ployée dans toutes les gares des chemins de fer, pour le pesage des colis des voyageurs, et dans le commerce, où elle remplace avantageusement la balance de Quintenz.

La figure 152 indique la disposition des leviers inférieurs; le tablier repose, par quatre couteaux *a*, *b*, *c*, *d*, sur deux leviers bifurqués AEC, BED, mobiles autour des axes AC et BD; ces leviers sont rendus solidaires en E, par une bride reliant leurs sommets. La barre E*m* formant le prolongement du levier BED, a une direction oblique, de façon à ramener le point *m* à l'un des angles de l'appareil. La romaine peut ainsi se placer comme nous l'avons dit plus haut.

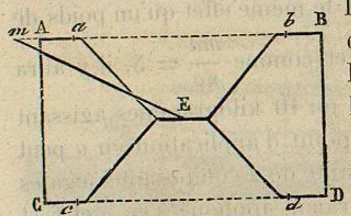

Fig. 152.

Le grand bras du fléau *pr*, qui est gradué, porte des divisions depuis 1 jusqu'à 100; un poids curseur G, pouvant se déplacer longitudinalement, est amené facilement en un point quelconque de la graduation, pour établir l'équilibre, lorsqu'un corps dont le poids n'est pas supérieur à 100 kilogrammes est placé sur le tablier. Si ce poids est plus considérable, il faut avoir recours à des poids marqués, que l'on dispose dans un plateau suspendu en *p*, par un couteau en acier trempé, à l'extrémité du grand bras du fléau.

Un contre-poids mobile K doit maintenir l'horizontalité du fléau lorsque le curseur est au zéro et que le tablier ne supporte aucun corps.

192. Balance de Roberval. — La balance de Roberval, dite à *plateaux supérieurs*, offre l'avantage d'avoir des plateaux soutenus à leur partie inférieure, et, par suite, débarrassés des chaînes de suspension existant dans les balances ordinaires, et qui gênent pour peser des corps assez volumineux.

Cette balance (*fig.* 153 et 154) se compose d'un parallélogramme articulé AA′BB′; le fléau AB repose en son milieu sur un couteau O, dont l'arête inférieure est l'axe de rotation. Il porte à ses deux extrémités deux tiges verticales AA′ et BB′, articulées aux quatre points A, A′, B, B′, et à la partie supérieure desquelles se trouvent deux plateaux servant, l'un à mettre les corps à peser, et l'autre les poids marqués néces-

saires pour obtenir l'horizontalité du fléau. Une autre barre A′B′ mobile autour du point O′, situé sur la même verticale que

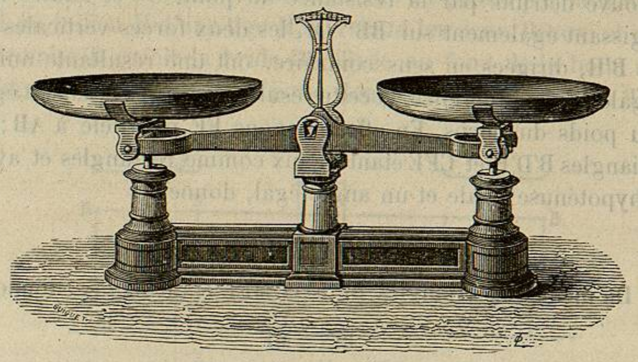
Fig. 153.

le point O, sert à maintenir les tiges AA′ et BB′ verticales, quelle que soit l'inclinaison du fléau.

La balance de Roberval est fondée sur ce principe : quelle que soit la position d'un corps dans l'un des plateaux, son poids agit comme s'il était appliqué directement au point de suspension de ce plateau. En effet, soient M (*fig.* 154) la position d'un corps de poids Q sur le plateau ayant BB′ pour axe de suspension, et MC une longueur représentant ce poids Q. Joignons MB et MB′; la force Q peut se décomposer en deux autres, l'une suivant ME et l'autre suivant MD, et les points d'application de ces forces peuvent, sans changer l'état d'équilibre, être transportés, l'un en B et l'autre en B′.

