

LIVRE IV

DYNAMIQUE

CHAPITRE PREMIER

§ 1. — PRINCIPES GÉNÉRAUX ET LEURS CONSÉQUENCES.

471. La *Dynamique* est la partie de la mécanique qui traite des relations qui existent entre les forces et les mouvements qu'elles produisent.

Les lois de la Dynamique sont basées sur quatre principes généraux déduits de l'observation des faits et qui se vérifient par l'exactitude des conséquences qu'on en tire, confirmées elles-mêmes par l'expérience.

472. Premier principe. — *Principe de l'inertie.* — Ce principe, déjà posé (6), peut être énoncé maintenant d'une manière plus précise en disant que :

1° *Lorsqu'un point matériel est en repos, il reste dans cette position jusqu'à ce qu'il soit soumis à l'action d'une force.*

2° *Lorsqu'un point matériel en mouvement n'est sollicité par aucune force, son mouvement est rectiligne et uniforme.*

473. Deuxième principe. — *Principe de la réaction égale et contraire à l'action.* — Lorsqu'un point matériel reçoit une action quelconque d'un autre point matériel, le premier réagit sur le second avec une force égale et contraire. Ces deux forces sont dirigées suivant la même droite ; si elles tendent à rapprocher les points matériels sur lesquels elles agissent, on les appelle forces *attractives*, et, dans le cas contraire, elles sont dites forces *répulsives*.

474. Troisième principe. — *Principe de l'indépendance de*

l'effet d'une force et du mouvement antérieurement acquis. — Loi du mouvement relatif.

L'effet produit par une force sur un point matériel en mouvement est indépendant du mouvement antérieurement acquis par ce point. Pour établir d'une manière claire et précise ce que l'on doit entendre par ce principe, imaginons qu'un point matériel A en mouvement entraîne avec lui, en translation, un système d'axes de comparaison, et que ce point A ne soit soumis à l'action d'aucune force; son mouvement sera rectiligne et uniforme en vertu du principe de l'inertie. Actuellement, si nous appliquons au point A une force quelconque F, le principe qui vient d'être énoncé consiste en ce que, sous l'action de cette force et relativement aux axes mobiles, le point A prendra le même mouvement que s'il avait été précédemment au repos, et, par suite, pour obtenir son mouvement absolu, il suffira de composer le mouvement antérieurement acquis, ou celui qu'il possédait en commun avec les axes, avec le mouvement qu'il prend, par rapport à ces axes, sous l'influence de la force F.

Cela posé, ce principe peut encore s'énoncer de la manière suivante: *Lorsqu'un système de points matériels est animé d'un mouvement de translation, si l'un de ces points, en particulier, vient à être soumis à l'action d'une ou plusieurs forces, le mouvement relatif de ce point est précisément le mouvement absolu que toutes ces forces lui communiqueraient si le système était au repos.*

475. Mouvement d'un point matériel soumis à l'action d'une force constante en intensité et en direction. — 1° *Le point matériel part du repos.* — Le point matériel partant du repos, c'est-à-dire ne possédant pas de vitesse initiale, prendra un mouvement de même direction que celle de la force et de même sens qu'elle. Décomposons la durée totale de l'action de la force en intervalles égaux, en secondes par exemple, et supposons que la force n'agisse qu'au commencement de chacun de ces intervalles. En vertu du principe de l'inertie, les différents mouvements imprimés au point matériel, par l'action intermittente de la force, seront rectilignes et uniformes. Cela posé, soit v la vitesse du mobile après la 1^{re} action de la force, au commencement de la 2^e seconde, la force, agissant de nou-

veau, lui communiquera une nouvelle vitesse qui sera précisément égale à la première et de même sens qu'elle; ces deux vitesses se composeront en une résultante $2v$ égale à leur somme, de même sens et de même direction que les composantes. La vitesse sera $3v, 4v, \dots$ après les 3^e, 4^e, \dots actions de la force, c'est-à-dire que le mouvement du mobile, ou plutôt que la trajectoire du mobile sera une ligne droite, et que la vitesse de son mouvement, à un instant quelconque, sera proportionnelle au nombre d'actions de la force; il en sera de même lorsque, à la limite, la force agira d'une manière continue. Il résulte de là que, *lorsqu'une force constante agit sur un point matériel partant du repos, elle lui communique un mouvement uniformément accéléré.*

476. 2° *Le point matériel possède une vitesse initiale de même direction que la force.* — Pour obtenir le mouvement absolu du mobile dans ce cas, il faut composer le mouvement rectiligne et uniforme qu'il prendrait sous l'action de sa vitesse initiale, avec le mouvement uniformément accéléré dû à l'action de la force constante; ces deux mouvements composants ayant même direction, le mouvement résultant sera rectiligne et uniformément varié.

Si la force agit dans le même sens que la vitesse initiale, le mouvement sera uniformément accéléré, et il sera uniformément retardé dans le cas contraire.

