

d'où l'on tire :

$$\mathcal{E}_u = \mathcal{E}_m - \mathcal{E}_f - \left(\sum \frac{1}{2} mv^2 - \sum \frac{1}{2} mv_0^2 \right)$$

et comme nous avons vu qu'en considérant un intervalle de temps suffisamment grand, la variation de puissance vive est nulle dans tous les cas, cette équation devient :

$$\mathcal{E}_u = \mathcal{E}_m - \mathcal{E}_f \quad (2)$$

ce qui montre que *le travail utile est plus petit que le travail moteur*, puisque, quelque parfaite que soit la machine, le terme \mathcal{E}_f n'est jamais nul.

534. Rendement d'une machine. — On appelle *coefficient d'effet utile* ou *rendement d'une machine*, le rapport du travail utilisé par cette machine au travail moteur qui lui a été fourni; ce rapport est toujours inférieur à l'unité. En effet, de l'équation (2) on tire, en divisant par \mathcal{E}_m :

$$\frac{\mathcal{E}_u}{\mathcal{E}_m} = 1 - \frac{\mathcal{E}_f}{\mathcal{E}_m}$$

Le rendement d'une machine est d'autant plus grand que les résistances passives sont plus faibles; il constitue la valeur industrielle d'une machine. Les meilleures machines donnent un rendement qui varie entre 0,60 et 0,90.

535. Impossibilité du mouvement perpétuel. — La recherche du mouvement perpétuel consiste à trouver une machine qui, une fois mise en mouvement, continuerait indéfiniment à se mouvoir en produisant constamment un travail utile. Pour se convaincre de l'impossibilité de la réalisation d'une pareille machine, il suffit de se rappeler l'équation :

$$\mathcal{E}_u = \mathcal{E}_m - \mathcal{E}_f$$

qui prouve que le travail utile est toujours plus petit que le travail moteur, en raison des résistances passives qui se développent par suite du mouvement même de la machine. Quelque parfait que soit le mécanisme, on ne parviendra jamais à annuler le travail résistant, et le travail moteur étant nul, le mouvement ne pourra pas rester uniforme; la machine finira donc par s'arrêter forcément au bout d'un temps plus ou moins long, lors même qu'on ne lui fera produire aucun travail utile.

CHAPITRE III

RÉSISTANCES PASSIVES.

536. On appelle *résistances passives* les réactions qui, s'opposant au mouvement des machines, absorbent une certaine quantité de force motrice. Ces réactions sont de quatre espèces différentes :

- 1° Résistances des corps rigides : frottements de glissement et de roulement;
- 2° Résistances des cordes et courroies : frottement et roideur;
- 3° Résistance des milieux;
- 4° Choc des corps.

§ 1. — RÉSISTANCES DES CORPS RIGIDES.

537. Frottement de glissement. — Lorsqu'on veut faire glisser un corps sur une surface plane et horizontale, l'expérience prouve qu'il faut exercer un certain effort pour le mettre en mouvement, et que, pour entretenir ce mouvement, il faut qu'il soit constamment soumis à l'action d'une force. La résistance qu'oppose ainsi le corps au glissement s'appelle *frottement*, et la force employée à le vaincre mesure son intensité. Le frottement provient seul de la constitution physique des corps; ceux-ci n'étant jamais parfaitement polis et indéformables, il s'ensuit que les aspérités de l'un des corps s'engagent dans les aspérités de l'autre et que le corps glissant produit, en vertu de la pression, une déformation de la surface sur laquelle il repose, variant avec le degré de compressibilité de cette dernière.

538. Énoncé et démonstration expérimentale des lois du frottement. — Les expériences sur le frottement ont été faites, pour la première fois, en 1699, par Amontons. Elles furent reprises en 1781 par Coulomb qui en posa les lois, et les résultats auxquels il est parvenu ont été vérifiés, de 1831 à 1834, par le général Morin. On a reconnu que :

1° Le frottement est, pour certains corps, plus grand au départ que pendant le mouvement;

2° Le frottement au départ et le frottement pendant le mouvement sont proportionnels à la pression normale et indépendants de l'étendue des surfaces en contact;

3° Ils varient avec la nature des corps, le degré de poli, la nature des enduits interposés, la qualité et l'état d'entretien de ces enduits;

4° Le frottement, pendant le mouvement, est indépendant de la vitesse.

