En effet, prenons le moment de chacune des forces par rapport au point C; nous aurons, en abaissant des points A', B' et G', les perpendiculaires $A'a$, $B'b$, G'I, et en désignant par q le poids du fléau :

$$(P+p)\,Cb = P \times Ca + q \times G'I$$

Mais les deux poids égaux P, appliqués en A' et B', ont une résultante unique passant par le point C, qui est détruite par la résistance de ce point; par conséquent, les deux termes $P \times Cb$ et $P \times Ca$ s'éliminent, et il vient :

$$p \times Cb = q \times G'I$$

Or, à mesure que le fléau s'incline, le moment $p \times Cb$ diminue, tandis que le moment $q \times G'I$ augmente à partir de zéro. Il y a donc une position inclinée du fléau, et une seule, pour laquelle ces moments sont égaux, et dans cette nouvelle position, la balance est encore en équilibre stable. Donc, le centre de gravité du fléau doit toujours être au-dessous du point de suspension.

183. Sensibilité. — Une balance est sensible lorsqu'une petite différence entre les poids placés dans les plateaux est indiquée par une inclinaison sensible du fléau. Pour arriver à ce résultat, il faut diminuer, autant que possible, le frottement des couteaux sur leur plan d'appui, ce qui a conduit à les construire en matières très dures, telles que l'acier ou l'agate.

La sensibilité d'une balance implique encore les conditions suivantes :

1° Il faut que le fléau soit aussi long et aussi léger que possible, et que le centre de gravité soit situé le plus près possible de l'axe de suspension;

2° Il faut que les points de suspension du fléau et des plateaux soient en ligne droite.

Désignant par h la distance CG, du centre de gravité du fléau au point C, par l la longueur des bras du fléau et par α l'angle $ACA' = BCB'$, nous aurons :

$$Cb = l \cos \alpha \quad \text{et} \quad G'I = h \sin \alpha$$

Et l'équation d'équilibre $p \times Cb = q \times G'I$

pourra s'écrire : $p \times l \cos \alpha = q \times h \sin \alpha$; d'où $\dfrac{p \times l}{q \times h} = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tang} \alpha$

Il est évident que la balance sera d'autant plus sensible que l'angle α sera plus grand pour un même poids p; mais tant que cet angle ne dépasse pas un petit nombre de degrés, on peut le considérer comme étant sensiblement proportionnel à sa tangente, et la formule ci-dessus montre qu'une balance sera d'autant plus sensible que la longueur l sera plus grande, le poids q du fléau plus faible et la distance h moins considérable, ce qui prouve la première condition énoncée plus haut.

Pour démontrer la deuxième condition, considérons un fléau affectant la forme d'un levier coudé ACB (*fig.* 145) mobile

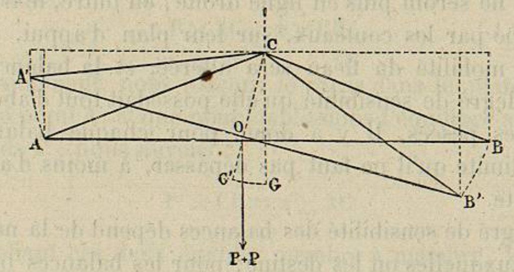

Fig. 145.

autour du point C. Pour une position quelconque A'CB' inclinée de ce fléau, la résultante des deux poids égaux P appliqués en A' et B' passerait toujours par le point O, milieu de A'B', et ne serait plus détruite par la résistance du point fixe. Les moments des poids P, qui, d'ailleurs, ne sont plus égaux puisque le point B' s'est rapproché de la verticale CG tandis que A' s'en est éloigné, ne disparaîtraient pas de l'équation d'équilibre, et, comme conséquence, l'angle α, ou la sensibilité de la balance, varierait suivant la charge des plateaux. En examinant la figure, on voit que la résultante $P+P$ tend à maintenir le point O sur la verticale du point d'appui, et sa résistance au déplacement sera d'autant plus considérable que les poids P seront plus grands. Il faut donc que les trois points de suspension soient en ligne droite pour que la sensibilité de la balance soit indépendante de la charge.

Pour réaliser la première condition, on donne au fléau la forme d'un losange que l'on évide de part et d'autre afin de le rendre très léger. Dans quelques balances, et principalement dans les balances de précision, on peut faire varier le degré de sensibilité au moyen d'un dispositif fort simple. Perpendiculairement au fléau et au-dessus du point d'appui, on a placé une tige filetée recevant un écrou dont le poids éloigne ou rapproche le centre de gravité de l'axe de suspension, suivant que l'on fait descendre ou monter cet écrou.