REMARQUE. — Toutes les fois qu'un point matériel se meut d'un mouvement uniformément varié, on peut affirmer qu'il est soumis à l'action d'une force constante en grandeur et en direction. En effet, il est d'abord soumis à l'action d'une force, car, autrement, le mouvement serait uniforme, et cette force est de grandeur constante, puisque le mouvement étant uniformément varié, les vitesses sont proportionnelles aux temps. De plus, cette force est également de direction constante, car, si pendant un temps très petit elle n'était pas dirigée suivant la droite parcourue par le mobile, elle communiquerait à celui-ci une vitesse de même direction qu'elle qui, se composant avec la vitesse du point matériel, déterminerait ainsi une résultante dont la direction serait différente de celle de la trajectoire décrite par le point matériel.

477. La pesanteur est une force constante. — Nous avons

vu, en Cinématique, que la pesanteur communique un mouvement uniformément varié aux corps librement abandonnés à son action; donc, *la pesanteur est une force constante.*

478. 3° La force agit dans une direction différente de celle de la vitesse initiale. — Lorsqu'on applique à un point matériel animé d'une vitesse v_0 , une force constante dirigée d'une manière quelconque relativement à la direction de cette vitesse, le point matériel décrit une courbe que nous allons déterminer ans l'exemple suivant :

479. Mouvement des corps pesants lancés obliquement dans le vide. — Considérons un point matériel lancé dans le vide avec une vitesse initiale v_0 dirigée suivant OL (fig. 333);

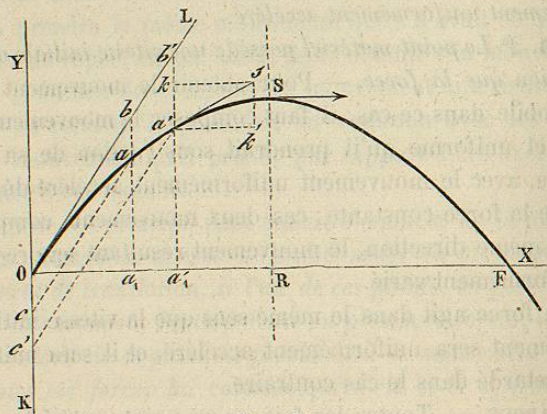


Fig. 333.

ce mobile étant en outre soumis à l'action de la pesanteur, la trajectoire décrite sera tout entière contenue dans le plan vertical passant par la direction OL de la vitesse initiale. Traçons, dans ce plan, deux axes rectangulaires OX et OY passant par le point O, origine du mouvement. En vertu du 3^e principe, le mouvement du mobile dans l'espace résulte de la composition de son mouvement uniforme suivant la direction OL, avec le mouvement uniformément accéléré que lui imprime la pesanteur dans une direction constamment parallèle à la verticale OK. Ainsi, au bout d'un temps quelconque t , le mobile ayant parcouru un espace $Ob = v_0 t$, suivant OL, et un espace $Oc = \frac{1}{2}gt^2$, parallèlement à OK, la position réelle du mobile, au bout de temps t , sera en a , extrémité de la diagonale du parallé-

gramme construit sur les droites Ob et Oc . Au bout d'un autre temps t' , le mobile se trouvera en a' , extrémité de la diagonale du parallélogramme construit sur les droites $Ob' = v_0 t'$ et $Oc' = \frac{1}{2}gt'^2$. On déterminera ainsi autant de positions que l'on voudra du mobile dans l'espace, et en les joignant par un trait continu, on aura la trajectoire absolue du mobile. Remarquons que dans les triangles semblables Oba_1 et $Ob'a'_1$, les longueurs Oa_1 , Oa'_1 sont proportionnelles aux longueurs Ob et Ob' qui, elles-mêmes, sont proportionnelles aux temps t et t' ; de plus, les longueurs $Oc = ab$ et $Oc' = a'b'$ sont proportionnelles aux carrés de ces mêmes temps. Or, Oa_1 et Oa'_1 représentent les chemins parcourus dans le sens horizontal, et Oc , Oc' les chemins parcourus dans le sens vertical; donc la trajectoire du mobile est une courbe dont les ordonnées sont proportionnelles aux carrés des abscisses, caractère distinctif de la parabole.

480. Détermination de la position du mobile à un instant quelconque. — La vitesse v_0 étant connue en grandeur et en direction, on peut facilement déterminer les coordonnées $Oa_1 = x$ et $aa_1 = y$ d'un point quelconque a de la courbe, position du mobile au bout d'un temps t . En effet, soit α l'angle que forme la direction OL avec l'horizontale; décomposons la vitesse initiale v_0 en deux composantes, l'une $v_0 \cos \alpha$ dirigée suivant OX, et l'autre $v_0 \sin \alpha$ dirigée suivant OY. La première sera le chemin parcouru uniformément suivant l'horizontale, et l'on aura :

$$x = v_0 t \cos \alpha \quad (1)$$

Mais, pendant ce temps, le mobile décrit un chemin vertical de bas en haut déterminé par la composante verticale $v_0 \sin \alpha$, et un autre chemin de haut en bas, dû à la pesanteur; le mobile se trouve donc à une distance aa_1 , de l'axe OX, égale à :

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

REMARQUE. — La vitesse horizontale $v_0 \cos \alpha$ est, à chaque instant, la vitesse de la projection du mobile sur l'axe OX, et comme ce mobile se meut uniformément suivant OL, la vitesse $v_0 \cos \alpha$ est constante. Quant à la vitesse verticale $v_0 \sin \alpha - gt$, elle détermine un mouvement uniformément varié du mobile.