avons réduit leur hauteur et par conséquent nous avons diminué le glissement. Si nous concevons les roues divisées en un nombre infini de tranches ayant tourné d'un angle infiniment petit les unes par rapport aux autres, les dents formeront une surface continue inclinée par rapport à l'axe; le contact aura lieu par un seul point qui passera d'un plan au suivant au moindre mouvement de rotation et ce contact aura constamment lieu sur la ligne primitive; dès lors le glissement sera complètement supprimé.

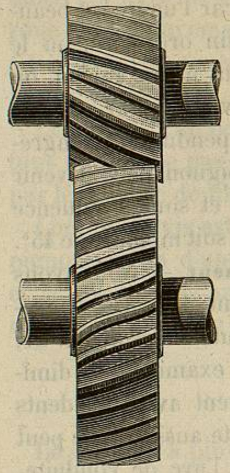

Fig. 256.

On construit ces engrenages en faisant la surface des dents hélicoïde. On trace l'hélice primitive sur le cylindre primitif de la roue et on donne aux dents une faible hauteur.

Ces engrenages, imaginés par Hooke vers 1670, et délaissés pendant longtemps, furent repris par White qui les réinventa pour ainsi dire en 1808. La figure 256 représente un de ces engrenages vu de côté.

Le principal inconvénient des engrenages hélicoïdaux est la pression oblique sur les tourillons produite par l'inclinaison des dents sur l'axe.

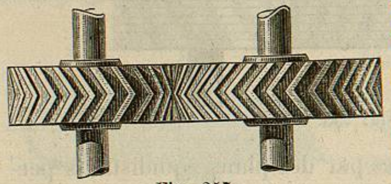

Fig. 257.

On y remédie en taillant les dents comme le représente la figure 257, c'est-à-dire comme si deux roues égales, taillées en sens inverse, étaient accolées l'une à l'autre.

On construit également des roues à dents quatre fois inclinées (*fig.* 258) que l'on appelle *roues à chevron*.

Les engrenages hélicoïdaux sont en grande faveur dans un certain nombre de machines fonctionnant à grande vitesse; la transmission est mieux assurée, fonctionne sans bruit et l'usure des dents est plus régulière.

Si l'effort à transmettre est assez considérable, on garnit les jantes des roues de couronnes en acier doux dans lesquelles on taille les dents; ces couronnes sont rapportées à chaud et fixées

avec des goujons sur la jante en fonte préalablement tournée

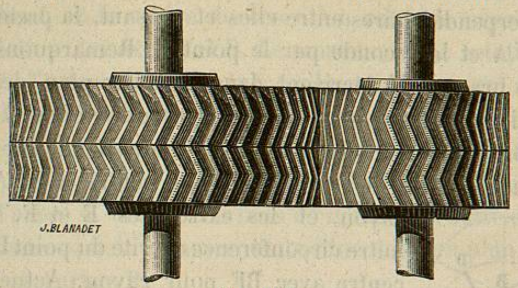

Fig. 258.

à un diamètre légèrement supérieur au diamètre intérieur de la couronne.

§ 5. — JOINTS.

384. Joint de Oldham. — Pour établir une transmission directe entre deux arbres parallèles situés à une faible distance, on peut employer, outre les engrenages cylindriques, un organe connu sous le nom de *joint de Oldham*.

On réalise cette transformation de mouvement en terminant les bouts des deux arbres A et B (*fig.* 259) par les fourchettes F et F′, reliées entre elles au moyen d'un croisillon formé de deux tiges cylindriques *aa*, *bb*, dont les axes sont perpendiculaires et qui peuvent s'engager et glisser à frottement doux dans les trous *a*, *a*, *b*, *b*, appelés *œilletons*, pratiqués aux extrémités des branches des fourches F et F′. Ce croisillon peut ainsi glisser dans le sens des bras *aa*, *bb*, en restant dans un même plan perpendiculaire aux arbres. En communiquant le mouvement à l'arbre A, la fourche F sera entraînée, et par suite, la fourche F′ et l'axe B entreront en mouvement et les deux arbres seront rendus complètement solidaires si, comme nous l'avons supposé, les extrémités des croisillons glissent dans les œilletons des fourches des arbres.

