

un arc qui coupe la circonférence décrite du point O' avec $O'a'$ pour rayon.

Le point a est un centre instantané de rotation; par suite la droite aC est une normale, et la droite tC une tangente à la courbe. Quand le cercle roulant sera dans une position telle que :

$$\text{arc } Ad = \text{arc } Aa'd'$$

la courbe redescendra vers la circonférence fixe, pour la rejoindre lorsque le point décrivant aura parcouru un arc égal au précédent.

REMARQUE. — Si le cercle mobile se trouve à l'intérieur du cercle fixe, le point A engendre une autre courbe facile à construire par le procédé indiqué, et cette courbe s'appelle *épicicloïde intérieure*, ou plus généralement *hypocycloïde*.

3° **Développante de cercle.** — On appelle *développante de cercle* la courbe engendrée par l'extrémité d'un fil inextensible qui, en restant toujours tendu, se déroule sur un cercle fixe.

Soient O (fig. 233) le cercle fixe et A l'extrémité du fil lorsqu'il est complètement enroulé. Le fil, devant toujours rester tendu, sera constamment tangent à la circonférence O , et il est évident que la longueur de ce fil sera égale, à chaque instant, à la longueur de l'arc de circonférence dont il se sera déroulé. La construction de cette courbe est donc très simple, car il

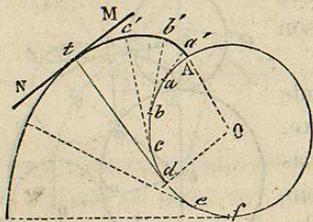


Fig. 233.

suffit, pour l'obtenir, de diviser la circonférence fixe en parties égales Aa, ab, bc, \dots ; de mener, en chaque point, la tangente à la circonférence O , puis de prendre sur ces tangentes des longueurs $aa' = Aa$ pour la première; $bb' = Ab$ ou $2Aa$ pour la seconde; $cc' = Ac$ ou $3Aa$ pour la troisième, et ainsi de suite. Considérons, par exemple, le fil tangent au point d ; en faisant $dt = \text{arc } Ad$, on obtient le point t de la courbe. Or le point d est un centre instantané de rotation; par conséquent, la droite dt est la normale à la courbe. La ligne MN , menée perpendiculairement à dt par le point t , sera la tangente en ce point. Les lignes MN et Od sont parallèles, comme étant respectivement perpendiculaires à dt ; donc, la tangente à la développante est parallèle

au rayon mené au point de contact de la normale avec le cercle fixe.

342. **Tracés des engrenages plans.** — Nous avons dit que les engrenages, d'après la courbe choisie pour profils de leurs dents, se divisent en trois classes. Sauf la première qui n'est plus guère employée, nous traiterons les tracés de ces trois classes avec tous les détails que comporte cette importante question.

343. **Engrenage à lanterne.** — Dans cet engrenage, le profil des dents du pignon est un cercle dont le centre se trouve sur la circonférence primitive.

Considérons d'abord (fig. 234) les cercles formant les dents du pignon comme ayant un diamètre nul. Soient O et O' les circonférences primitives de la roue et du pignon, et A le point représentant les dents du pignon. Faisons rouler le cercle O' sur le cercle O ; l'enveloppe des positions successives que prendra le point A , c'est-à-dire le profil à donner aux dents de la roue O , sera l'épicicloïde décrite par ce même point A ; cette épicicloïde sera AA' ou AA_1 suivant le sens du mouvement de O' sur O . Si nous rendons les cercles mobiles autour de leurs axes et si nous fixons l'épicicloïde AA' au cercle O , en faisant tourner ce cercle dans le sens de la flèche, la courbe poussera le point A du pignon et lui transmettra le mouvement; or, d'après les propriétés de l'épicicloïde, on sait que le mouvement aura lieu comme si les cercles étaient simplement tangents, c'est-à-dire avec rapport constant de vitesses angulaires. Tel est le principe théorique de cet engrenage.