En pratique, malgré que la deuxième condition soit strictement remplie, l'appareil deviendra moins sensible lorsqu'on l'emploiera pour peser des corps très lourds, car le fléau n'ayant jamais une rigidité absolue, fléchira, et les trois points A, C, B, ne seront plus en ligne droite; en outre, le frottement développé par les couteaux, sur leur plan d'appui, augmentera, la mobilité du fléau sera altérée, et la balance n'aura plus le degré de sensibilité qu'elle possédait tout d'abord pour de petites pesées. Il y a donc, pour chaque balance, une charge limite qu'il ne faut pas dépasser, à moins d'altérer sa sensibilité.

Le degré de sensibilité des balances dépend de la nature des pesées auxquelles on les destine; pour les balances ordinaires du commerce, le règlement l'a fixé à $\frac{1}{2000}$ de la charge maximum qu'elles peuvent accuser. Pour les balances de précision employées dans les cabinets de physique et de chimie, on atteint une précision de 1/10 de milligramme, et, pour les balances d'essayeur, cette précision va jusqu'à 1/20 de milligramme.

184. Méthode des doubles pesées. — Malgré tous les soins apportés dans la construction des balances, il est fort difficile de réaliser une des conditions de justesse, c'est-à-dire d'obtenir une égalité absolue dans les bras du fléau. Pour effectuer des pesées très exactes au moyen d'une balance quelconque, on emploie une méthode imaginée par Borda et appelée *méthode des doubles pesées*.

On place, dans l'un des plateaux de la balance, le corps dont on veut connaître le poids, et on établit l'équilibre en mettant dans l'autre plateau des objets quelconques, tels que de la grenaille de plomb, du sable, etc. Ensuite, on enlève le corps et on le remplace par des poids connus, de façon à ramener le fléau dans la position horizontale. Il suffit alors d'évaluer le nombre de poids marqués, car produisant l'équilibre dans des conditions identiques à celles du corps, puisqu'ils agissent à l'extrémité du même bras du fléau, ils représentent exactement son poids, quelle que soit la différence qui existe entre les bras de levier. On peut donc obtenir une pesée très exacte avec une balance de peu de justesse, si elle est suffisamment sensible.

185. Autre méthode. — Soient x le poids cherché, AB l'axe du fléau de la balance et C son point d'appui. Le corps étant placé dans le plateau suspendu au point B, supposons qu'il faille un poids P pour déterminer l'horizontalité du fléau, nous aurons :

$$P \times AC = x \times CB$$

Si, maintenant, nous plaçons le corps dans le plateau suspendu au point A, et que nous établissions l'équilibre au moyen d'un poids P′, nous aurons :

$$P' \times CB = x \times AC$$

Multipliant ces deux égalités membre à membre, les quantités AC et BC disparaissent, et il vient :

$$x^2 = P \times P' \quad \text{d'où} \quad x = \sqrt{P \times P'}$$

c'est-à-dire que le poids du corps est une moyenne géométrique entre les poids trouvés dans les deux pesées successives.

186. Romaine. — La balance romaine (*fig.* 146) se compose d'un levier AB du premier genre, à bras très inégaux; ce levier, appelé *fléau*, est suspendu à une pièce CC′, munie à sa partie inférieure d'une chape sur laquelle vient s'appuyer un couteau C, et à sa partie supérieure elle porte un anneau C′ servant à supporter l'appareil soit à la main, soit de toute autre manière. Près de l'extrémité A du petit bras de levier se trouve disposé un crochet, et quelquefois un plateau, dans lequel se placent les corps à peser. Sur le grand bras du fléau, qui est d'une faible section relativement au petit, glisse un poids constant Q, appelé *curseur*, pouvant se déplacer longitudinalement pour établir l'équilibre.