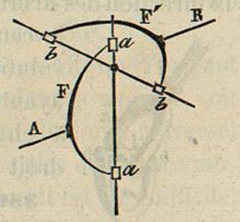

Fig. 259.

385. Rapport des vitesses angulaires. — Soient A et B (*fig.* 260) les projections des axes sur un plan vertical; les projections des fourches se confondront avec les projections des bras du croisillon et seront représentées par les droites CD et EF, perpendiculaires entre elles et passant, la première par le point A et la seconde par le point B. Remarquons que les axes des bras *aa*, *bb* décrivent, dans un même plan, des cercles perpendiculaires aux axes A et B; les extrémités C et D se trouveront donc, à chaque instant du mouvement, sur une circonférence décrite du point A comme centre avec AC pour rayon, et les extrémités E et F, sur une autre circonférence décrite du point B comme centre avec BF pour rayon. Actuellement, supposons que la barre CD soit venue en C′D′; pour déterminer la position correspondante de l'autre barre, il suffit de mener, par le point B, une droite E′F′ perpendiculaire à la direction C′D′. Or les angles FBF′ et CAC′ sont égaux comme ayant leurs côtés respectivement perpendiculaires; donc, les angles décrits par chacun des bras du croisillon sont égaux. La vitesse angulaire des deux arbres est donc égale, et, si le premier est animé d'un mouvement uniforme, il en sera de même du second.

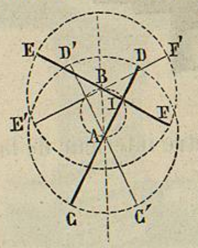

Fig. 260.

La direction des bras du croisillon passant constamment par la direction des arbres A et B, leur point d'intersection I qui est le centre du croisillon décrit, pendant une révolution entière des arbres, une circonférence ayant AB pour diamètre, car ce point se trouve, à chaque instant, sur le sommet d'un angle droit BIA inscrit dans cette circonférence.

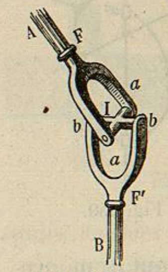

Fig. 261.

386. Joint universel. — Le *joint universel*, appelé *joint de Cardan* ou *joint de Hooke*, est un organe employé pour transmettre le mouvement de rotation d'un arbre à un autre arbre faisant avec le premier un certain angle.

Soient A et B (*fig.* 261) les arbres dont les axes se coupent en un point I; on termine les bouts des deux arbres A et B par des fourches F et F′ reliées entre elles au moyen d'un croisillon analogue à celui du joint précédent, qui présente aux extrémités de ses deux bras *aa*,*bb*, perpendiculaires entre eux, quatre tourillons venant s'engager dans les œilletons pratiqués dans les fourches. Ces tourillons ont la faculté de tourner dans les

œilletons, mais sans prendre un mouvement de glissement longitudinal, et le centre du croisillon coïncide avec le point d'intersection des axes A et B. Le mouvement de rotation étant imprimé à l'arbre moteur A, la fourche qui le termine, ainsi que le croisillon, seront entraînés avec lui, et comme les bras *aa*,*bb* sont solidaires, l'arbre B prendra un mouvement de rotation.

L'axe du bras *aa* décrira un cercle de centre I, perpendiculaire à l'arbre A, et l'axe du bras *bb* décrira un autre cercle de même centre que le premier, mais situé dans un plan perpendiculaire à l'arbre B.

Il est évident que les arbres accomplissent une révolution entière pendant le même temps, mais le rapport des vitesses angulaires n'est pas constant; l'arbre moteur ayant un mouvement uniforme, l'arbre conduit prendra un mouvement varié.