539. Frottement au départ. — Pour déterminer les lois du frottement au départ, Coulomb se servit de l'appareil représenté par la figure 342. Sur deux madriers horizontaux B situés paral-

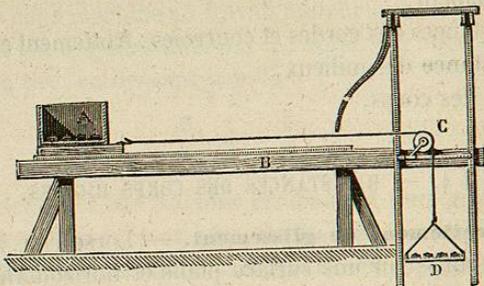


Fig. 342.

lèlement, et à peu de distance l'un de l'autre, peut glisser une caisse A que l'on charge de poids. Une corde, fixée au chariot, passe sur une poulie de renvoi C et supporte un plateau D. La caisse étant chargée, on met sur le plateau D un certain nombre de poids pour que le mouvement ait lieu. La somme des poids disposés sur le plateau, augmentée du poids de ce plateau, exprime l'effort à vaincre pour mettre la caisse en mouvement, effort qui donne exactement la valeur du frottement au départ.

Ce même appareil sert pour toutes les expériences en modifiant : 1° la charge de la caisse; 2° la nature et la disposition des fibres des surfaces frottantes, en fixant, sous la caisse et sur les madriers, des règles de diverses matières, et 3° l'étendue des surfaces en contact en augmentant ou en diminuant la largeur de ces règles.

540. Frottement pendant le mouvement. — Pour déter-

miner les lois du frottement pendant le mouvement, Coulomb observait le mouvement de la caisse et notait les temps employés par celle-ci pour parcourir des espaces déterminés; en comparant les chemins parcourus aux temps correspondants, il reconnut que les espaces étaient sensiblement proportionnels aux carrés des temps, c'est-à-dire que le mouvement de la caisse était uniformément accéléré. Il remarqua ensuite que l'accélération de ce mouvement était moindre que celle que devait produire le poids du plateau augmenté de sa charge; il conclut de là qu'une partie de cette force constante était constamment absorbée, pendant le mouvement, par la résistance qu'opposent les corps en contact à glisser l'un sur l'autre. La valeur de cette résistance, qui mesure le frottement F, se déterminera facilement, car on a, en appelant P le poids du plateau chargé et p la force qui produirait l'accélération du mouvement :

$$F = P - p$$

En opérant les mêmes variations que précédemment dans la charge, la nature et l'étendue des surfaces en contact, et en modifiant la vitesse, Coulomb reconnut les 2°, 3° et 4° lois; mais son procédé manquait d'exactitude. En 1831, Morin reprit les expériences en se basant sur la méthode déjà employée, et il vérifia rigoureusement les lois du frottement en se servant d'un appareil à indications continues, enregistrant directement le mouvement de la caisse.

541. Angle du frottement. — Coefficient de frottement. — Si nous appelons F' (fig. 343) la force qu'il faut appliquer au corps C parallèlement au plan horizontal, pour entretenir l'uniformité de son mouvement, le corps sera soumis à l'action de deux forces, l'une P égale à son poids, l'autre F' agissant horizontalement. Ces deux forces sont en équilibre puisque le mouvement est uniforme, et comme elles admettent une résultante R' il faut nécessairement que les réactions exercées par le plan sur le corps se réduisent à une résultante unique R égale et directement opposée à la résultante R'.

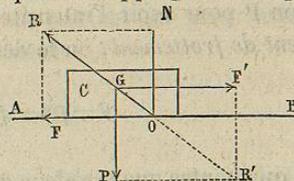


Fig. 343.

La force R, inclinée en sens inverse du mouvement, semblerait

démentir ce que nous avons dit (138) que les réactions du plan sont toujours normales aux surfaces en contact; mais il ne faut pas oublier que nous avons alors supposé le plan parfaitement poli et indéformable, ce qui n'a plus lieu ici. La surface de contact n'est horizontale qu'en apparence; en réalité, les aspérités du corps s'engageant dans celles du plan, le contact a lieu par une multitude de petites surfaces inclinées en sens divers, et ce sont les réactions inclinées par rapport à la verticale, mais *normales aux surfaces réelles de contact*, qui fournissent la résultante R.

La réaction R peut se décomposer en deux composantes rectangulaires l'une N, agissant de bas en haut, égale au poids du corps, l'autre F égale et directement opposée à la force F'. C'est cette composante horizontale F qu'on appelle *le frottement*; on peut donc dire que *le frottement est la composante tangentielle de la réaction que le plan exerce sur le corps*.

On appelle *angle du frottement*, l'angle RON que la réaction R fait avec la verticale, c'est-à-dire avec la normale N à la surface apparente de contact et on désigne généralement cet angle par φ .

Dans le triangle NOR on a :

$$N = R \cos \varphi \quad RN, \text{ ou } F = R \sin \varphi, \text{ et } F = N \tan \varphi \quad (1)$$

En remarquant que N est égale en valeur absolue à la pression P, la dernière égalité peut s'écrire :

$$F = P \tan \varphi$$

La tangente de l'angle φ par laquelle il faut multiplier la pression P pour avoir l'intensité du frottement, s'appelle le *coefficient de frottement*; on le désigne par f et l'on a :

$$F = fN = fP \quad \text{et} \quad f = \frac{F}{N} = \frac{F}{P}$$

ce qui montre que la valeur du frottement est égale à la pression normale multipliée par le coefficient de frottement.