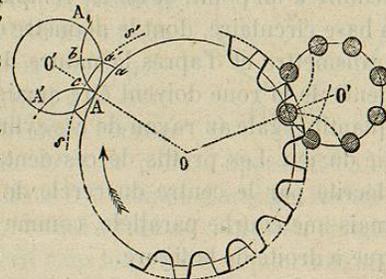


Fig. 234.

On s'impose l'arc pendant lequel la dent de la roue doit pousser la dent du pignon; faisons cet arc égal au pas, et soit $Aa = Aa'$ ce pas. Lorsque les roues auront tourné de cette quantité, ab sera la position de l'épicicloïde AA' et a' la position du point A qui, pendant le mouvement, a dû s'appuyer constamment sur la courbe et en a parcouru la portion aa' . A

partir de cet instant, la dent de la roue devant quitter celle du pignon, la portion de la courbe $a'b$ devient inutile. On limite donc les dents de la roue en décrivant du centre O et avec Oa' pour rayon, la circonférence ss' .

Afin que la roue puisse conduire le pignon dans les deux sens, on termine la dent de l'autre côté par un profil symétrique; $Acaa'$ est donc la forme à donner à la dent de la roue O . Lorsque cette dent quittera le point qu'elle a conduit, un autre point, représentant une dent du pignon, sera venu sur la ligne des centres et sera à son tour conduit par la dent suivante de la roue; le mouvement s'effectuera donc d'une manière continue.

344. En pratique, les dents du pignon ne peuvent pas se réduire à un point, et on les remplace par des cylindres droits à base circulaire, dont le diamètre est calculé d'après l'effort à transmettre et d'après la nature de la matière employée. Les dents de la roue doivent être amaigries, de chaque côté, d'une quantité égale au rayon de ces cylindres, augmentée de la moitié du jeu. Les profils de ces dents ne sont plus l'épicycloïde décrite par le centre du cercle de base des dents du pignon, mais une courbe parallèle, comme on le voit sur le tracé pratique à droite de la figure.

Pour loger les dents du pignon, on pratique, dans la roue, des creux circulaires dont le centre est situé sur la circonférence primitive, et dont le rayon est égal à celui de la dent du pignon, augmenté de la moitié du jeu.

Les cylindres formant les dents du pignon sont encastrés à leurs extrémités dans deux plateaux circulaires nommés *tourteaux*, traversés par l'axe de rotation, et dont la distance est un peu plus grande que la largeur de la roue.

Dans cet engrenage, appelé *engrenage à lanterne*, les dents du pignon prennent le nom de *fuseaux*.

345. Dans l'engrenage à lanterne, le contact ne peut avoir lieu en deçà et au delà de la ligne des centres. Lorsque c'est la roue qui conduit, le contact commence à la ligne des centres; si, au contraire, c'est le pignon qui conduit, la conduite cesse à la ligne des centres. Il y a avantage, comme nous le verrons plus loin, à ce que la conduite ait lieu après la ligne des centres; c'est pourquoi la roue conduit toujours le pignon.

On dit que l'engrenage à lanterne n'est pas réciproque, et cet

inconvenient fait qu'on ne l'emploie presque plus aujourd'hui; on le rencontre surtout dans les vieux moulins.

346. Engrenage à flancs. — Dans cet engrenage, on s'impose la condition que les profils des flancs des dents soient des portions de rayon des cercles primitifs.

Soient O et O' les circonférences primitives (*fig. 235*) et $O'A$ le profil des flancs du pignon. Pour trouver le profil de la face de la dent de la roue O , il faut faire rouler le cercle O' sur le cercle O et des différents points de contact, abaisser des normales sur les diverses positions que prend le rayon $O'A$. Supposons que le cercle O' soit venu en O'' ; la position du rayon $O'A$ sera telle que l'on aura $Aa = aa'$. Si du point a nous abaissons la perpendiculaire ad sur $O''a'$, le pied d de cette perpendiculaire sera un point de la courbe

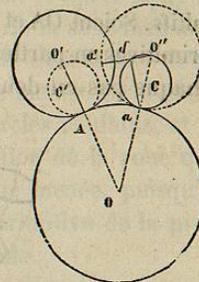


Fig. 235.