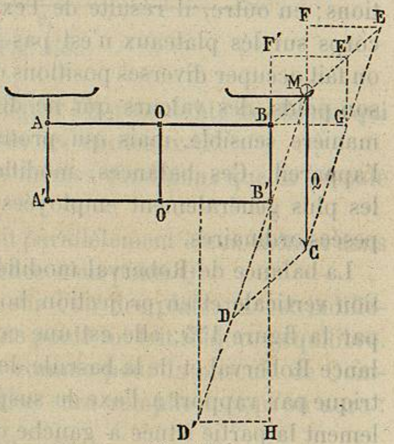

Fig. 154.

Considérons chacune de ces composantes comme une résultante, et décomposons BE′ en deux forces, l'une BG parallèle à AB, et qui se trouve détruite par la résistante du point O, et l'autre BF', verticale, agissant sur BB'; décomposons de même B'D' en deux autres forces, l'une dirigée suivant B'O' et qui se trouve détruite par la résistance du point O', et l'autre B'H, agissant également sur BB'. Or, les deux forces verticales BF' et B'H, dirigées en sens contraire, ont une résultante unique égale à leur différence, et cette résultante est précisément égale au poids du corps. En effet, menons EF parallèle à AB; les triangles B'D'H et CFE étant égaux comme rectangles et ayant l'hypoténuse égale et un angle égal, donnent :

$$B'H = CF$$

De même, les triangles BF'E' et MFE étant égaux, donnent :

$$BF' = MF$$

On tire de là : $B'H - BF' = CF - MF = MC = Q$

193. Balance de Roberval modifiée. — Les balances de Roberval, dont nous venons de parler, sont très peu sensibles, en raison des frottements développés aux nombreuses articulations; en outre, il résulte de l'expérience que la position des corps sur les plateaux n'est pas indifférente; un objet auquel on fait occuper diverses positions dans les bassins fournit, pour son poids, des valeurs qui ne diffèrent pas entre elles d'une manière sensible, mais qui prouvent le peu de précision de l'appareil. Ces balances, modifiées par M. Béranger, sont les plus généralement employées dans le commerce pour les pesées ordinaires.

La balance de Roberval modifiée est représentée en projection verticale et en projection horizontale sans les plateaux, par la figure 155; elle est une combinaison de l'ancienne balance Roberval et de la bascule de Quintenz. Tout étant symétrique par rapport à l'axe de suspension, nous décrirons seulement la partie située à gauche de cet axe.

Les corps à peser se placent dans un plateau horizontal C, supporté par une tige verticale T, soudée au milieu d'une traverse $d_1d'_1$, qui relie les deux branches d'une fourche horizontale EF. Les extrémités des deux branches de cette fourche sont maintenues par deux lames EB, dont la partie inférieure est fixée sur la fourche et dont la partie supérieure, terminée par un crochet, est suspendue à chacune des extrémités de deux

lames parallèles BB, formant les fléaux; le sommet A' de la fourche est relié par la tringle AA' au levier AD, appelé *levier de transmission*. Ce levier est lui-même suspendu par la tringle GH au milieu H d'une tige M_1N_1 reliant les deux fléaux, et son extrémité D reçoit la bride DS, fixée au fond de la boîte qui renferme l'appareil; cette boîte donne passage aux tiges T et

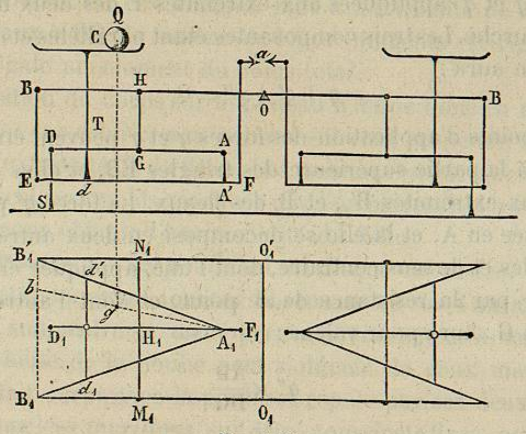

Fig. 155.

aux aiguilles a, servant à indiquer l'horizontalité des fléaux qui reposent par leurs milieux sur les couteaux O.

