

331. Cas particuliers où les deux axes sont situés dans des plans perpendiculaires. —

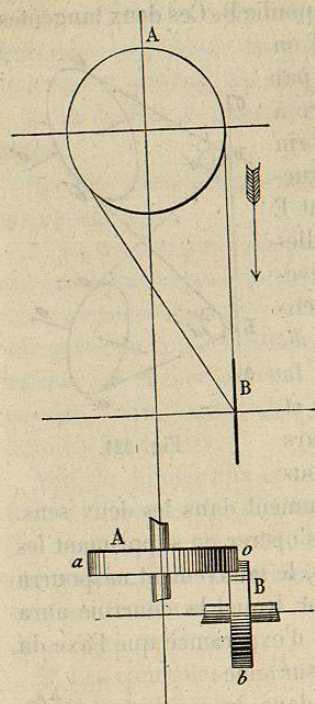


Fig. 226.

Ce cas particulier, indiqué figure 226, est celui qui se présente le plus fréquemment dans la pratique. D'après le sens de la rotation de l'arbre moteur, on cale les poulies de manière que l'axe de chaque brin de la courroie se trouve précisément dans le plan milieu de la poulie sur laquelle il s'enroule. Pour cela, il suffit que le plan milieu de chacune des poulies soit tangent à la circonférence de l'autre poulie. Dans le cas qui nous occupe, le mouvement de rotation ayant lieu dans le sens de la flèche, un brin de la courroie ira du point o de la poulie A au point b de la poulie B, et l'autre brin passera du point o de la poulie B au point a de la poulie A.

§ 4. — THÉORIE ET TRACÉ DES ENGRENAGES.

332. Axes parallèles situés à petites distances. Cylindres de friction. —

Lorsque l'axe auquel on veut communiquer le mouvement est situé à une petite distance de l'axe moteur, et si l'effort à transmettre est très faible, on peut opérer la transmission par simple adhérence.

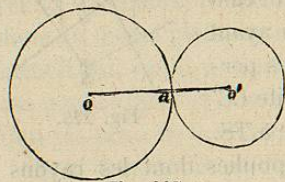


Fig. 227.

Soit o l'axe animé d'un mouvement circulaire continu et o' l'axe auquel on veut transmettre le mouvement (fig. 227). Sur chacun de ces axes, montons un disque cylindrique en métal, à base circulaire et de diamètre tel que ces disques soient tangents suivant

une génératrice projectée en a . Appelons ω et ω' les vitesses angulaires des axes, d la distance de ces axes, R et R' les rayons des disques. Le point de contact a , supposé entraîné par la rotation autour de l'axe o , aura une vitesse linéaire, perpendiculaire à cet axe, exprimée par $R\omega$; ce même point étant considéré comme invariablement lié à l'axe o' , aura une vitesse linéaire $R'\omega'$. Or ces deux vitesses sont égales, car le glissement étant supposé nul, tous les arcs de la circonférence du disque moteur viendront successivement s'appliquer sur les arcs égaux de la surface cylindrique du disque entraîné. On a donc :

$$R \times \omega = R' \times \omega', \text{ d'où } \frac{R}{R'} = \frac{\omega'}{\omega}; \quad (1)$$

ce qui montre que le point de contact a divise la droite oo' en deux parties inversement proportionnelles aux vitesses angulaires. Donc, la distance d des axes étant donnée, ainsi que les vitesses angulaires, la relation (1) permet de déterminer les rayons R et R' .

Cette transmission prend le nom de *transmission de mouvement par cylindres de friction*.

Dans la pratique, pour augmenter l'adhérence et empêcher le glissement, on place des bandes de cuir ou de caoutchouc sur les surfaces convexes des cylindres.