cherchée. L'angle $O''da$ étant droit, le point d appartient à la circonférence du cercle décrit sur $O''a$ comme diamètre. Remarquons en outre que l'arc ad est égal à l'arc aa' ; en effet, l'angle $a'O''a$, considéré comme inscrit dans le cercle C , a pour mesure la moitié de l'arc ad ; ce même angle, considéré comme angle au centre dans le cercle O'' , a pour mesure l'arc aa' . Il résulte de là que l'arc ad a un nombre double de degrés que l'arc aa' ; mais comme le rayon Ca est la moitié du rayon $O''a$, les degrés de l'arc aa' sont deux fois plus grands que les degrés de l'arc ad . Donc, ces deux arcs sont égaux et par suite $ad = Aa$. Le point d qui se confondra avec le point A , si l'on fait reprendre au cercle O' sa position primitive, est un point de l'épicycloïde engendrée par le point A du cercle C roulant sans glisser sur le cercle O .

Ce principe nous montre que les profils des faces des dents de la roue sont des arcs d'épicycloïde engendrée par un cercle roulant, ayant pour diamètre le rayon du pignon, et que le contact des dents se fait constamment sur la circonférence de ce cercle roulant.

Si l'on veut rendre l'engrenage réciproque, il est évident que l'on devra prendre, pour profils des dents du pignon, des arcs d'épicycloïde engendrée par un cercle ayant pour diamètre le

rayon de la roue O, roulant sur la circonférence primitive du pignon.

347. Tracé des engrenages à flancs. — Soient O et O' (fig. 236) les axes sur lesquels on doit monter les deux roues dentées. Après avoir calculé l'épaisseur des dents d'après la nature de la matière à employer, et que l'on connaît par suite le pas et le nombre de dents de chaque roue, on détermine les rayons primitifs. Soient OA et O'A ces rayons; divisons les circonférences primitives en parties Aa, ab... et Aa', a'b'... égales au pas, et chaque pas en deux parties Ac, ca et Ac', c'a' respectivement

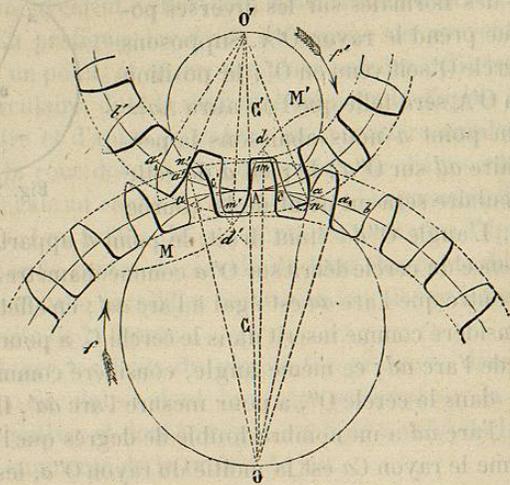


Fig. 236.

égales au plein et au creux. Traçons les cercles roulants C et C'; en faisant rouler le premier sur la circonférence O', dans le sens de la flèche f, le point A engendrera un arc d'épicycloïde AM, qui sera le profil des faces des dents du pignon. Le cercle C', roulant sur la circonférence O, engendre l'arc d'épicycloïde AM' qui est le profil des faces des dents de la roue. Menons les rayons Om et O'm' qui divisent le plein en deux parties égales, et faisons passer, par les points c et c', un arc de l'épicycloïde correspondante, symétrique de celui qui se trouve de l'autre côté de ces rayons. Les courbes se couperont aux points d et d' et l'on aura Adc pour profil complet des faces des dents de la roue; de même Ad'c' sera le profil des faces des dents du pi-

gnon. En découpant, avec soin, un gabarit sur ces faces, on tracera aisément le profil de toutes les dents. Pour obtenir les flancs, on sait qu'il suffit de mener les rayons tels que Oa, Oa₁ et O'a', O'a'₁ à tous les points de division des circonférences primitives.