L'angle du frottement peut se déterminer expérimentalement. Considérons un corps quelconque posé sur un plan horizontal et inclinons de plus en plus ce plan en le faisant tourner autour de l'arête projetée en A comme charnière (fig. 344). Tant que le plan est peu incliné, on constate que le corps ne glisse pas. Cependant

l'action de la pesanteur, restant toujours verticale, peut se décomposer en deux forces, l'une N normale au plan, et l'autre, F' parallèle à la ligne de plus grande pente tendant à entraîner le corps; il existe donc une force F dirigée en sens contraire qui empêche le corps de glisser; cette force F est le frottement. Continuons à faire tourner le plan jusqu'à ce que le corps soit sur le point de glisser; à ce moment, les forces F et F' sont égales et l'angle φ du plan avec l'horizontale mesure l'angle du frottement. En effet le triangle NGR donne :

$$NR = NG \tan \alpha$$

et comme les angles α et φ sont égaux comme ayant les côtés perpendiculaires, nous pouvons écrire :

$$F = N \tan \varphi$$

Cette égalité n'est autre que celle (1) trouvée précédemment. Les autres formules se vérifient également, car le même triangle donne aussi :

$$N = R \cos \varphi \quad \text{et} \quad F = R \sin \varphi$$

Dans le triangle ABC on a :

$$\tan \varphi = \frac{BC}{AB}$$

Si nous faisons la base AB=1, la hauteur du plan incliné représentera le coefficient de frottement :

$$f = \tan \varphi = \frac{BC}{1} = BC$$

REMARQUE I. — Lorsque les corps sont durs comme le fer, l'acier, le frottement au départ est sensiblement le même que pendant le mouvement; mais pour les corps compressibles, ou dont l'un est compressible, la valeur du frottement au départ varie avec la durée du contact. Il en est de même pour les corps dont les enduits, primitivement interposés, ont été expulsés par une cause quelconque.

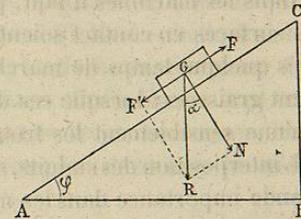


Fig. 344.

REMARQUE II. — Le coefficient de frottement des corps varie avec leur degré de poli, la nature des enduits interposés et leur état d'entretien.

Dans les machines il faut, pour atténuer les frottements, que les surfaces en contact soient bien polies, ce qui n'arrive qu'après quelque temps de marche, et qu'elles soient convenablement graissées; lorsque ces deux conditions sont remplies, on atténue sensiblement les frottements.

L'interposition des enduits, entre les pièces frottantes, est d'une grande importance dans les machines, et les appareils imaginés à cet effet sont très nombreux et très variés; en général, on emploie, pour les grosses pièces des machines, des enduits ayant une certaine consistance, tels que le suif, le saindoux, les graisses, et pour les pièces légères, on emploie des huiles. Dans tous les cas, ces enduits doivent être entretenus avec soin et souvent renouvelés; ils ne doivent pas acquérir une trop grande adhérence avec les pièces frottantes, car, dans ce cas, ils augmenteraient le frottement.

L'eau est quelquefois employée pour lubrifier certaines substances; mais elle doit être rejetée pour les métaux. L'eau de savon sert pour empêcher l'élévation de température des pièces soumises à un grand frottement, comme dans les expériences au frein de Prony, et dans les machines à forer les métaux.

542. Frottement des tourillons. — Les expériences faites par Coulomb et vérifiées par Morin, sur des tourillons de 5 à 10 centimètres de diamètre, ont démontré que les lois du frottement des tourillons sur leurs coussinets sont exactement les mêmes que celles du frottement de glissement de deux surfaces planes. N étant la pression normale supportée par le tourillon, la valeur du frottement sera Nf , et si nous désignons par R le rayon du tourillon, le travail absorbé par le frottement pendant un tour sera :

$$T = Nf \times 2\pi R$$

Appelant n le nombre de tours de l'arbre par minute, le travail par seconde sera exprimé par :

$$T = Nf \frac{\pi R n}{30}$$

On voit que le travail absorbé par le frottement est proportion-

nel au rayon du tourillon. Il convient donc de ne donner aux tourillons que le diamètre strictement nécessaire pour résister aux pressions qu'ils doivent supporter.

543. Tableaux. — Les tableaux suivants, dressés d'après les résultats des expériences du général Morin, indiquent les coefficients de frottement et les angles du frottement pour des surfaces en contact de diverses natures. Ces tableaux sont très utiles dans la pratique et nous croyons devoir les donner, bien qu'ils se trouvent plus ou moins complets dans tous les aide-mémoire.