Les surfaces cylindriques en contact s'usent nécessairement par suite du mouvement, et l'adhérence diminue; pour compenser cette usure, on dispose ordinairement l'un des axes de manière à pouvoir le déplacer parallèlement à lui-même d'une petite quantité, et l'on obtient une pression constante de l'un des cylindres sur l'autre au moyen d'un poids ou d'un ressort. Mais cette pression ne peut pas être forte, car il en résulterait des frottements considérables des tourillons sur les coussinets des arbres tournants.

Ce mode de transmission ne peut être employé pour transmettre de grands efforts, car le glissement du cylindre moteur serait inévitable; dans ce cas, on remplace les cylindres tangents par des roues dentées.

333. Engrenages plans. — On appelle *roues dentées*, *roues d'engrenage*, ou simplement *engrenages*, des roues que l'on cale sur des arbres entre lesquels on veut établir une communi-

tion de mouvement de rotation. Ces roues (*fig. 228*) portent, sur leur pourtour, des saillies et des creux disposés de manière

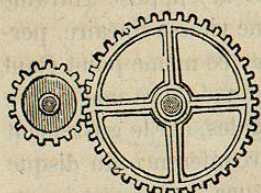


Fig. 228.

qu'on ait à craindre le moindre glissement.

334. Définitions. — Lorsque deux roues engrènent ensemble, on donne le nom de *roue* à la plus grande, et celui de *pignon* à la plus petite.

On appelle *ligne des centres* la droite qui joint le centre de la roue à celui du pignon.

Les saillies dont on arme les roues qui doivent engrèner ensemble se nomment les *dents* de l'engrenage.

Les circonférences tangentes idéales qui se conduiraient par simple contact et sur lesquelles les dents font saillie prennent le nom de *circonférences primitives*. La denture une fois tracée, il ne reste pas trace de ces circonférences primitives, mais elles ne jouent pas moins un grand rôle dans le tracé des engrenages.

On appelle *pas* de l'engrenage l'arc compté sur la circonférence primitive, correspondant à un plein ou dent, et à un creux.

La partie de la dent extérieure à la circonférence primitive s'appelle la *face* de la dent.

La partie de la dent située à l'intérieur de la circonférence primitive s'appelle le *flanc* de la dent.

La hauteur du flanc ajoutée à la hauteur de la face constitue la *longueur* de la dent.

L'arc de circonférence primitive embrassé par une dent se nomme l'*épaisseur* de la dent.

On appelle *largeur* des dents ou des roues, leur dimension comptée parallèlement à l'axe.

La roue qui communique le mouvement s'appelle la *roue menante*, et celle qui le reçoit se nomme la *roue menée*.

Dans un engrenage quelconque, la couronne circulaire qui

que les saillies de l'une des roues s'engagent dans les creux de l'autre et réciproquement. Cette disposition fait que la pression exercée par les dents de l'une des roues sur les dents de l'autre, force cette seconde roue à suivre la première dans son mouvement. La transmission est ainsi assurée sans

porte les dents s'appelle la *jante*; le cylindre creux qui sert à fixer cette couronne sur l'arbre s'appelle le *moyeu*, et l'on réunit la jante au moyeu par des *bras* ou *rayons* également espacés, dont le nombre est un sous-multiple de celui des dents.

335. Problème général des engrenages. — Le problème des engrenages peut s'énoncer ainsi : *Trouver quelle est la forme à donner aux dents des roues qui doivent se conduire mutuellement, pour que la transmission s'opère avec rapport constant de vitesses angulaires*, ou, autrement dit, *comme si les roues se conduisaient par simple contact*.

Il est évident que le profil du creux de la roue menée doit rester constamment tangent au profil de la dent de la roue menante; les deux profils en prise auront donc une normale commune, et pour que le mouvement se transmette comme si les roues roulaient l'une sur l'autre, il faut que cette normale passe constamment par le point de contact des circonférences primitives. Nous allons le prouver en faisant voir qu'on peut se donner arbitrairement le profil du creux de l'une des roues et en déduire le profil de la dent de l'autre roue.