On démontre que les vitesses angulaires sont égales après chaque quart de tour et qu'elles passent par les mêmes phases pendant chaque quart de révolution. Ce rapport des vitesses angulaires varie suivant l'angle des axes, et il varie d'autant plus que cet angle devient plus petit. Si l'angle est égal à 90°, la transmission devient impossible, car la rotation des arbres tend à tordre les tourillons et non à les faire tourner.

En général, on ne doit employer cet organe que si l'angle AIB formé par les deux axes n'est pas inférieur à 135°.

De la disposition même de cet appareil, il résulte que l'on peut faire varier l'inclinaison des axes, soit pendant la marche, soit au repos : cette propriété caractéristique du joint universel est mise à profit pour relier les diverses parties de l'arbre moteur des navires de grande longueur. Comme il est très difficile, en pratique, de disposer un arbre semblable, formé de plusieurs tronçons, de telle sorte que les axes soient exactement en ligne droite, et que, de plus, cet arbre doit se prêter aux déformations de la coque, on relie entre elles les extrémités des arbres par de puissants joints universels, car l'effort à transmettre est très considérable. On évite ainsi les flexions qui pourraient se produire et qui détermineraient des pressions nuisibles des tourillons sur les coussinets des paliers. Les angles formés par les axes des arbres étant voisins de 180°, la transmission du mouvement a sensiblement lieu avec rapport constant de vitesses angulaires.

En Hollande, on emploie le joint universel pour transmettre le mouvement donné par les moulins à vent aux vis d'Archimède destinées aux épuisements, les variations de vitesse étant sans inconvénients pour ce travail.

On l'emploie dans la marine, en remplaçant le croisillon par une couronne, pour suspendre les lampes et particulièrement les boussoles qui peuvent ainsi rester sensiblement immobiles malgré les oscillations en tous sens du navire.

Lorsque l'angle formé par les deux axes est inférieur à 135°, ou lorsque ces deux axes ne se rencontrent pas, on emploie un troisième axe intermédiaire coupant les deux premiers sous un angle de 135° environ. En reliant les extrémités de ce troisième arbre à celles des arbres donnés, par deux joints universels, on pourra transmettre le mouvement avec des rapports de vitesse bien différents, variant, comme nous l'avons déjà dit, avec les angles des axes.

Dans le cas particulier où les axes conducteur et conduit sont parallèles, l'axe intermédiaire fait avec chacun d'eux des angles égaux ; il en résulte que les variations de vitesse se balancent à chaque instant et, par suite, le mouvement est transmis avec rapport de vitesses angulaires.

387. Double joint de Hooke. — Si l'on veut transmettre le mouvement entre deux axes se coupant sous un angle inférieur à 135°, et dont les extrémités sont trop rapprochées pour permettre l'emploi d'un axe intermédiaire, on se sert de la disposition appelée *double joint de Hooke*. Ce double joint (*fig.* 262) n'est autre chose que l'axe intermédiaire réduit aux deux fourches qui le terminent; il permet de transmettre le mouvement quel que soit l'angle formé par les deux axes. En disposant la double fourche de telle sorte que son axe fasse des angles égaux avec les deux autres, le mouvement se transmettra avec rapport constant de vitesses angulaires.

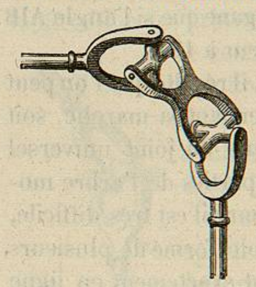

Fig. 262.

§ 6. — BIELLE ET MANIVELLE. — MANIVELLE ET TIGE GUIDÉE.

388. Bielle et manivelle. — Pour transformer un mouvement circulaire continu en un mouvement rectiligne alternatif et réciproquement, on emploie le dispositif *bielle* et *manivelle* représenté par la figure 263.