REMARQUE. — En examinant la figure, on voit que, dans un engrenage réciproque, le contact a lieu avant et après la ligne des centres; avant cette ligne, c'est le flanc de la roue menante qui pousse la face de la roue menée, et après, c'est la face de la roue menante qui pousse le flanc de la roue menée. Le contact a toujours lieu sur la circonférence des cercles roulants, et il s'éloigne de plus en plus de l'axe de rotation de la roue qui mène, en se rapprochant de celui de la roue menée, puisqu'il commence au-dedans de la circonférence primitive de la première roue pour finir au-dedans de la seconde.

348. Échanfrinage des dents. — En pratique, on ne peut donner aux dents leur saillie maximum Adc, parce qu'elles ne seraient pas assez fortes, vers la pointe, pour résister à l'effort à transmettre et que cette pointe s'userait très vite par le frottement. En outre, pour éviter les dangers des *arc-boutements* dont nous parlerons plus tard, il convient de diminuer, autant que possible, la durée de la prise de deux dents, tout en leur laissant une longueur suffisante pour assurer la continuité du mouvement. A cet effet, on se contente d'avoir constamment deux couples de dents en prise, c'est-à-dire que le contact commence un pas avant la ligne des centres pour finir un pas après cette ligne. De là, la nécessité de retrancher la partie aiguë des dents, opération qu'on appelle *échanfrinage*.

349. Limite des dents. — Pour limiter la conduite un pas avant la ligne des centres et un pas après, on opère de la manière suivante: on prend les arcs Aa et Aa', égaux au pas de l'engrenage, et on mène les rayons Oa et O'a'; les points n et n' d'intersection de ces rayons avec les cercles roulants sont les points extrêmes de contact. Si donc, du point O comme centre, on décrit une circonférence avec On' pour rayon, cette circonférence limitera toutes les faces des dents de la roue. De même, si l'on décrit une circonférence concentrique à la circonférence O' avec O'n pour rayon, cette circonférence limitera toutes les faces des dents du pignon. Après avoir limité les faces, il faut limiter

les flancs ; on y arrive très simplement en décrivant des centres O et O' des circonférences dont les rayons r_1 et r'_1 sont donnés par les formules suivantes, dans lesquelles r et r' représentent les rayons des circonférences limitant les faces de la roue et du pignon, et j le jeu de l'engrenage.

$$r_1 = OO' - (r' + j) \text{ et } r'_1 = OO' - (r + j)$$

En pratique, on arrondit tous les angles vifs des dents en raccordant les différentes parties par de petits arcs de cercle, comme le montre la figure.

350. Inconvénients des engrenages à flancs. — Le tracé que nous venons de décrire, pour les engrenages à flancs, est le plus généralement employé dans la pratique ; cependant, il présente deux inconvénients que nous allons signaler et dont l'un est très grave.

1° La normale commune aux profils des dents fait avec la ligne des centres des angles de plus en plus petits à mesure que le point de contact s'éloigne de cette ligne, ce qui fait que l'effort de la dent menante sur la dent menée varie pendant toute la durée de la prise ; cet effort diminue d'abord jusqu'à la ligne des centres pour augmenter ensuite jusqu'à la fin de la conduite, et il en résulte que les dents s'usent inégalement ; aussi voit-on, au bout d'un certain temps de marche, les dents s'arrondir à leurs extrémités et leurs flancs se creuser. Pour remédier à cet inconvénient dans une certaine mesure, il convient de prendre le pas le plus petit possible.

2° Le second inconvénient et le plus grave, c'est qu'une roue taillée à l'aide de ce tracé ne peut engrener qu'avec le pignon pour lequel elle a été construite. En effet, dans ce tracé, le profil des faces des dents de la roue est engendré par un point d'un cercle ayant pour diamètre le rayon du pignon, roulant sur la circonférence primitive de la roue. Si le rayon du pignon vient à changer, le diamètre du cercle roulant changera aussi et par suite, pour chaque pignon de diamètre différent, on obtiendra une courbe distincte pour les faces des dents de la roue. Donc, une roue à flancs ne peut conduire, avec un degré de précision suffisant, deux ou plusieurs pignons de diamètres différents, soit successivement, soit simultanément.