Nous savons que, lorsque deux circonférences se conduisent mutuellement, des arcs de l'une d'elles viennent successivement s'appliquer sur des arcs égaux de l'autre. Or, le mouvement sera identique si nous supposons l'une des roues fixe pendant que l'autre roule tout autour sans glisser. Cela posé, soient O et O' deux circonférences primitives (*fig. 229*) tangentes en A , et soit AB le profil du creux de la roue O' . Faisons rouler la circonférence O' sur la circonférence O . La courbe AB prendra successivement différentes positions et le profil de la dent de la roue O devant rester constamment tangent à la courbe donnée, il est clair que ce profil sera l'*enveloppe* ADM des différentes positions que prend la courbe AB lorsqu'elle est entraînée par la circonférence O' roulant sur le cercle O supposé fixe. Considérons maintenant la circonférence mobile O' dans une autre position quelconque O'_1 ; la courbe AB sera venue en A_1B_1 de manière que l'on ait :

$$\text{arc } A_1C = \text{arc } AC.$$

Du nouveau point de contact C des deux circonférences primitives, abaissons la normale CD sur la courbe A_1B_1 ; pendant un temps infiniment petit, cette courbe peut être considérée

comme tournant autour du point C comme centre, pour venir prendre une position voisine ; ce point C prend le nom de *centre instantané de rotation*. Or, l'enveloppe d'une courbe étant le lieu géométrique des intersections des positions successives que prend cette courbe, le point D appartient à l'enveloppe ADM et détermine un point de contact avec son enveloppée. Il résulte de là que, pour tracer le profil des dents de la roue, il suffit de faire rouler la circonférence O' sur la circonférence O, d'abaisser des différents points de contact des normales sur le profil

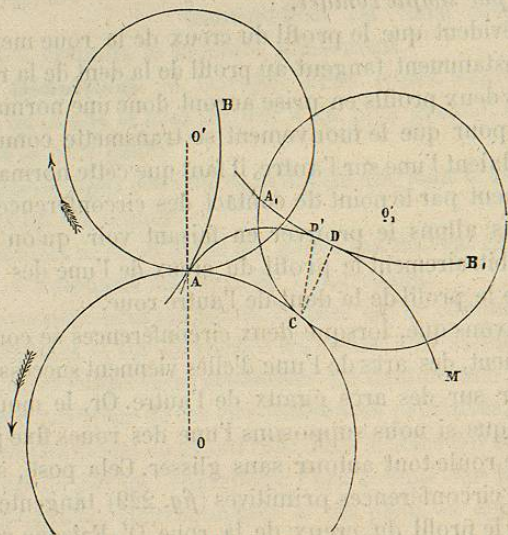


Fig. 229.

donné du creux de la roue O', et de joindre tous les pieds de ces normales par un trait continu.

Cependant, comme il n'est pas facile de mener des normales à toutes les courbes, on n'adopte, en pratique, que des courbes auxquelles on puisse facilement les mener ; nous donnerons, un peu plus loin, le tracé de ces courbes.

D'après la courbe employée pour le profil des dents, on divise les engrenages en trois classes :

- 1° Engrenages à lanterne,
- 2° Engrenages à flancs,
- 3° Engrenages à développantes.

336. Pas et jeu d'un engrenage. — Pour que le mouvement

puisse se produire dans les deux sens, on donne à la dent le même profil de chaque côté ; elle est ainsi symétrique par rapport au rayon de la circonférence primitive qui divise en deux parties égales l'arc que cette dent doit embrasser. Il est évident que toutes les dents d'une même roue doivent être égales. De même, pour que l'engrenage soit réciproque, c'est-à-dire que la roue menée puisse à son tour devenir roue menante, on munit les deux roues conjuguées de dents et de creux, on munit les deux roues conjuguées de dents et de creux. Les profils des dents des deux roues sont quelquefois différents comme