Cette balance satisfait aux mêmes conditions que la bascule de Quintenz :

1° Les plateaux se meuvent parallèlement à eux-mêmes dans le sens vertical, sous l'influence d'un poids Q.

2° La position d'un corps sur l'un des plateaux est indifférente, c'est-à-dire qu'un même poids lui fait toujours équilibre.

Il serait facile de vérifier, comme pour la bascule de Quintenz, que la première condition sera remplie lorsqu'on aura :

$$\frac{OH}{OB} = \frac{GD}{DA}$$

Sous l'influence d'un poids Q placé dans le plateau C, les fléaux ou le parallélogramme $B_1O_1O'_1B'_1$, oscilleront autour de l'axe $O_1O'_1$, les déplacements E et F de la fourche seront égaux, et, par suite, cette fourche restera constamment horizontale, ainsi que le plateau C qu'elle supporte.

La deuxième condition est également satisfaite. En effet, soient Q la position d'un corps sur le plateau, et g le point où la verticale, passant par son centre de gravité, perce le plan de la fourche EF; le poids Q, appliqué en g, peut se décomposer en deux forces, l'une q'' appliquée en A_1, et l'autre appliquée en b; cette dernière, à son tour, peut se décomposer en deux autres q et q' appliquées aux extrémités E des deux branches de la fourche. Les trois composantes étant parallèles et de même sens, on aura :

$$q+q'+q''=Q$$

Les points d'application des forces q et q' peuvent être transportés à la partie supérieure des tringles EB, et elles agissent ainsi aux extrémités B'_1, et B_1 des fléaux. La force q'' peut être appliquée en A, et là elle se décompose en deux autres forces parallèles et de sens contraire, dont l'une, appliquée en D, sera détruite par la résistance de ce point, et dont l'autre, appliquée en G, aura pour valeur :

$$q''\times\frac{AD}{DG}$$

Mais le point d'application de cette force peut être transporté en H, point d'articulation de la bride GH avec la tringle reliant les deux fléaux, et elle peut ainsi se décomposer en deux composantes égales chacune à :

$$\frac{q''}{2}\times\frac{AD}{DG}$$

appliquées aux points M_1 et N_1. Chacune de ces composantes produit sur les fléaux le même effet qu'une force verticale ayant pour valeur :

$$\frac{q''}{2}\times\frac{AD}{DG}\times\frac{OH}{OB}$$

et dont les points d'application seraient aux extrémités B de ces fléaux. Mais nous avons pour la réalisation de la première condition :

$$\frac{OH}{OB}=\frac{DG}{AD} \quad \text{et par suite} \quad \frac{AD}{DG}\times\frac{OH}{OB}=1$$

Donc, les deux composantes appliquées aux points B se réduisent à $\frac{q''}{2}$ ou à leur valeur primitive. En résumé, l'extrémité B de

l'un des fléaux est soumise à une force $q+\frac{q''}{2}$, et l'extrémité du fléau parallèle, à une force $q'+\frac{q''}{2}$. Or la somme $\left(q+\frac{q''}{2}\right)+\left(q'+\frac{q''}{2}\right)$ de ces deux forces représente le poids total Q, et comme chacun de ces groupes agit à l'extrémité de bras de levier égaux à OB, la somme de leurs moments est rigoureusement égale au moment du poids total.

La position du corps sur le plateau n'influe donc en rien sur son poids, car celui-ci agit comme s'il était suspendu directement à l'extrémité B du fléau. Les mêmes considérations s'appliqueraient aux poids marqués que l'on placerait dans l'autre plateau pour obtenir l'horizontalité du fléau.