Sur l'arbre D qui doit être animé d'un mouvement de rotation, on fixe invariablement, par une clavette, une pièce en fer ou en fonte, appelée *manivelle*, qui porte, à son extrémité K, un tourillon cylindrique appelé *bouton*, dont l'axe est parallèle à celui de l'arbre D. Ce bouton K vient s'articuler à l'une des extrémités d'une longue pièce en fonte ou en fer, nommée *bielle*, dont l'autre extrémité est articulée à la tête de la tige du piston, mobile entre deux glissières parallèles E placées symétriquement et de chaque côté de cette tige qui reçoit un mouvement rectiligne alternatif; celui-ci est transmis par l'intermédiaire de la bielle et de la manivelle à l'arbre D qui prend un mouvement de rotation.

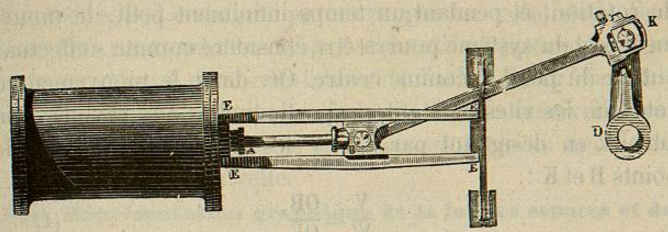

Fig. 263.

389. Rapport des vitesses. — Soit D (*fig.* 264) la projection verticale de l'axe de l'arbre sur lequel est calée la manivelle DK, et BK la bielle dont l'une des extrémités est articulée au bouton K de la manivelle, et l'autre à la tige AB du piston. Dans le mouvement simultané de la bielle et de la manivelle, le point K décrit une trajectoire qui est la circonférence ayant DK pour rayon, et le point B parcourt une ligne droite. Considérons une position quelconque DK et BK du système et proposons-nous

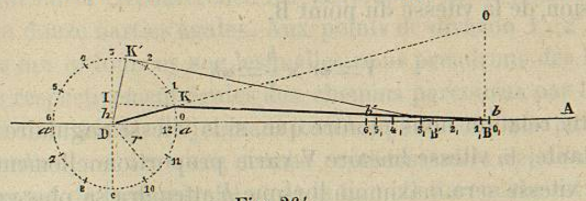

Fig. 264.

de déterminer le rapport qui existe entre la vitesse angulaire de l'arbre et la vitesse linéaire de la tige du piston. Si aux points B et K nous menons les normales aux trajectoires décrites, ces normales viendront se couper en un point O, centre instantané de rotation, et pendant un temps infiniment petit, le mouvement réel du système pourra être considéré comme s'effectuant autour du point O comme centre. Or, dans le mouvement de rotation, les vitesses étant proportionnelles aux rayons, nous aurons, en désignant par V et V′ les vitesses simultanées des points B et K :

$$\frac{V}{V'} = \frac{OB}{OK} \qquad (1)$$

Au point D, menons le rayon DI perpendiculaire à la direction AD ; prolongeons BK jusqu'à sa rencontre en I avec ce rayon, et appelons r et h les longueurs DK et DI. Les triangles OBK et IDK étant semblables donnent :

$$\frac{OB}{OK} = \frac{h}{r}$$

Remplaçons dans l'équation (1), il vient :

$$\frac{V}{V'} = \frac{h}{r}, \text{ d'où l'on tire } V = V' \times \frac{h}{r}$$

Mais ω étant la vitesse angulaire de l'arbre D, la vitesse linéaire du point K sera exprimée par ωr, et l'on aura, pour l'expression de la vitesse du point B,

$$V = \omega r \times \frac{h}{r} = \omega h$$

Cette relation nous montre que, si la vitesse angulaire ω est constante, la vitesse linéaire V varie proportionnellement à h. Cette vitesse sera maximum lorsque h atteindra sa plus grande valeur DK′ correspondant à l'instant où la bielle et la manivelle sont à angle droit, et elle sera minimum ou égale à zéro à l'instant où la bielle et la manivelle seront dans le prolongement l'une de l'autre.