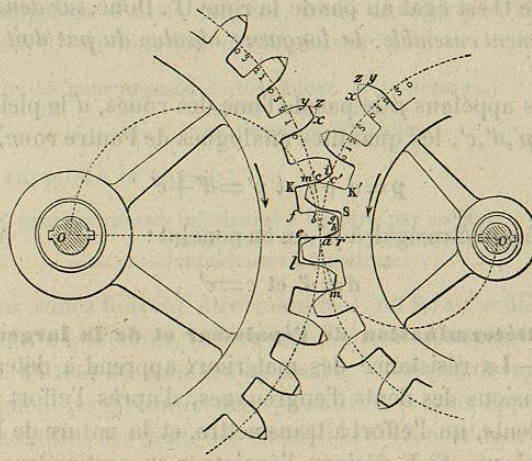


Fig. 230.

nous le verrons en étudiant les divers tracés. Théoriquement, le plein doit être égal aux creux ; mais il n'en est pas ainsi en pratique à cause des irrégularités de la construction. On fait toujours la largeur du creux un peu plus grande que l'épaisseur de la dent de manière à avoir, en appelant d l'épaisseur de la dent et c la largeur du creux,

$$\frac{d}{c} = \frac{12}{13} \text{ ou } \frac{15}{16} \text{ ou } \frac{20}{21}$$

suivant le degré de perfection qu'on veut obtenir.

La différence entre le creux et le plein s'appelle le *jeu* de l'engrenage.

337. Dans le mouvement de deux roues dentées, chaque dent de la roue menante en pousse une de la roue menée. Considérons la dent de la roue O (fig. 230), dont le profil eh se

trouve sur la ligne des centres, et faisons-lui décrire un arc égal au pas; la dent *ki* sera venue la remplacer sur la ligne des centres et la dent *k'c'* de la roue *O'* aura pris la position de la dent *ar*, c'est-à-dire que la roue *O'* aura aussi tourné d'un arc égal à son pas. Mais si les roues se transmettent le mouvement dans les conditions de rapport constant de vitesses angulaires, les arcs décrits par la circonférence *O* sont égaux aux arcs décrits pendant le même temps par la circonférence *O'*; il s'ensuit que l'arc *ca* est égal à l'arc *c'a* et, par conséquent, le pas de la roue *O* est égal au pas de la roue *O'*. Donc, sur deux roues qui engrènent ensemble, la longueur absolue du pas doit être la même.

Si nous appelons *p* le pas de l'une des roues, *d* le plein, *c* le creux et *p', d', c'*, les quantités analogues de l'autre roue, on a :

$$p = d + c \text{ et } p' = d' + c'$$

Or *p* devant être égal à *p'* on en conclut :

$$d = d' \text{ et } c = c'$$

338. Détermination de l'épaisseur et de la largeur des dents. — La résistance des matériaux apprend à déterminer les dimensions des dents d'engrenages, d'après l'effort exercé sur les dents, ou l'effort à transmettre, et la nature de la matière employée. Si *E* désigne l'épaisseur en centimètres, de la dent, *P* la pression supportée en kilogrammes, et *K* un coefficient pratique variable, nous aurons la formule :

$$E = K \sqrt{P}$$

dans laquelle, pour les dents en fonte,

$$K = \begin{cases} 0,105 \\ 0,100 \\ 0,095 \end{cases} \text{ avec pression de 2000 kilogr. et au-dessous.}$$

$$K = \begin{cases} 0,090 \\ 0,085 \\ 0,075 \end{cases} \text{ avec pression de 5000 kilogr. et au-dessous.}$$

Pour les pressions plus élevées, on prend $K = 0,075$ ou $0,065$.

Le coefficient *K* affecte des valeurs différentes dans chacun des cas que nous venons d'énumérer; on prend le coefficient le plus fort ou le plus faible, pour une même pression, suivant

que la dent doit marcher à grande ou à petite vitesse, avec ou sans choc.

Dans les roues dites à alluchons, qui ont les dents en bois, l'épaisseur de ces dernières est égale à 1,4 fois l'épaisseur de la dent en fonte qui pourrait supporter le même effort.