194. Poulie. — La *poulie* est un disque circulaire, en bois ou en métal, pouvant tourner librement autour d'un axe passant par son centre et mené perpendiculairement à son plan. Cette mobilité de la poulie peut s'obtenir de deux manières : 1° l'axe fait corps avec la poulie et repose par ses deux extrémités, appelées *tourillons*, sur deux coussinets fixes, ou sur les branches d'une chape; 2° l'axe est fixé à la chape et la poulie est percée d'un trou cylindrique, appelé *œil*, d'un diamètre légèrement plus fort que celui de l'axe, de telle sorte que la poulie est complètement indépendante de cet axe. La chape se compose d'une pièce en fer dont les deux branches, appelées *joues*, embrassent la poulie; cette chape se termine à sa partie supérieure par un crochet ou par une vis et un écrou. Sur le contour de la poulie est pratiquée une rainure, appelée *gorge*, qui reçoit une corde aux extrémités de laquelle agissent la puissance et la résistance.

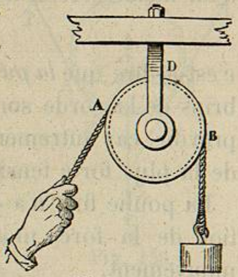

Fig. 156.

195. Poulie fixe. — La poulie est dite *fixe* lorsque le crochet ou la vis qui termine la chape est assujetti à un point invariable (*fig.* 156).

196. Conditions d'équilibre. — Soient O le centre de la poulie (*fig.* 157), ADB l'arc embrassé par la corde, OA et OB les rayons aboutissant aux extrémités de cet arc, P et Q la puissance et la résistance.

La corde ne pouvant pas glisser en vertu de la mobilité de la poulie, les deux forces P et Q peuvent être considérées comme étant appliquées aux points de tangence A et B de la corde avec la poulie; mais la corde n'étant pas infiniment mince et ces forces agissant suivant son axe, il s'ensuit que la puissance et la résistance ne sont réellement appliquées qu'à une distance de l'axe O égale au rayon intérieur de la gorge augmenté du rayon de la corde; c'est à cette distance que l'on convient généralement de donner le nom de *rayon* de la poulie.

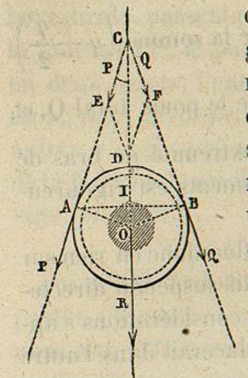

Fig. 157.

Les forces P et Q, étant ainsi appliquées aux points A et B de la poulie, la machine peut être considérée comme un véritable levier coudé AOB mobile autour du point O. Cette particularité, qui ramène aussi simplement l'équilibre de la poulie à celui du levier, fait que l'on considère la poulie comme étant un corps possédant un point fixe, quoique en réalité elle tourne autour d'un axe fixe de faible dimension.

Pour l'équilibre, la somme des moments par rapport au point O doit être nulle, et l'on aura :

$$P \times OA - Q \times OB = 0$$

Les perpendiculaires OA et OB étant égales comme rayons d'un même cercle, il vient :

$$P = Q$$

c'est-à-dire que *la puissance est égale à la résistance*, et les deux brins de la corde sont également tendus, ce qui était facile à prévoir, car autrement la corde glisserait sur la gorge du côté de la plus forte tension.

La poulie fixe n'a donc pour but que de modifier la direction de la force motrice, c'est-à-dire de changer le sens du mouvement.