Dans une foule de machines on a besoin qu'une roue, ap-

pelée *roue principale*, puisse en conduire plusieurs autres, soit successivement pour faire varier le rapport des vitesses angulaires, soit simultanément pour communiquer le mouvement à plusieurs arbres. Il faut, dans ces circonstances, fréquentes en pratique, employer un tracé qui permette à une roue d'engrener avec une autre roue quelconque, à la condition que le pas soit le même.

351. Engrenages épicycloïdaux. — Le tracé de ces engrenages, peu employé dans les ateliers, remplit les conditions précédentes. Son principe peut s'énoncer ainsi : lorsqu'on prend pour flancs des dents du pignon un arc d'hypocycloïde, sa courbe enveloppe ou le profil à donner aux faces des dents de la roue, est un arc d'épicycloïde engendrée par le cercle générateur de l'hypocycloïde, roulant sur la circonférence primitive de la roue. Ceci peut être facilement expliqué en remarquant que le tracé des engrenages à flancs n'est qu'un cas particulier de ce principe. En effet, lorsqu'un cercle roule à l'intérieur d'un autre cercle de diamètre double, l'hypocycloïde engendrée par un quelconque des points du cercle mobile se confond avec un diamètre du cercle fixe. On peut s'en assurer en traçant la courbe d'après le procédé que nous avons indiqué pour décrire l'épicycloïde. Ainsi, le rayon $O'A$ (*fig. 235*) que nous avons pris pour déterminer l'épicycloïde enveloppe n'est autre chose que l'hypocycloïde engendrée par le même cercle C' roulant à l'intérieur de O' . Donc, en généralisant, on conclut que deux épicycloïdes, l'une intérieure et l'autre extérieure, de même cercle générateur, sont respectivement enveloppe et enveloppée, et se conduisent avec rapport constant de vitesses angulaires, condition à laquelle sont assujetties les roues d'engrenages.

Si le cercle roulant n'a pas un diamètre égal au rayon du cercle à l'intérieur duquel il roule, les flancs des dents ne seront plus droits, et les profils de celles-ci seront formés par la réunion de deux courbes, l'une intérieure et l'autre extérieure à la circonférence primitive.

Pour qu'une roue puisse en conduire plusieurs autres de même pas, il suffit de choisir, pour tout le système, un cercle générateur de diamètre constant ; de faire rouler ce cercle à l'extérieur de chacune des circonférences primitives pour décrire les épicycloïdes formant les faces, puis de faire rouler le

même cercle à l'intérieur de chacune de ces circonférences pour décrire les hypocycloïdes formant les flancs.

La limite des dents s'obtiendra comme dans le cas précédent.

Le diamètre du cercle générateur ne doit jamais être plus grand que le rayon primitif de la plus petite des roues conjuguées, car les dents de celle-ci auraient, vers la base, une épaisseur moindre que sur la circonférence primitive, et elles pourraient devenir trop faibles pour résister à l'effort à transmettre. Au contraire, si le diamètre du cercle roulant est plus petit que le rayon de la circonférence primitive, la courbure que prennent les flancs fait que les dents augmentent d'épaisseur vers la base et deviennent ainsi plus résistantes. Il ne faudrait pas croire, pour cela, qu'il convienne de prendre le cercle roulant très petit, car, dans ce cas, la courbure des faces serait très prononcée et les dents deviendraient trop courtes et trop pointues. Généralement, on prend pour diamètre du cercle roulant le rayon du cercle primitif de la plus petite roue du système.

Dans ces engrenages, comme dans les engrenages à flancs, l'effort de la dent menante sur la dent menée n'est pas constant. Aussi est-il préférable d'employer le tracé par développantes, qui remédie aux deux inconvénients que nous venons de signaler.

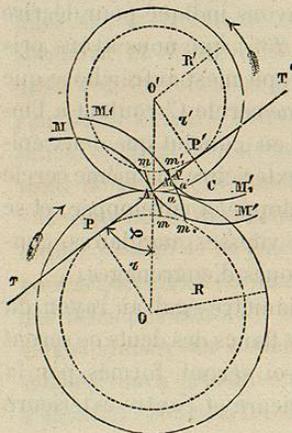


Fig. 237.