Les points a et a' correspondant à l'instant où la vitesse V est nulle sont appelés *points morts*. Ainsi, le bouton K de la manivelle étant en a, la vitesse est nulle ; cette vitesse augmente graduellement à mesure que K se rapproche de K′ où elle atteint

sa plus grande valeur ; ensuite elle décroît pour redevenir nulle quand K est venu en a'. Pendant l'autre demi-révolution, la vitesse repasse par les mêmes variations qui se produisent dans un ordre inverse.

Remarque. — Le chemin parcouru par un point de la tige animée d'un mouvement rectiligne alternatif est rigoureusement égal, pour chaque demi-révolution de l'arbre D, au diamètre de la circonférence décrite par le bouton de la manivelle ou, en d'autres termes, la course de la tige est égale au double de la longueur de la manivelle.

390. Représentation graphique de la loi des espaces et de la loi des vitesses. — Soit D le centre de rotation de la manivelle situé sur le prolongement de l'axe de la tige du piston. A partir du point a, divisons la circonférence décrite par le bouton de la manivelle en un certain nombre d'arcs égaux, 12 par exemple, et des points 1, 2, 3..., comme centres, avec la longueur invariable de la bielle pour rayon, décrivons des arcs de cercle qui coupent la ligne bb' en différents points 1_1, 2_1, 3_1, tels que leurs distances respectives au point b représentent les chemins parcourus par l'extrémité de la bielle pendant que la manivelle se déplace des arcs $a1$, $a2$, $a3$... A partir du point b' l'extrémité A de la bielle reviendra en arrière et repassera par les mêmes points, mais en sens inverse.

Ceci posé, portons sur une droite indéfinie xy (*fig.* 265) la longueur de la circonférence DK développée et divisons cette ligne en douze parties égales. Aux points de division 1′, 2′, 3′, élevons des ordonnées sur lesquelles nous prendrons des longueurs respectivement égales aux chemins parcourus par l'extrémité de la bielle. En joignant tous les points obtenus par un trait continu, on aura une courbe représentant la relation du mouvement de la manivelle et de la tige. Cette courbe est symétrique par rapport à la ligne 6′R, ce qui montre que, pendant chaque demi-révolution, le mouvement simultané de la tige et du bouton de la manivelle passe par les mêmes phases.

Connaissant la position du bouton de la manivelle à un instant quelconque, il est facile, au moyen de cette courbe, de déterminer l'espace correspondant parcouru par la tige. Si, par exemple, on donne, exprimé en degrés, l'angle décrit par le bouton de la manivelle à partir de sa position initiale, n représentant ce nombre de degrés et x la longueur de l'arc, on aura :

$$\frac{360}{n}=\frac{2\pi r}{x},\ \text{d'où}\ x=\frac{2\pi r n}{360}=\frac{\pi r n}{180}$$

Cette valeur de x étant connue, on la portera à partir du point o, sur l'axe xy, et au point ainsi déterminé on élèvera une ordonnée dont la grandeur sera l'espace cherché.

Pour obtenir la courbe des vitesses, on peut déterminer, aux

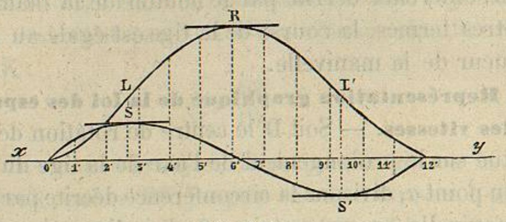

Fig. 265.

différents points de la courbe des espaces, l'inclinaison des tangentes menées en ces points, ou employer la formule :

$$V=V'\times\frac{h}{r}.$$

On obtient ainsi la courbe OS6'S'12' représentative des variations de la vitesse de la tige. L'inspection de cette courbe nous fait voir, comme nous l'avons démontré analytiquement, que la vitesse atteint son maximum lorsque la bielle et la manivelle sont à angle droit ; à cet instant, la courbe des espaces présente un point d'inflexion L et la tangente atteint son maximum d'inclinaison sur la ligne xy. Pendant une révolution de la manivelle, la vitesse atteint deux fois un même maximum aux points S et S' situés sur les ordonnées des points d'inflexion, puis elle diminue graduellement jusqu'à devenir nulle à l'instant où la bielle passe aux points morts 6 et 12.