197. Pression supportée par l'axe de la poulie. — *La pression supportée par l'axe d'une poulie fixe est à la puissance ou à la résistance, comme la sous-tendante de l'arc embrassé par la corde est au rayon de la poulie.*

En effet, prolongeons les forces P et Q jusqu'à leur point de rencontre C où nous pouvons les supposer appliquées; si nous construisons le parallélogramme des forces, la diagonale CD, qui est leur résultante, dirigée suivant la bissectrice de l'angle des deux forces, représentera la pression sur l'axe. Joignons A et B; les triangles CED et AOB étant semblables comme ayant leurs côtés perpendiculaires, donnent :

$$\frac{CD}{CE} = \frac{AB}{AO} \quad \text{ou} \quad \frac{R}{P} = \frac{AB}{r}.$$

Si les deux brins sont parallèles, la sous-tendante $= 2r$ et par suite $R = 2P$.

Si les deux brins forment entre eux un angle de $60°$, $AB = r$ et par suite $R = P$.

198. Poulie mobile. — Dans la poulie *mobile* (*fig.* 158) le poids à soulever est suspendu au crochet A qui termine la chape ; la poulie repose sur la corde qui est fixée, d'une part à un point fixe F, et de l'autre, elle passe sur une poulie de renvoi, puis elle est sollicitée par la puissance. Quelquefois, cette puissance agit directement sans l'intermédiaire de la poulie B.

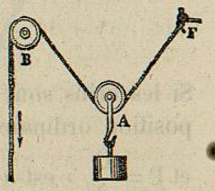

Fig. 158.

199. Conditions d'équilibre. — Lorsqu'une poulie mobile est en équilibre, *la puissance est à la résistance, comme le rayon de la poulie est à la sous-tendante de l'arc embrassé par la corde.* Soient O (*fig.* 159) le centre de la poulie, AB l'arc embrassé par la corde, C le point fixe de celle-ci, P la puissance et Q la résistance. Cette poulie est soumise à l'action de trois forces : 1° la puissance P, 2° la résistance Q, et 3° la réaction du point fixe. Cette réaction, déterminée par la tension de la corde, peut être remplacée par une force égale F agissant de B en C, et dans ce cas, on peut considérer le système comme entièrement libre et supprimer le point fixe.

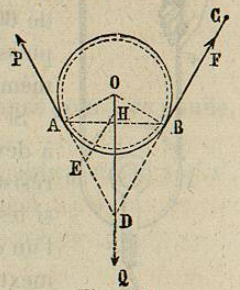

Fig. 159.

Pour que l'équilibre existe, les trois forces P, Q et F doivent concourir en un même point D, et la résultante des forces P et F doit être égale et directement opposée à la force Q.

Prenant les moments des forces par rapport au point O, le moment de la force Q est nul puisque sa direction passe par le centre des moments, et il reste :

$$P \times AO = F \times BO$$

Mais $$AO = OB, \text{ donc } P = F$$

c'est-à-dire que les tensions de la corde sont égales, et par suite la droite OD est la bissectrice de l'angle ADB. A partir du point D, portons sur la verticale du point O une longueur DH représentant l'intensité de la résistance Q, et par le point H menons EH parallèle à BD, jusqu'à sa rencontre en E avec la corde AD ; la longueur ED représentera l'intensité de la force P.

Les triangles HED et AOB étant semblables comme ayant leurs côtés perpendiculaires donnent :

$$\frac{EH}{HD} = \frac{AO}{AB} \quad \text{ou} \quad \frac{P}{Q} = \frac{r}{AB}$$

Si les brins sont parallèles (*fig.* 160), et c'est du reste la disposition ordinaire dans la pratique, la sous-tendante $AB = 2r$ et $P = \frac{Q}{2}$, c'est-à-dire que la puissance nécessaire pour soulever un fardeau est égale à la moitié du poids de ce fardeau.

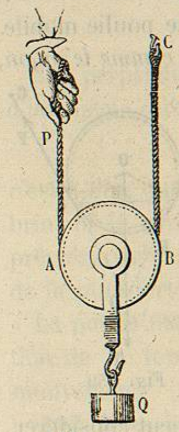

Fig. 160.

Si les deux brins forment entre eux un angle de 60°, $AB = r$ et $P = Q$; le rapport entre la puissance et la résistance est, dans ce cas, le même que dans la poulie fixe.