Si les roues sont en bronze ou en cuivre, l'épaisseur des dents est égale à 1,3 fois l'épaisseur de la dent en fonte qui pourrait supporter le même effort.

La largeur des dents varie avec la pression et la vitesse; si nous appelons *l* cette largeur, nous aurons par rapport à la pression, en fonction de l'épaisseur *E* :

$$l = \begin{cases} 4 \text{ ou } 5E & \text{pour pression de 2000 kilogr. et au-dessous.} \\ 5 \text{ ou } 6E & \text{— de 2000 à 5000 kilogr.} \\ 6E & \text{— au-dessus de 5000 kilogr.} \end{cases}$$

et par rapport à la vitesse :

$$l = \begin{cases} 4E & \text{pour les vitesses inférieures à 1 mètre par seconde.} \\ 5E & \text{— comprises entre 1^m,50 et 2 mètres par seconde.} \\ 6E & \text{— supérieures à 2 mètres.} \end{cases}$$

Si les roues doivent être mouillées, on fera $l = 6E$, et pour les roues à alluchons, la largeur minimum est égale à $5E$.

339. Calcul du nombre de dents. — Le pas devant diviser exactement les circonférences primitives, si nous appelons *n* et *n'* les nombres des dents des roues *O* et *O'*, *R* et *R'* leurs rayons, on aura :

$$\frac{2\pi R}{n} = \frac{2\pi R'}{n'}; \text{ d'où } \frac{R}{R'} = \frac{n}{n'}$$

Les nombres de dents de deux roues qui engrènent sont entre eux comme les rayons de ces roues. Nous avons vu que les rayons sont en raison inverse des vitesses angulaires, c'est-à-dire que l'on a :

$$\frac{R}{R'} = \frac{\omega'}{\omega}, \text{ et par suite } \frac{n}{n'} = \frac{\omega'}{\omega}$$

Les nombres de dents de deux roues qui engrènent sont en raison inverse de leurs vitesses angulaires. Tous les nombres entiers qui satisfont à la relation ci-dessus ne pourront pas être employés, car il faut que la dent ait une épaisseur suffisante pour résister à l'effort qu'on veut lui faire transmettre.

On construit les engrenages de manière qu'il y ait toujours au moins deux couples de dents en prise; mais on calcule

l'épaisseur de la dent pour que chacune d'elles puisse résister à l'effort total qui s'exerce sur la circonférence primitive.

Cette épaisseur étant ainsi déterminée, on en déduit le pas, car on sait que l'on a $p = 2d + j$, en appelant j le jeu. Le pas étant obtenu, on trouvera les nombres de dents n et n' à l'aide des formules

$$n = \frac{2\pi R}{p} \text{ et } n' = n \frac{R'}{R}$$

Il arrivera presque toujours que ces nombres seront fractionnaires et l'on ne pourra pas les employer; mais comme il n'y a aucun désavantage à augmenter l'épaisseur de la dent, on prendra pour n et n' les nombres entiers immédiatement inférieurs aux nombres fractionnaires qu'on a trouvés. Cette substitution conduit à modifier les rayons des roues et par suite le rapport des vitesses angulaires. L'écart étant peu considérable, cette modification n'offre ordinairement pas d'inconvénients dans la pratique.

340. Application. — On propose de déterminer les rayons et les nombres de dents de deux roues d'engrenages dont les deux axes sont situés à une distance de 1^m,80 de manière que le pignon fasse 36 tours pendant que la roue en fera 5.