391. Manivelles doubles, triples. — Il arrive souvent que l'on cale deux manivelles sur un même arbre ; on diminue ainsi les variations de vitesse de cet arbre en disposant les manivelles pour que les points morts de l'une d'elles correspondent au maximum de vitesse de l'autre. Les machines à vapeur, en général, ne possèdent qu'une seule manivelle ; mais un organe appelé *volant* sert à resserrer les variations de la vitesse et à faire passer la bielle aux points morts. L'emploi de cet organe

ayant de graves inconvénients à bord des bâtiments, toutes les machines marines sont à deux cylindres possédant chacun une bielle et une manivelle calée sur le même arbre moteur, mais à angle droit ; l'une des manivelles passant aux points morts, l'autre atteindra son maximum de vitesse et réciproquement ; la vitesse de l'arbre moteur pourra être ainsi considérée comme sensiblement constante.

On peut également disposer trois manivelles sur le même arbre ;

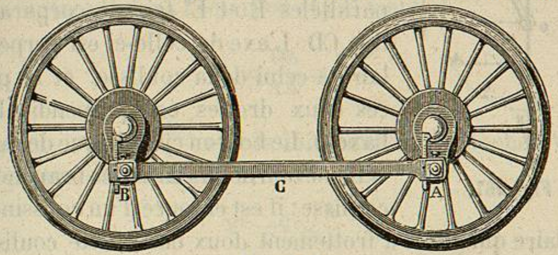

Fig. 266.

on obtient une manivelle triple et le mouvement de rotation de l'arbre peut être transmis simultanément à trois tiges rectilignes. Les axes des boutons des manivelles, se projetant sur une même circonférence, sont également espacés et forment entre eux des angles de 120°. On obtient ainsi une grande régularité d'action et des écarts moindres dans la vitesse : mais les manivelles triples ont l'inconvénient d'être d'une exécution et installation difficiles.

392. Roues couplées. — Pour relier entre elles deux roues qui ont exactement le même diamètre, et dont les axes de rotation sont parallèles, on cale, à l'une des extrémités des arbres, deux manivelles égales A et B (*fig.* 266), placées d'une manière analogue et dont les boutons A et B sont réunis par une bielle C, appelée *bielle d'accouplement*, qui a pour longueur la distance des axes des arbres. Les roues tournant d'un même arc pendant le même temps et les diamètres étant égaux, les chemins parcourus à la circonférence extérieure sont égaux et, par suite, les vitesses angulaires sont égales. Cette disposition est employée dans les locomotives pour avoir une plus grande adhérence, et chacun des essieux porte deux manivelles calées à angle droit.

Ordinairement, l'un des rayons de la roue fait office de manivelle et, à cet effet, ce rayon porte un renflement dans lequel est implanté très solidement le bouton.

393. Manivelle et tige guidée à coulisse. — Pour transformer le mouvement de rotation uniforme de l'axe O en un mouvement varié de translation d'une tige CD (*fig.* 267), assujettie à se mouvoir en ligne droite par des guides G et G', on cale, sur l'axe O, une manivelle OA, dont le bouton A vient s'engager entre les branches d'une coulisse rectiligne, formée de deux barres parallèles E et E' faisant corps avec la tige CD. L'axe de celle-ci est perpendiculaire à celui de la coulisse, et le plan de ces deux droites est perpendiculaire à l'axe O. Le bouton cylindrique de la manivelle ne tourne pas entre les branches de la coulisse; il est entouré d'un coussinet rectangulaire qui glisse à frottement doux dans cette coulisse, et, pour éviter son déplacement latéral, on le munit de *rebords* ou *joues* ne lui permettant de se mouvoir que dans le sens de l'axe BB'.