Un corps P étant suspendu au crochet A, il faut, pour en obtenir le poids, faire glisser le curseur le long de BC, et l'amener dans une position telle que le fléau se maintienne hori-

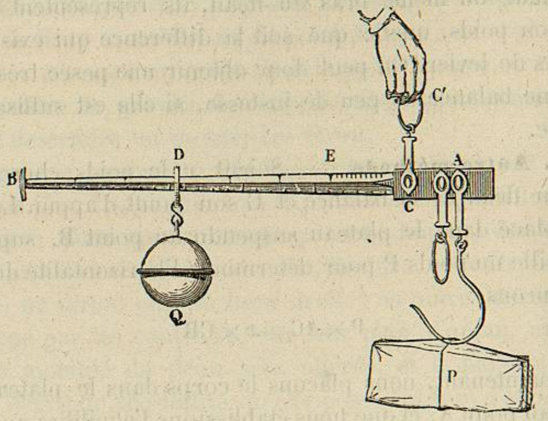

Fig. 146.

zontal : il suffit alors de lire à quelle division se trouve le poids Q pour connaître celui du corps.

187. Graduation. — Supposons d'abord que le centre de gravité du fléau se trouve sur la verticale du point de suspension C; le frottement sur les couteaux étant négligeable, nous aurons, pour l'équation d'équilibre, en désignant par P le poids du corps et par Q celui du curseur :

$$P \times AC = Q \times CD \quad \text{d'où} \quad P = Q \times \frac{CD}{AC}$$

Or, le poids Q et la longueur AC étant des quantités constantes, il s'ensuit que le poids P du corps est proportionnel à la distance CD correspondant au point où il faut amener le poids Q pour obtenir l'horizontalité du fléau.

Par conséquent, pour graduer l'instrument, on placera le zéro au point C; on suspendra au crochet A un poids de 1 kilogramme, on cherchera la position du curseur Q, correspondant à la position d'équilibre, et on marquera 1 en ce point. Ensuite, sur la direction de CB, on portera des longueurs 1. 2, 2. 3,.. égales à C1, et on marquera 2, 3, 4... aux points ainsi déterminés. Pour apprécier les fractions de kilogramme, on divisera les intervalles successifs 1. 2, 2. 3,.. en un certain

nombre de parties égales, suivant le degré d'approximation qu'on veut obtenir.

Ordinairement, le centre de gravité G ne se trouve pas sur la verticale du point d'appui; il se trouve entre les points A et C. Soient E la position du curseur qui établit l'équilibre lorsque aucun poids n'agit en A, et q le poids du fléau agissant en G; nous aurons, d'après le principe des moments :

$$q \times CG = Q \times CE$$

Un poids P étant suspendu en A et le curseur ayant été transporté en D, l'équation d'équilibre deviendra :

$$P \times AC + q \times CG = Q \times CD = Q\,(CE + DE) \qquad (1)$$

Retranchant la première égalité de la deuxième, nous aurons :

$$P \times AC = Q \times ED \quad \text{d'où} \quad P = Q \times \frac{ED}{AC}$$

Or le poids Q et la longueur AC étant des quantités constantes, il en résulte que P est proportionnel à ED.

Pour opérer la graduation de l'instrument, on marquera le zéro au point E; on suspendra au crochet A un poids connu, 5 kilogrammes par exemple, et on marquera le chiffre 5 au point D déterminé par la position du poids curseur correspondant à l'équilibre; on divisera la distance ED en 5 parties égales et on portera les divisions au delà. Il sera facile de diviser les intervalles compris entre chaque division, pour apprécier les fractions de kilogramme.

Il est à remarquer que le centre de gravité peut être situé indistinctement à droite ou à gauche de l'axe de suspension; dans ce dernier cas l'équation (1) serait modifiée, car le moment $q \times CG$ passerait dans le second membre.

Généralement, les romaines ne sont employées que pour des pesées de peu de précision; leur emploi est toléré si elles trébuchent pour un excès égal au $\frac{1}{500}$ de la charge maximum. Leur avantage est qu'elles n'exigent pas de poids marqués et les pesées s'opèrent rapidement.

Les balances romaines sont très souvent munies de deux chapes de suspension, comme l'indique la figure. Si on veut peser des corps légers, on suspendra la balance par l'anneau qui est le plus éloigné du point A ; si ces corps ont un poids considérable, on retourne l'appareil et on se sert de l'anneau qui est le plus près du point A ; on diminue ainsi le petit bras du fléau. Ce fléau porte alors deux échelles différentes destinées à ces deux manières d'employer l'instrument.

188. Balance-bascule. — La balance-bascule, appelée aussi *balance de Quintenz*, du nom de son inventeur, sert à peser des fardeaux dont le poids est très considérable. Elle a été pendant longtemps en grand usage dans le commerce et dans l'industrie, en raison de la facilité avec laquelle on met et on enlève les corps dont on veut apprécier le poids.