Si cet angle venait à augmenter, la puissance à développer devrait être plus grande que la résistance à vaincre, et elle deviendrait infinie si les deux brins étaient dans le prolongement l'un de l'autre et que la corde fût complètement inextensible.

200. Équilibre d'un système de poulies mobiles. — Considérons une combinaison de poulies disposées comme le montre la figure 161. La poulie A, dont la chape supporte le poids à soulever, est soutenue par une première corde fixée, d'un côté au cro-

chet a, et de l'autre à la chape de la poulie B. Cette poulie est supportée par une autre corde, attachée d'une part au crochet b, et d'autre part à la chape de la poulie C. Enfin une troisième corde fixée en c et passant sur la poulie fixe D, soutient la poulie C. La puissance agit en P.

Pour l'équilibre général il faut que chacune des poulies soit séparément en équilibre, et on voit que les tensions p, p', p'',

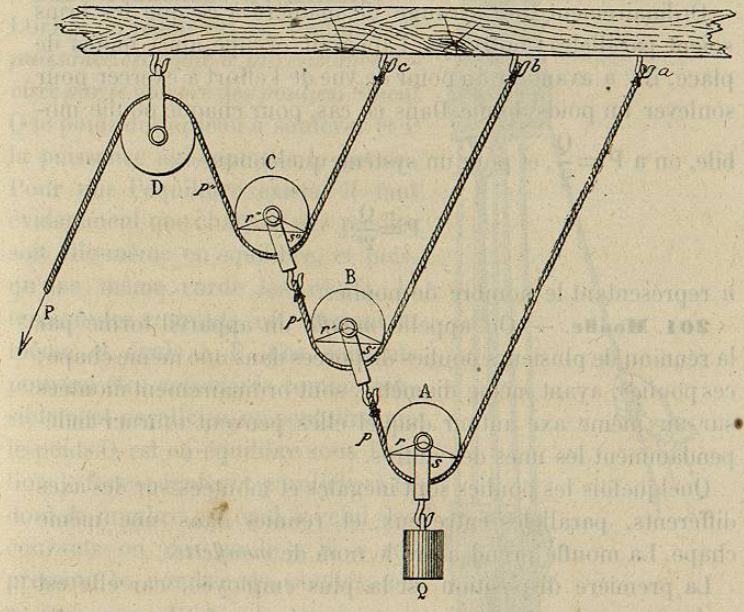

Fig. 161.

des cordes sont alternativement la puissance pour une poulie, et la résistance pour la poulie suivante.

Désignant par r, r', r'', les rayons des poulies et par s, s', s'', les sous-tendantes, on aura pour la poulie A :

$$\frac{p}{Q} = \frac{r}{s}$$

pour la poulie B :

$$\frac{p'}{p} = \frac{r'}{s'}$$

et pour la poulie C :

$$\frac{p''}{p'} = \frac{r''}{s''}$$

Multipliant membre à membre, et se rappelant que $p''=\mathrm{P}$ on a :

$$\frac{\mathrm{P}pp'}{\mathrm{Q}pp'}=\frac{rr'r''}{ss's''} \quad \text{ou bien} \quad \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Q}}=\frac{rr'r''}{ss's''}$$

Donc, la *puissance est à la résistance comme le produit des rayons des poulies est au produit des sous-tendantes des arcs embrassés par les cordes.*

Ordinairement on s'arrange de manière à ce que les brins soient parallèles ; outre que l'appareil occupe ainsi moins de place, il y a avantage au point de vue de l'effort à exercer pour soulever un poids donné. Dans ce cas, pour chaque poulie mobile, on a $\mathrm{P}=\frac{\mathrm{Q}}{2}$, et pour un système quelconque :

$$\mathrm{P}=\frac{\mathrm{Q}}{2^n}$$

n représentant le nombre de poulies.

201. Moufle. — On appelle *moufle* un appareil formé par la réunion de plusieurs poulies disposées dans une même chape ; ces poulies, ayant même diamètre, sont ordinairement montées sur un même axe autour duquel elles peuvent tourner indépendamment les unes des autres.

