horizontales des rhombes, c'est-à-dire aux axes binaires. Les formes  $p$  et  $e^{1/2}$ , dont la réunion donne une double pyramide régulière, sont dites

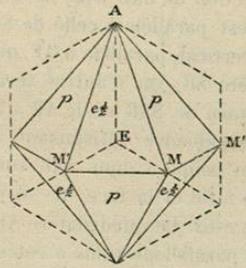


Fig. 100.

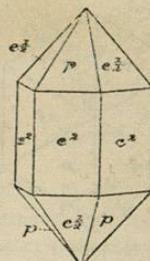


Fig. 101.

*birhombédriques*. Chaque rhomboédre direct possède ainsi, parmi ses inverses, un rhomboédre, dont l'association avec le premier engendre une double pyramide hexagonale ou *birhombédre*, et si les faces de cette pyramide peuvent être géométriquement égales, au point de donner lieu à un pseudo-isocéloédre, on s'aperçoit, en général, de leur différence intrinsèque, soit parce que les trois faces de  $p$  dominant, sur un pointement, relativement aux trois faces de  $e^{1/2}$ , soit parce que la série des faces  $p$  possède des propriétés physiques différentes de celles des faces  $e^{1/2}$ .

Les faces  $p$  et  $e^{1/2}$  étant parallèles aux axes binaires, lesquels sont contenus en direction dans les faces du prisme  $e^2$ , la combinaison  $pe^{1/2}e^2$  donne (fig. 101) un prisme hexagonal coiffé par deux pyramides régulières et dit *prisme bipyramidé*.

**Isocéloédres, faces rhombes.** — Remarquons maintenant

que les faces adjacentes d'une forme birhomboédrique sont toutes perpendiculaires aux six plans de symétrie. Si donc, sur l'angle formé par la rencontre d'une face  $p$ , d'une face  $e^{1/2}$  et de deux faces  $e^2$ , on installe une troncature symétrique (c'est-à-dire interceptant des longueurs égales sur les deux arêtes horizontales du prisme pyramidé), cette troncature ne penchera pas plus vers le plan de symétrie de droite que vers celui de gauche. Elle appartiendra donc à un isocéloèdre et dessinera, sur le pointement en question, un quadrilatère symétrique, formé de deux triangles équilatéraux, juxtaposés par leurs bases.

Supposons en outre qu'un tel isocéloèdre, symétrique sur l'arête projetée en A (fig. 102), soit astreint à faire partie de la zone qui comprend la face SAB de  $p$  et la face, projetée en AF, du prisme  $e^2$ .

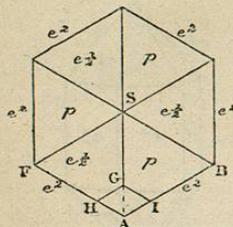


fig. 102. F

L'intersection de SAB avec la face verticale AF est parallèle à celle de SAB avec le plan vertical, parallèle à AF, qui passe par l'arête SB; en d'autres termes, la zone formée de SAB et de AP a SB pour axe. L'isocéloèdre satisfaisant à cette condition coupera donc SAB suivant GI parallèle à SB et la face AF suivant AH parallèle à GI. Le quadrilatère AHGI sera donc un parallélogramme à côtés égaux, c'est-à-dire un rhombe. Aussi la face de

cette forme, quand elle se rencontre à l'état de troncature sur l'ensemble  $pe^{1/2}e^2$ , porte-t-elle le nom de *face rhombe*.

**Formes méridiennes.** — Le cas des *polyèdres holoaxes hémisymétriques* est intéressant à examiner, parce qu'il trouve sa réalisation dans une espèce minérale très répandue, le quartz ou cristal de roche.

Le symbole de cette variété étant  $\Lambda^5, 5L^2$ , la forme oblique se réduit à trois faces en haut et trois en bas, donnant (fig. 105), à la place du scalénoèdre, un *trapézoèdre trigonal*. Un isocéloèdre se transforme en une double pyramide à base de triangle équilatéral et le prisme dodécagonal, perdant la moitié de ses faces, devient un *prisme ditrigonal* (fig. 104). Les rhomboédres et le prisme  $e^2$ , qui ont leur faces perpendiculaires aux plans de symétrie, ne sont pas atteints par ce mode d'hémiedrie, qui supprime la moitié des faces du prisme  $d^1$ .

C'est ainsi que dans le quartz on observe (fig. 105) la combinaison des formes complètes  $p, e^{1/2}, e^2$  avec un *hémiscalénoèdre*  $\sigma$  et un *hémisocéloèdre*  $\rho$ . Les faces  $\sigma$  sont dites *plagièdres* et la face  $\rho$  s'appelle *rhombe*, parce que, ainsi que nous l'avons précédemment expliqué, cette face, installée sur le croisement de deux faces  $p$  et  $e^{1/2}$  avec deux faces  $e^2$ , fait partie de la zone



Fig. 103.

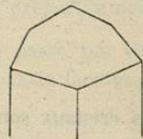


Fig. 104.

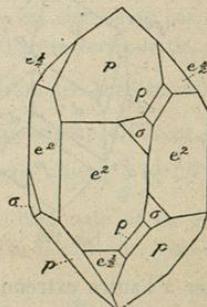


Fig. 105.

engendrée par chacune des deux premières et celle des deux faces  $e^2$  qu'elle ne coupe pas horizontalement. Dans un cristal bipyramidé complet, comme c'est une face  $e^{1/2}$  qui correspond à une face  $p$  de l'autre côté de la face prismatique  $e^2$ , les faces  $\rho$  et  $\sigma$  doivent se trouver *aux deux extrémités d'une même arête verticale*, tandis qu'il n'y a qu'une arête sur deux qui les porte.

Dans le cas des polyèdres *hémiaxes centrés* ( $\Lambda^5, C$ ), les rhomboédres ne sont pas atteints, grâce à l'existence du centre; mais les scalénoédres perdent la moitié de leurs faces et se transforment en rhomboédres, dont les plans diagonaux ne sont pas des plans de symétrie du cristal. C'est ainsi que, dans le diopside, l'hémiscalénoèdre  $\frac{1}{2}d^5$  apparaît (fig. 106) comme troncatures sur deux des six intersections de  $p$  avec  $d^1$  (lequel ne perd aucune face, les trois positions données par  $\Lambda^5$  se répétant relativement au centre).

Il faut encore dire un mot des polyèdres *hémiaxes dichosymétriques* ( $\Lambda^5, 5P$ ), à cause de l'importance de la tourmaline, qui réalise cette combinaison. Le prisme  $e^2$ , qui est perpendiculaire