La balance-bascule est indiquée dans son ensemble (*fig.* 147).

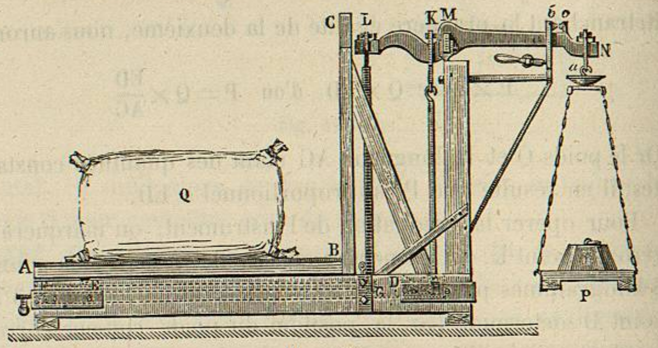

Fig. 147.

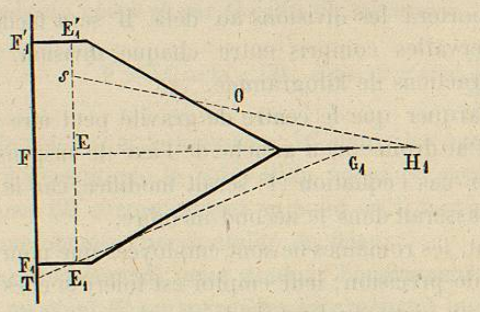

Fig. 148.

Elle se compose essentiellement d'un levier LN mobile autour d'un axe horizontal M. Ce levier porte à l'une de ses extrémités un plateau P, suspendu au moyen de chaînes, sur lequel on dispose les poids marqués qui doivent faire équilibre au

poids du corps. Celui-ci se place sur une plate-forme horizontale appelée *tablier*, surmontée d'une partie verticale BC destinée à protéger l'appareil et qui est liée invariablement, au moyen d'une pièce oblique nommée *fourche*, à une autre pièce horizontale suspendue sur un couteau, au point K du petit bras du fléau, par une tringle verticale HK. Une autre tringle verticale LG, reposant églement par un couteau sur le même bras du fléau, est liée inférieurement à l'extrémité d'un levier FG, qui se divise en deux branches mobiles autour de leurs extrémités F (*fig.* 148). Ce levier sert de second point d'appui au tablier muni de couteaux E reposant sur les branches de la fourche F G.

La disposition et le rapport établi entre les leviers combinés permettent à la balance-bascule de satisfaire aux deux conditions suivantes, très utiles en pratique :

1° Le tablier AB se meut parallèlement à lui-même dans le sens vertical, sous l'influence d'un poids Q.

2° La position d'un corps sur le tablier est indifférente, c'est-à-dire qu'un même poids lui fait toujours équilibre quelle que soit la position du corps sur le tablier.

Examinons d'abord de quelle manière la première condition a été remplie. Le plateau AB venant à s'abaisser, les points E et G, appartenant au levier FG, descendent en tournant autour du point F de quantités telles qu'en les désignant par l et l', on a :

$$\frac{l}{l'} = \frac{FE}{FG}$$

Pendant ce temps, les points L et K s'abaissent également de quantités l' et l'' telles que l'on a :

$$\frac{l'}{l''} = \frac{ML}{MK}$$

Multipliant ces deux égalités membre à membre, il vient :

$$\frac{l}{l''} = \frac{FE}{FG} \times \frac{ML}{MK}$$

Or, pour que le tablier se meuve parallèlement à lui-même, il faut que $l = l''$, ce qui arrivera lorsqu'on aura :

$$\frac{FE}{FG} \times \frac{ML}{MK} = 1 \text{ c'est-à-dire } \frac{FE}{FG} = \frac{MK}{ML}.$$

La construction de la balance est telle que cette égalité de rapports se trouve satisfaite.