Pour trouver les rayons primitifs, il suffit de diviser la distance de 1^m,80 des axes, en deux parties inversement proportionnelles au nombre de tours; on aura :

$$R = \frac{1,80 \times 36}{36 + 5} = 1^m,5805 \text{ et } R' = \frac{1,80 \times 5}{36 + 5} = 0^m,2195$$

Supposons que le pas, calculé d'après l'effort à transmettre et la nature de la matière des roues, soit de 0^m,025; on aura :

$$n = \frac{2\pi \times 1,5805}{0,025} = 397,22 \text{ et } n' = \frac{2\pi \times 0,2195}{0,025} = 55,165$$

Nous arrivons ainsi à des nombres fractionnaires; prenons donc 397 pour le nombre des dents de la roue et 55 pour celui des dents du pignon.

Le rapport des nombres de dents est égal au rapport inverse des nombres de tours; or, le rapport $\frac{397}{55}$ ou 7,218 que nous

adoptons diffère très peu du rapport proposé $\frac{36}{5}$ ou 7,200; cette approximation est suffisante en pratique.

Pour calculer les rayons des nouveaux cercles primitifs, il suffit de se rappeler que ces rayons sont proportionnels aux nombres de dents; on aura donc :

$$\frac{R}{R'} = \frac{n}{n'} = \frac{397}{55}$$

et comme la somme de ces rayons doit être encore égale à la distance 1^m,80 des axes, il faudra diviser cette distance en deux parties proportionnelles aux nombres 397 et 55; par suite

$$R = \frac{1,80 \times 397}{397 + 55} = 1^m,5809 \text{ et } R' = \frac{1,80 \times 55}{397 + 55} = 0^m,2191$$

Ces rayons, comme on le voit, diffèrent très peu des rayons trouvés précédemment. Le rayon de la roue a 0^m,0004 de plus, et celui du pignon 0^m,0004 de moins. Il reste à déterminer le nouveau pas qui est égal à la longueur de la circonférence divisée par le nombre de dents :

$$p = \frac{2\pi R}{n} = \frac{2 \times 3,1416 \times 1,5809}{397} = 0^m,02502$$

L'augmentation de 0^m,0002 du pas est inappréciable en pratique.

341. Courbes des profils des dents. — Avant de nous occuper des différents tracés des engrenages, nous allons donner le tracé des courbes qui nous seront nécessaires pour déterminer le profil des dents. Ces courbes, outre la circonférence qui a été vue en géométrie, sont au nombre de trois.

1° Cycloïde. — On appelle *cycloïde* la courbe décrite par un point d'une circonférence de cercle qui roule sans glisser sur une droite fixe située dans son plan.

Soient O le cercle roulant (*fig.* 231), *xy* la droite fixe et A le point de la circonférence, dont les positions successives doivent engendrer la courbe. Faisons rouler le cercle O et supposons qu'il soit arrivé en O'; pendant ce mouvement, des arcs très petits de la circonférence viennent s'appliquer successivement sur des parties de la droite *xy*, égales en longueur aux petits

arcs correspondants. Lorsque le cercle roulant sera venu en O' , le point décrivant A se sera élevé, sur la circonférence, jusqu'en un point C tel que l'on aura :

$$Ab = \text{arc } Cb$$

Lorsque ce même cercle sera venu en O'' , le point A se trouvera en un certain point E , et l'on aura :

$$Ac = \text{arc } Ec$$

et ainsi de suite pour les autres positions du cercle roulant.

Par le point C menons la droite Cb' parallèle à xy ; joignons le point b au point C et le point A au point b' ; la figure $Ab'Cb$ est un parallélogramme. De là résulte la construction suivante : pour trouver les différents points de la courbe, on divise la demi-circonférence Ad' en un certain nombre de parties que l'on

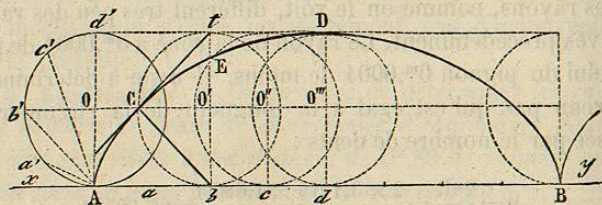


Fig. 231.

prend égales pour plus de simplicité, et par chacun des points de division on mène des parallèles à la droite fixe. On porte ensuite les arcs Aa' , $a'b'$,.... rectifiés, sur la droite xy , et des points a , b , c ,.... ainsi obtenus, avec un rayon égal à la corde correspondante du cercle O , on décrit des arcs qui coupent les diverses parallèles; en joignant tous les points d'intersection par un trait continu, on obtient la cycloïde.