Soient O et O' (fig. 237) les circonférences primitives et A leur point de contact. Menons par le point A une ligne droite quel-

352. Engrenage à développantes. — Avant de nous occuper du tracé de ces engrenages pour lequel quelques mots suffiront, nous allons prouver qu'en prenant des développantes de cercle pour profils des faces, on obtient : 1° un rapport constant de vitesses angulaires ; 2° l'effort exercé par une dent sur une autre est constant ; 3° une roue quelconque peut engrener avec plu-

sieurs autres de diamètres différents, pourvu que le pas soit le même.

conque TT', et des centres O et O' abaissons, sur cette droite, les perpendiculaires OP et O'P', puis, des points O et O' comme centres, décrivons des circonférences avec OP et O'P' pour rayons. Ces circonférences qui ont la droite TT' pour tangente commune, s'appellent les *circonférences conjuguées*. Faisons rouler la portion AT de la tangente sur le cercle OP ; le point A décrira une développante mAM ; la tangente AT' roulant sur la circonférence O'P' décrira de même la développante m'AM' ; les deux courbes mAM, m'AM' seront tangentes en A, point de contact situé sur la ligne des centres des circonférences primitives. Cela posé, faisons tourner la roue O pour que le point m vienne en m₁ ; le pignon tournera aussi, et le point m' viendra en m'₁ ; le point A viendra en a sur la circonférence O, et en a' sur la circonférence O' et l'on aura :

$$\frac{mm_1}{Aa} = \frac{OP}{OA} = \frac{r}{R} \quad \text{et} \quad \frac{m'm'_1}{Aa'} = \frac{O'P'}{O'A} = \frac{r'}{R'}$$

Mais les triangles OAP et O'AP' sont semblables et donnent :

$$\frac{OP}{OA} = \frac{O'P'}{O'A} \quad \text{ou} \quad \frac{r}{R} = \frac{r'}{R'} \quad \text{et par suite} \quad \frac{mm_1}{Aa} = \frac{m'm'_1}{Aa'}$$

De plus, les arcs Aa et Aa' sont égaux comme arcs décrits dans un même temps, par les circonférences primitives ; on a donc finalement :

$$mm_1 = m'm'_1$$

Soient maintenant A₁ et A' les points où les courbes, dans leur nouvelle position, coupent la tangente TT'. On sait, d'après les propriétés de la développante, que PA₁ = Pm₁ et PA = Pm ; par suite AA₁ = mm₁ ; pour l'autre courbe on a de même : AA' = m'm'₁ = mm₁. On voit donc que le point A s'est déplacé sur la tangente TT', et pour chacune des courbes, d'une quantité égale à mm₁ ; par suite les points A₁ et A' coïncident. Tirons les conclusions de ce que nous venons de démontrer.

1° Le contact ayant toujours lieu sur la droite TT', normale commune aux courbes passant par le point de tangence A des cercles primitifs, le rapport des vitesses angulaires est constant.

2° La normale commune aux courbes étant la tangente TT', commune aux deux cercles conjugués, l'inclinaison de cette

droite sur la ligne des centres ne varie pas, et l'effort exercé par la dent menante sur la dent menée est constant.

Il nous reste à prouver que, dans ces engrenages, une même roue peut conduire plusieurs pignons et réciproquement. Pour cela, il nous suffira de faire remarquer que les profils des dents ne dépendent nullement des cercles primitifs; ainsi, dans la construction de la développante mAM , il n'entre que le cercle OP , et dans celle de la développante $m'AM'$ il n'y a que le cercle $O'P'$ qui intervient. Si donc on adopte une inclinaison quelconque de la droite TT' sur la ligne des centres, toutes les roues de même pas pourront engrener ensemble, quels que soient leurs diamètres.