Examinons maintenant la deuxième condition. Il suffit de faire voir que, quelle que soit la position du corps sur le tablier, son poids agit sur le levier LN comme s'il était appliqué directement au point K. Pour cela, considérons le plan de la figure représentant la fourche FG. Soit O le point où la verticale passant par le centre de gravité du corps perce ce plan; le poids Q du corps appliqué en O peut se décomposer en deux forces verticales, l'une q appliquée au point H_1 et l'autre q_1, appliquée en un point s de la droite qui joint les couteaux E par l'intermédiaire desquels le tablier repose sur la fourche. Cette deuxième composante q_1 peut à son tour être décomposée en deux autres forces q' et q'' appliquées en E_1 et E'_1. Le poids Q se trouve ainsi décomposé en trois forces q, q', q'' qui, étant parallèles et de même sens, donnent :

$$q+q'+q''=Q$$

La force q appliquée en H_1 agit comme si elle était appliquée au point K du levier supérieur ; nous n'avons donc plus à nous en occuper. Il reste maintenant les deux forces q' et q'' ; l'une d'elles q', appliquée en E_1 peut se décomposer en deux autres, dont la première appliquée en T sera détruite par la résistance de l'axe $F_1F'_1$ et dont la deuxième appliquée en G_1 aura pour expression :

$$q'\times\frac{E_1T}{TG_1}$$

Si nous remarquons que, dans le triangle G_1FT, la droite EE_1 est parallèle à la base, la valeur de cette composante pourra s'écrire :

$$q'\times\frac{FE}{FG_1}$$

Mais cette force peut être considérée comme appliquée au point L, extrémité supérieure de la tringle GL, et elle peut être remplacée par une autre force agissant en K, pourvu qu'elle ait même moment par rapport à l'axe M (**171**, REMARQUE 1). Cette force aura pour valeur :

$$q'\times\frac{FE}{FG_1}\times\frac{ML}{MK}$$

Mais nous avons trouvé :

$$\frac{FE}{FG}\times\frac{ML}{MK}=1$$

donc cette composante se réduit à sa valeur primitive q'.

On démontrerait de la même manière que la composante q'' du poids du corps, agissant en E', produit le même effet que si elle était appliquée au point K. Celui-ci se trouve donc sollicité par trois forces verticales q, q' et q'' se composant en une seule qui est égale au poids Q du corps.

189. Conditions d'équilibre. — Un corps Q étant équilibré par un poids P placé dans le plateau, on doit avoir :

$$Q\times MK=P\times MN$$

d'où :

$$Q=P\times\frac{MN}{MK}$$

Le poids cherché est donc égal au poids P multiplié par le rapport $\frac{MN}{MK}$. Ordinairement on prend ce rapport égal à 10; s'il s'agit de peser des corps très lourds, on le fait égal à 100.

Lorsque la balance bascule ne fonctionne pas, le fléau LN doit se maintenir dans une position horizontale, position indiquée par deux index b et c, dont l'un b est fixe, et l'autre c, mobile, qui doivent se placer en regard. Comme cette condition n'est pas toujours satisfaite, on y supplée en plaçant dans une petite cuvette a un nombre de poids suffisants que l'on appelle *la tare*.

Pour obtenir le poids d'un corps, il faut d'abord le placer sur le tablier AB, puis disposer sur le plateau P les poids nécessaires pour obtenir l'équilibre, ce qui est indiqué par les index b et c : il suffit alors de multiplier par 10 les poids disposés en P pour avoir celui du corps.

Quand l'appareil est au repos, afin que les couteaux ne s'émoussent pas, on soulève le fléau au moyen d'une poignée Z fixée près du point de suspension du plateau P, et le tablier vient reposer sur les bords d'une caisse qui renferme la partie inférieure de la balance.

190. Ponts à bascule. — On appelle *ponts à bascule* des appareils très puissants destinés au pesage des voitures et des wagons.

La figure 149 indique la coupe transversale d'un pont à bascule. Le tablier db est toujours situé au niveau du sol pour la facilité du chargement et du déchargement; tout le mécanisme est disposé à l'intérieur d'une fosse d'environ $0^m,50$ de pro-

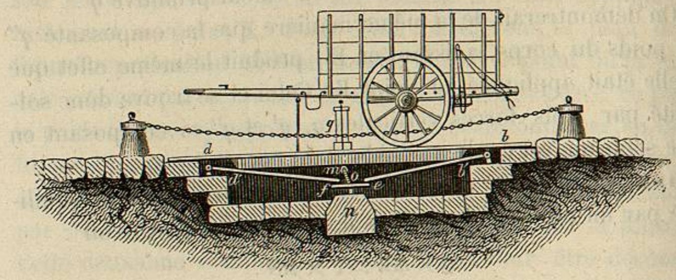

Fig. 149.