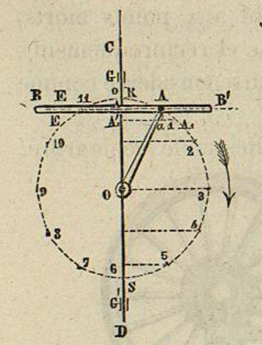

Fig. 267.

La longueur de la coulisse doit être au moins égale au double du rayon de la manivelle.

394. Rapport des vitesses. — L'axe A du bouton de la manivelle devant toujours coïncider avec l'axe BB' de la coulisse, le mouvement de celle-ci peut être assimilé, pendant la rotation de l'arbre O, au mouvement de la projection rectangulaire A' du point A sur le diamètre RS; déterminons donc, sur ce diamètre, le mouvement de la projeetion A' du point A qui se meut uniformément sur la circonférence de rayon OA.

Supposons que le mouvement du point A, dont nous désignerons la vitesse par V, ait lieu dans le sens de la flèche, et soit V' la vitesse de sa projection A'. Considérons un déplacement très petit du système, tel que le point A soit venu en A_1 au bout d'un temps très petit; sa projection correspondante se trouve en A'_1 et les chemins parcourus sur les trajectoires respectives par les points A et A' seront AA_1, et $A'A'_1$. Or, pendant ce déplacement infiniment petit, le mouvement du point A' est sensiblement uniforme, et l'on a :

$$\frac{V}{V'} = \frac{AA_1}{A'A'_1} \qquad (1)$$

Le point A_1 étant supposé infiniment voisin du point A, l'arc AA_1 se confond avec l'élément de la tangente menée en A, et est perpendiculaire au rayon OA. Menons la parallèle Aa au diamètre RS; la droite Aa est égale à $A'A'_1$ et les triangles OAA' et A$a$$A_1$, qui sont semblables comme ayant leurs côtés respectivement perpendiculaires, donnent :

$$\frac{AA_1}{Aa} = \frac{OA}{AA'}. \text{ Mais } Aa = A'A'_1; \text{ donc } \frac{AA_1}{A'A'_1} = \frac{OA}{AA'}$$

En remplaçant dans l'équation (1), il vient :

$$\frac{V}{V'} = \frac{OA}{AA'} = \frac{r}{h}$$

r désignant le rayon OA et h la longueur de l'ordonnée AA'; de cette égalité l'on tire :

$$V' = V \times \frac{h}{r}$$

Or, V et r sont des quantités constantes; donc V' est proportionnelle à h ou à l'ordonnée du point A.

Ainsi, la vitesse de la coulisse aux différentes positions du bouton A de la manivelle est proportionnelle aux ordonnées telles que AA'. Cette vitesse est nulle au point R; elle croît graduellement jusqu'au point 3 où elle atteint son maximum, pour décroître ensuite jusqu'au point 6 où elle redevient nulle. A partir de cet instant, le mouvement change de sens et la vitesse repasse, pendant la demi-révolution 6, 12, par les mêmes valeurs que dans la demi-révolution 0, 6.

395. Représentation graphique de la loi des espaces et de la loi des vitesses. — La courbe des espaces et celle des vitesses (*fig.* 268) s'obtiendront comme on l'a fait pour le dispositif bielle et manivelle. L'inspection de la courbe nous fait voir que de O à R la courbe tourne sa convexité vers le bas et le mouvement est accéléré; en R elle présente un point d'inflexion; et jusqu'au point K le mouvement est retardé, la courbe tournant sa concavité vers le bas. Au point K, où la tangente est horizontale, le mouvement change de sens et l'ordonnée de ce point est égale au diamètre RS. Pendant la demi-révolution 6, 12 les mêmes phases se reproduisent dans le mouvement, mais en ordre inverse.