353. Inclinaison de la tangente. — L'inclinaison de la droite TT' sur la ligne des centres n'est pas indifférente. En effet, les rayons r et r' des cercles conjugués varient avec l'angle α ; plus cet angle sera petit et plus la courbure des développantes sera prononcée; les courbes symétriques formant le profil des dents convergeront trop rapidement l'une vers l'autre, et il pourra arriver que ces courbes se rejoignent avant que la dent menante ait conduit la dent conjuguée pendant toute la longueur de l'arc qu'on s'impose, ou tout au moins, que les dents soient trop faibles vers leur extrémité pour résister à l'effort à transmettre. Il faut donc déterminer l'inclinaison de la tangente TT' : le meilleur procédé consiste à porter, sur la circonférence primitive de la plus petite des roues du système, une longueur AC égale au pas, de mener le rayon $O'C$ et d'abaisser, du point de contact A des cercles primitifs, la perpendiculaire AT sur ce rayon. Dans la plupart des ateliers, on se contente d'adopter un angle invariable, et l'on fait $\alpha = 75^\circ$.

354. Tracé des engrenages à développantes. — Soient O et O' (*fig.* 238) les circonférences primitives et A leur point de contact. Par le point A menons la droite TT' faisant avec OO' un angle de 75° . Avec les rayons $Oq, O'q'$, décrivons les cercles conjugués et traçons les développantes AM et AM' qui déterminent les profils des dents de la roue et du pignon. Portons, sur les circonférences primitives, des divisions égales au pas et partageons ces divisions en deux parties respectivement égales au plein et au creux. Menons les rayons On et $O'n'$ qui divisent le

plein en deux parties égales, et faisons passer par les points c et c' , un arc de la développante correspondante, symétrique de celui qui se trouve de l'autre côté de ces rayons.

Les courbes se couperont aux points c_1, c'_1 , et en découpant avec soin un gabarit sur ces dents, on tracera aisément l'engrenage complet.

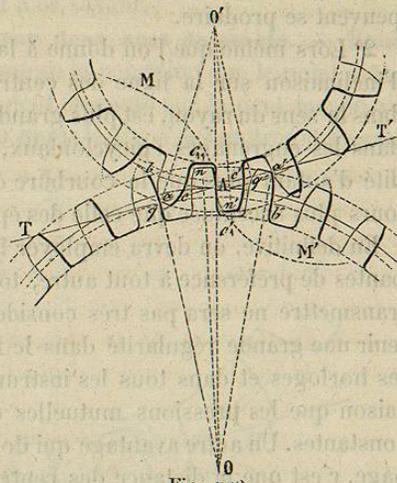


Fig. 238.

355. Limite des dents.

— Pour limiter les dents, traçons la courbe $a'b'$ située à un pas de distance de la ligne des centres; cette courbe coupe la tangente TT' au point a' et si nous décrivons une circonférence du point O comme centre avec Oa' pour rayon, cette circonférence limitera extérieurement toutes les dents de la roue. On limitera pareillement toutes les dents du pignon avec la circonférence de rayon $O'a$. Pour limiter intérieurement les dents, on opère exactement comme nous l'avons fait pour les engrenages à flancs. Les profils des dents sont des portions de rayon depuis la naissance des développantes sur le cercle conjugué jusqu'à la circonférence qui les limite intérieurement.

356. Inconvénients. — Les engrenages à développantes offrent aussi des inconvénients qu'il est essentiel de connaître.

1° Lorsque le pas est grand, par suite d'un effort considérable à transmettre, surtout si le rapport du rayon du pignon à celui de la roue est petit, on tombe inévitablement dans l'inconvénient que nous avons signalé en parlant de l'inclinaison de la tangente, c'est-à-dire que les courbes symétriques formant le profil des dents convergent trop rapidement l'une vers l'autre, et il devient difficile et même impossible d'avoir deux couples de dents en prise sans trop affaiblir les dents vers leur extrémité. En outre, ces engrenages se conduisent par des contacts plus obliques, par rapport à la ligne des centres, que les

engrenages épicycloïdaux ; cet inconvénient, qui augmente avec le pas, peut devenir fort grave à cause des arc-boutements qui peuvent se produire.

2° Lors même que l'on donne à la tangente TT' le minimum d'inclinaison sur la ligne des centres, la hauteur des dents, dans le sens du rayon, est plus grande, pour un même pas, que dans les engrenages épicycloïdaux, ce qui diminue leur solidité d'autant plus que la courbure des développantes est toujours plus accentuée que celle des épicycloïdes.