fondeur, à la partie supérieure de laquelle se trouve la plate-forme db, libre de se mouvoir parallèlement à elle-même dans le sens vertical. Elle repose par l'intermédiaire de 4 couteaux a',b',c',d' (*fig.* 150) sur les leviers ae, be, df et cf qui, reliés deux à deux, forment avec les côtés ab et cd deux triangles aeb et cdf; ces deux triangles, légèrement inclinés à l'horizon, sont mobiles autour de leurs longs côtés ab et cd, maintenus très solidement. La tige ef qui réunit leurs sommets afin de les rendre solidaires s'appuie par son milieu o sur un levier mn mobile sur le couteau n. L'extrémité m de ce levier est reliée par une tringle verticale mq, au petit bras du fléau qp mobile autour du point r, et portant, à son extrémité p, un plateau destiné à recevoir des poids gradués.

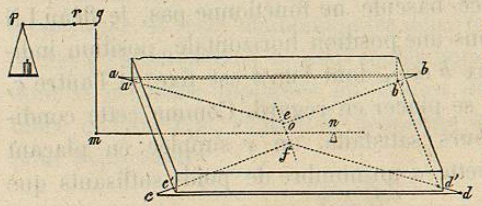

Fig. 150.

Dans les conditions ordinaires de la pratique, les rapports entre les différents bras de levier sont ainsi établis :

$$\frac{ae}{aa'}=10;\ \frac{mn}{on}=5 \text{ et } \frac{pr}{qr}=2.$$

Voyons maintenant, avec ces données, quel est le poids qui,

placé dans le plateau, fera équilibre au poids placé sur le tablier horizontal.

Le rapport $\frac{pr}{qr}$ étant égal à 2, un poids de 1 kilogramme agissant en p, produit identiquement le même effet qu'un poids de 2 kilogrammes appliqué en m, et comme $\frac{mn}{no}=5$, il y aura équilibre pour un poids de 2×5 ou 10 kilogrammes agissant en o. Mais cette force qui a son point d'application en o peut être considérée comme la résultante de 2 composantes égales chacune à 5 kilogrammes, qui seraient appliquées en e et f, et d'après le rapport $\frac{ae}{aa'}=10$, ces composantes peuvent faire équilibre à deux forces de 50 kilogrammes, chacune appliquée aux milieux des droites $a'b'$ et $c'd'$ joignant les quatre points a',b',c',d', et par suite à une force unique de 100 kilogrammes disposée sur la plate-forme db.

Pour obtenir le poids d'un corps au moyen d'un pont à bascule, avec les données qui sont admises, il suffira de multiplier par 100 le nombre de poids gradués qu'il a fallu mettre sur le plateau pour établir l'équilibre.

191. Bascule-romaine de M. Béranger. — Cette balance, due à M. Béranger, de Lyon, offre, quant à la disposition des leviers, une combinaison analogue à celle de l'appareil précédent; la vue d'ensemble (*fig.* 151) rappelle celle de la bascule de Quintenz; mais elle a sur cette dernière les avantages suivants : 1° de n'exiger aucun poids marqué pour toutes les pesées n'excédant pas 100 kilogrammes; 2° d'occuper moins de place par la direction du fléau de la romaine, qui est perpendiculaire à la longueur du tablier. Aussi est-elle em-

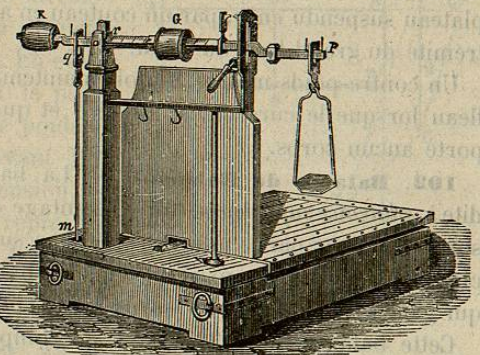

Fig. 151.

ployée dans toutes les gares des chemins de fer, pour le pesage des colis des voyageurs, et dans le commerce, où elle remplace avantageusement la balance de Quintenz.

La figure 152 indique la disposition des leviers inférieurs; le tablier repose, par quatre couteaux *a*, *b*, *c*, *d*, sur deux leviers bifurqués AEC, BED, mobiles autour des axes AC et BD; ces leviers sont rendus solidaires en E, par une bride reliant leurs sommets. La barre E*m* formant le prolongement du levier BED, a une direction oblique, de façon à ramener le point *m* à l'un des angles de l'appareil. La romaine peut ainsi se placer comme nous l'avons dit plus haut.