Quelquefois les poulies sont inégales et montées sur des axes différents, parallèles entre eux, et réunies dans une même chape. La moufle prend alors le nom de *mouflette*.

La première disposition est la plus employée, car elle est moins encombrante et d'un maniement plus facile que cette dernière.

202. Palan. — Le *palan* est formé par l'ensemble de deux moufles contenant un même nombre de poulies (*fig.* 162). Le crochet de la moufle supérieure est maintenu solidement soit par un autre crochet placé dans un corps fixe, soit au moyen de cordes qui viennent embrasser ce crochet ; la moufle inférieure est mobile et supporte le corps à monter ou à descendre. Une corde fixée à un anneau adapté à la moufle supérieure vient s'enrouler sur la gorge de la première poulie de la moufle inférieure ; puis elle remonte pour passer dans la gorge de la poulie correspondante de la moufle supérieure ; elle redescend ensuite pour s'enrouler sur une autre poulie,

et ainsi de suite en passant successivement des poulies mobiles aux poulies fixes. La puissance agit dans une direction quelconque à l'extrémité de la corde qui passe sur la dernière poulie fixe ; ce brin s'appelle le *garant*, et la partie de la corde allant d'une poulie à une autre s'appelle le *courant*.

203. Conditions d'équilibre. — Lorsqu'un palan est en équilibre, *la puissance est égale à la résistance divisée par le nombre des poulies.* Soient Q le poids du fardeau à soulever et P la puissance agissant sur le garant. Pour que l'équilibre existe, il faut évidemment que chacune des poulies soit elle-même en équilibre, et puisqu'une même corde les réunit, la tension des courants est partout la même et égale à P. Ces courants pouvant être considérés comme sensiblement parallèles, on peut dire que le poids Q est en équilibre sous l'action de forces égales et parallèles à P, dont le nombre est égal à celui des courants ou des poulies. Si n représente ce nombre de poulies, on a :

$$\mathrm{P}n=\mathrm{Q} \quad \text{d'où} \quad \mathrm{P}=\frac{\mathrm{Q}}{n}$$

Dans la figure ci-contre, $n=6$; on a donc :

$$\mathrm{P}=\frac{1}{6}\mathrm{Q}$$

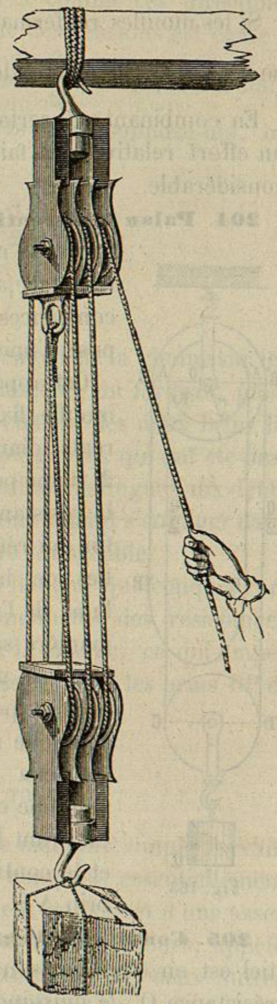

Fig. 162.

c'est-à-dire que la puissance à exercer sera le $\frac{1}{6}$ de la résistance à vaincre.

S'il s'agit, par exemple, d'élever un poids de 120 kilogrammes au moyen d'un palan équipé comme celui-ci, la puissance qui doit agir à l'extrémité du garant pour faire équilibre à la résistance sera de $\frac{120}{6}$ ou 20 kilogrammes.

Si les moufles renfermaient chacune 4 poulies, la puissance ne devrait plus être que de $\frac{120}{8}$ ou 15 kilogrammes.

En combinant un certain nombre de palans, on peut, avec un effort relativement faible, faire équilibre à un poids très considérable.