En définitive, on devra employer les engrenages à développantes de préférence à tout autre, toutes les fois que l'effort à transmettre ne sera pas très considérable et qu'on voudra obtenir une grande régularité dans le mouvement, comme dans les horloges et dans tous les instruments de précision, par la raison que les pressions mutuelles des dents en contact sont constantes. Un autre avantage qui doit faire préférer cet engrenage, c'est que la distance des centres peut varier sans que la régularité du mouvement soit altérée, car il résulte des propriétés de la développante que la normale commune aux courbes, menée au point de contact, reste toujours tangente aux cercles conjugués et passe constamment par le point de tangence des cercles primitifs.

357. Tracé pratique des engrenages. — Les arcs de courbe, soit d'épicycloïde, soit de développante, qui forment le profil des dents dans les roues d'engrenage, ont toujours une longueur assez faible pour qu'il n'y ait pas d'inconvénient, dans la construction, à remplacer la portion de courbe théorique par un ou plusieurs arcs d'une autre courbe plus simple à tracer et se confondant sensiblement avec le profil exact. La circonférence étant la courbe la plus facile à décrire, il est tout naturel qu'on ait cherché à l'utiliser.

Lorsqu'on n'a pas besoin d'une grande exactitude, on peut remplacer le profil de la dent par un seul arc de cercle dont le rayon et le centre sont convenablement déterminés ; mais si l'on veut une plus grande approximation, on arrive à un degré d'exactitude qui suffit aux exigences de la pratique, en remplaçant le profil des dents par deux arcs de cercle dont l'un forme la face et l'autre le flanc. Nous allons donner le tracé de ces engrenages au moyen de la méthode indiquée par

Euler et introduite par Robert Willis dans les ateliers anglais ; cette méthode repose sur les théorèmes relatifs à la théorie des engrenages, due également à ce savant.

358. Tracé des dents par deux arcs de cercle. — Pour cette construction, on s'impose la condition que le point d'action exact du profil de la dent menante sur la dent menée ait lieu un peu avant et un peu après la ligne des centres et à égale

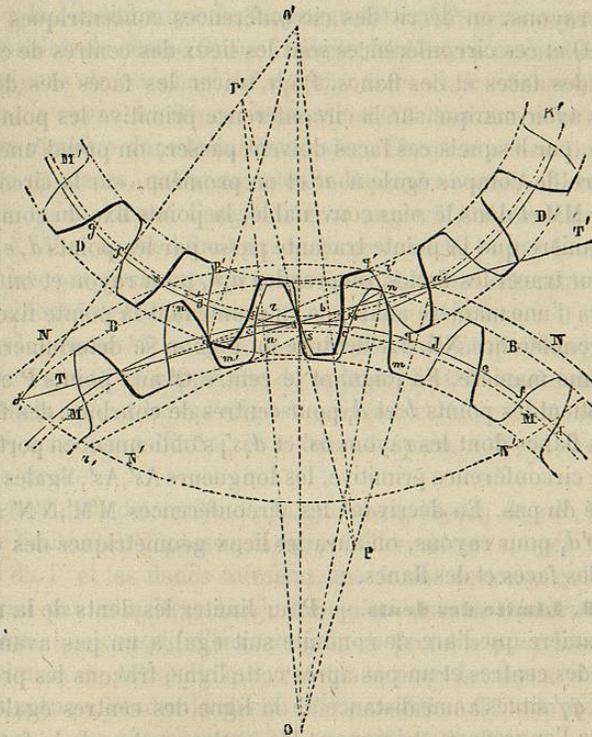


Fig. 239.

distance de cette ligne ; nous prendrons cette distance égale à la moitié du pas.

Soient O et O' (*fig. 239*) les circonférences primitives de la roue et du pignon ; par leur point de contact A , menons la droite TT' qui peut être quelconque, mais qui, d'après Willis, doit faire un angle de 75° avec la ligne des centres pour que les dents aient une forme convenable. Menons, par le point A , la perpendiculaire PP' à la droite TT' et prenons sur cette