Lorsque le cercle mobile aura parcouru la distance Ad égale à la longueur de la demi-circonférence, le point décrivant sera venu en D ; à partir de cette position, le point redescendra vers la droite fixe et décrira une nouvelle portion de courbe DB symétrique de la partie AD . Si, étant arrivé en B , le cercle continue son mouvement, le point mobile engendrera une autre courbe identique à la première.

La longueur AB , égale au développement de la circonférence O , prend le nom de *base*, et la hauteur Dd , égale au dia-

mètre du cercle mobile, prend le nom d'*ouverture* de la courbe.

Considérons le cercle roulant dans sa position O' ; pendant un temps infiniment petit, le point C tend à décrire un arc de cercle autour du point b ; ce point b est le centre instantané de rotation, et par suite la droite bC est la normale au point C de la courbe. Si l'on joint le point C à l'extrémité t du diamètre bt , l'angle tCb est droit comme angle inscrit dans une demi-circonférence, et par suite la droite tC est la tangente à la courbe.

Cette considération du centre instantané de rotation nous fournit une construction pratique de la cycloïde. En effet, si de chacun des points de division a , b , c ,... de la droite xy et avec des rayons égaux aux cordes correspondantes, on décrit des arcs de cercle, la courbe enveloppe de tous ces arcs sera la cycloïde demandée. Ce procédé simple et rapide est presque le seul employé dans la pratique.

2° **Épicycloïde.** — L'*épicycloïde* est la courbe décrite par un point d'une circonférence de cercle qui roule sans glisser sur une autre circonférence fixe, située dans son plan.

Soient O la circonférence roulante (fig. 232) et O' la circonférence fixe. On voit que la droite fixe xy du cas précédent est remplacée par la circonférence fixe O' , et les parallèles menées par les points de division du cercle mobile, par des circonférences concentriques au cercle O' . Avec ces modifications, tout ce que nous avons dit pour le tracé de la cycloïde s'applique au tracé de l'épicycloïde.

Considérons la circonférence roulante dans la position O' ; cette circonférence ayant roulé, sans glisser, sur la circonférence fixe, le point A s'est élevé en un point C tel que l'on a :

$$\text{arc } Aa = \text{arc } Ca$$

Le point C est un point de la courbe, et on l'obtient en décrivant du point de contact a , avec un rayon égal à la corde Aa' ,

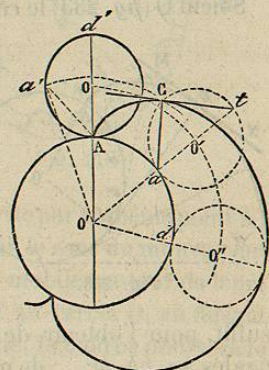


Fig. 232.

un arc qui coupe la circonférence décrite du point O' avec $O'a'$ pour rayon.

Le point a est un centre instantané de rotation; par suite la droite aC est une normale, et la droite tC une tangente à la courbe. Quand le cercle roulant sera dans une position telle que :

$$\text{arc } Ad = \text{arc } Aa'd'$$

la courbe redescendra vers la circonférence fixe, pour la rejoindre lorsque le point décrivant aura parcouru un arc égal au précédent.

REMARQUE. — Si le cercle mobile se trouve à l'intérieur du cercle fixe, le point A engendre une autre courbe facile à construire par le procédé indiqué, et cette courbe s'appelle *épicicloïde intérieure*, ou plus généralement *hypocycloïde*.

3° **Développante de cercle.** — On appelle *développante de cercle* la courbe engendrée par l'extrémité d'un fil inextensible qui, en restant toujours tendu, se déroule sur un cercle fixe.