204. Palan différentiel. — Le *palan différentiel* est une heureuse modification du palan ordinaire, qu'il remplace avec avantage dans beaucoup de circonstances, et principalement lorsqu'on dispose d'une faible puissance.

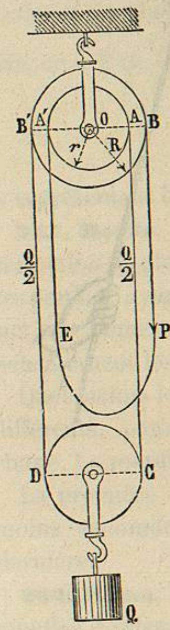

Fig. 163.

Cet appareil (*fig.* 163) se compose : 1° d'une moufle fixe renfermant deux poulies de différents diamètres, montées sur un même axe; 2° d'une poulie mobile dont le crochet supporte la résistance à vaincre ; et 3° d'une chaîne sans fin qui réunit ces deux organes. Les deux poulies de la moufle supérieure sont solidaires l'une de l'autre, et la chaîne est disposée de la manière suivante : à partir du point B, elle embrasse la gorge de la poulie BB', puis elle passe sous la poulie mobile qu'elle supporte, et ensuite elle revient s'enrouler sur la poulie AA'; les deux brins libres se réunissent pour former une chaîne sans fin sur laquelle on agit. En tirant le brin BP on fera monter le fardeau, et le contraire arrivera lorsqu'on agira sur le brin A'E.

205. Conditions d'équilibre. — Lorsqu'un palan différentiel est en équilibre sous l'action d'une puissance P et d'une résistance Q, *la puissance est égale à la résistance multipliée par une fraction qui a pour numérateur la différence des rayons des poulies de la moufle supérieure, et pour dénominateur le double du plus grand rayon.*

Supposons que la chaîne ne puisse pas glisser sur la surface des poulies ; soient P la puissance qui agit dans le sens indiqué par la flèche et Q la résistance appliquée au crochet de la poulie mobile. Pour l'équilibre de cette poulie, les tensions des brins AC et B'D doivent être égales, et comme ces directions sont sensiblement parallèles, chacune des tensions est égale à la moitié de la résistance Q, c'est-à-dire à $\frac{Q}{2}$. Le brin A'E n'étant soumis à aucune tension et son poids étant supposé nul, on aura pour la relation d'équilibre :

$$P \times R + \frac{Q}{2} \times r = \frac{Q}{2} \times R$$

d'où l'on tire : $$P = Q\left(\frac{R-r}{2R}\right)$$

Remarque. — Afin d'éviter le glissement de la chaîne sur les poulies supérieures, et par suite la descente du fardeau, puisque les tensions sont inégales pour chacun des deux brins libres, on a disposé, sur les rainures ou gorges qui ont été pratiquées sur leur circonférence, des saillies analogues aux dents d'engrenages. Les anneaux de la chaîne venant s'engager dans ces saillies, tout glissement est rendu impossible.

La charge Q reste suspendue à une hauteur quelconque, car, dans cette machine, la somme des moments des résistances passives l'emporte sur le moment de la charge, ce qui empêche la rotation des poulies supérieures lorsque les brins BP et A'E ne sont soumis à aucune force.

§ 2. — SYSTÈME TOUR.

206. Treuil. — Le *treuil* est une machine simple servant pour l'élévation des fardeaux. Il se compose essentiellement d'un cylindre A (*fig.* 164) ordinairement en bois et d'une assez faible section par rapport à sa longueur. Ce cylindre, appelé *tambour*, est terminé à ses deux extrémités par deux autres cylindres en fer BB, d'un diamètre plus petit, nommés *tourillons*, et qui reposent sur deux pièces concaves appelées *coussinets*, faisant partie de deux supports C reposant sur le sol. Le tambour ne peut donc prendre qu'un mouvement de rotation autour de son axe, mouvement que l'on utilise pour élever des fardeaux. A cet effet, le corps est suspendu à l'extré-