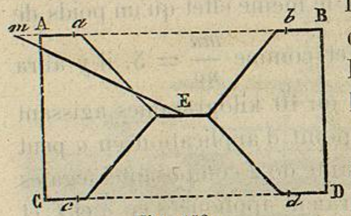

Fig. 152.

Le grand bras du fléau *pr*, qui est gradué, porte des divisions depuis 1 jusqu'à 100; un poids curseur G, pouvant se déplacer longitudinalement, est amené facilement en un point quelconque de la graduation, pour établir l'équilibre, lorsqu'un corps dont le poids n'est pas supérieur à 100 kilogrammes est placé sur le tablier. Si ce poids est plus considérable, il faut avoir recours à des poids marqués, que l'on dispose dans un plateau suspendu en *p*, par un couteau en acier trempé, à l'extrémité du grand bras du fléau.

Un contre-poids mobile K doit maintenir l'horizontalité du fléau lorsque le curseur est au zéro et que le tablier ne supporte aucun corps.

192. Balance de Roberval. — La balance de Roberval, dite à *plateaux supérieurs*, offre l'avantage d'avoir des plateaux soutenus à leur partie inférieure, et, par suite, débarrassés des chaînes de suspension existant dans les balances ordinaires, et qui gênent pour peser des corps assez volumineux.

Cette balance (*fig.* 153 et 154) se compose d'un parallélogramme articulé AA'BB'; le fléau AB repose en son milieu sur un couteau O, dont l'arête inférieure est l'axe de rotation. Il porte à ses deux extrémités deux tiges verticales AA' et BB', articulées aux quatre points A, A', B, B', et à la partie supérieure desquelles se trouvent deux plateaux servant, l'un à mettre les corps à peser, et l'autre les poids marqués néces-

saires pour obtenir l'horizontalité du fléau. Une autre barre A'B' mobile autour du point O', situé sur la même verticale que

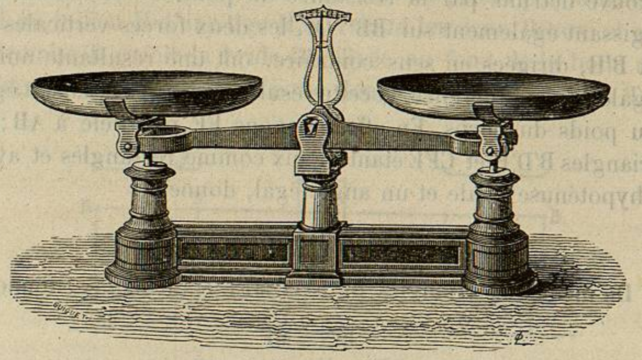
Fig. 153.

le point O, sert à maintenir les tiges AA' et BB' verticales, quelle que soit l'inclinaison du fléau.

La balance de Roberval est fondée sur ce principe : quelle que soit la position d'un corps dans l'un des plateaux, son poids agit comme s'il était appliqué directement au point de suspension de ce plateau. En effet, soient M (*fig.* 154) la position d'un corps de poids Q sur le plateau ayant BB' pour axe de suspension, et MC une longueur représentant ce poids Q. Joignons MB et MB'; la force Q peut se décomposer en deux autres, l'une suivant ME et l'autre suivant MD, et les points d'application de ces forces peuvent, sans changer l'état d'équilibre, être transportés, l'un en B et l'autre en B'.

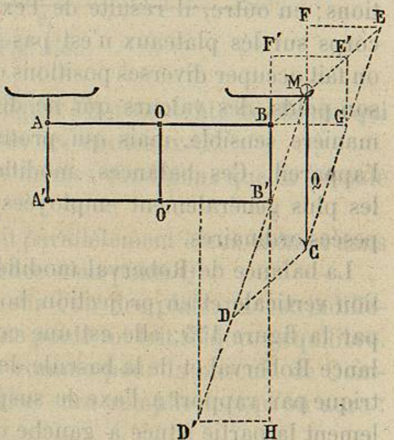

Fig. 154.

Considérons chacune de ces composantes comme une résultante, et décomposons BE' en deux forces, l'une BG parallèle à AB, et qui se trouve détruite par la résistante du point O, et