Soient O (fig. 233) le cercle fixe et A l'extrémité du fil lorsqu'il est complètement enroulé. Le fil, devant toujours rester tendu, sera constamment tangent à la circonférence O , et il est évident que la longueur de ce fil sera égale, à chaque instant, à la longueur de l'arc de circonférence dont il se sera déroulé. La construction de cette courbe est donc très simple, car il

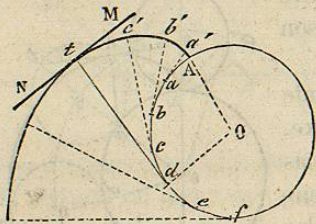


Fig. 233.

suffit, pour l'obtenir, de diviser la circonférence fixe en parties égales Aa, ab, bc, \dots ; de mener, en chaque point, la tangente à la circonférence O , puis de prendre sur ces tangentes des longueurs $aa' = Aa$ pour la première; $bb' = Ab$ ou $2Aa$ pour la seconde; $cc' = Ac$ ou $3Aa$ pour la troisième, et ainsi de suite. Considérons, par exemple, le fil tangent au point d ; en faisant $dt = \text{arc } Ad$, on obtient le point t de la courbe. Or le point d est un centre instantané de rotation; par conséquent, la droite dt est la normale à la courbe. La ligne MN , menée perpendiculairement à dt par le point t , sera la tangente en ce point. Les lignes MN et Od sont parallèles, comme étant respectivement perpendiculaires à dt ; donc, la tangente à la développante est parallèle

au rayon mené au point de contact de la normale avec le cercle fixe.

342. **Tracés des engrenages plans.** — Nous avons dit que les engrenages, d'après la courbe choisie pour profils de leurs dents, se divisent en trois classes. Sauf la première qui n'est plus guère employée, nous traiterons les tracés de ces trois classes avec tous les détails que comporte cette importante question.

343. **Engrenage à lanterne.** — Dans cet engrenage, le profil des dents du pignon est un cercle dont le centre se trouve sur la circonférence primitive.

Considérons d'abord (fig. 234) les cercles formant les dents du pignon comme ayant un diamètre nul. Soient O et O' les circonférences primitives de la roue et du pignon, et A le point représentant les dents du pignon. Faisons rouler le cercle O' sur le cercle O ; l'enveloppe des positions successives que prendra le point A , c'est-à-dire le profil à donner aux dents de la roue O , sera l'épicicloïde décrite par ce même point A ; cette épicicloïde sera AA' ou AA_1 suivant le sens du mouvement de O' sur O . Si nous rendons les cercles mobiles autour de leurs axes et si nous fixons l'épicicloïde AA' au cercle O , en faisant tourner ce cercle dans le sens de la flèche, la courbe poussera le point A du pignon et lui transmettra le mouvement; or, d'après les propriétés de l'épicicloïde, on sait que le mouvement aura lieu comme si les cercles étaient simplement tangents, c'est-à-dire avec rapport constant de vitesses angulaires. Tel est le principe théorique de cet engrenage.

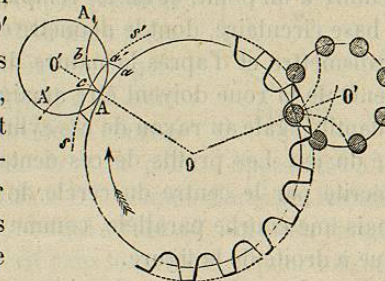


Fig. 234.

On s'impose l'arc pendant lequel la dent de la roue doit pousser la dent du pignon; faisons cet arc égal au pas, et soit $Aa = Aa'$ ce pas. Lorsque les roues auront tourné de cette quantité, ab sera la position de l'épicicloïde AA' et a' la position du point A qui, pendant le mouvement, a dû s'appuyer constamment sur la courbe et en a parcouru la portion aa' . A