

TABLEAU I

Frottement des surfaces planes au départ après quelque temps de contact.

INDICATION des SURFACES EN CONTACT.	DISPOSITION DES FIBRES.	ÉTAT DES SURFACES.	VALEURS DU COEFFICIENT DU FROTTEMENT /.	VALEURS DE L'ANGLE du FROTTEMENT φ .
Chêne sur chêne.....	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.62	31°, 48'
	—	Frottées de savon sec.....	0.44	23, 45
	Perpendiculaires.....	Sans enduit.....	0.54	28, 22
	—	Mouillées d'eau.....	0.71	35, 23
Chêne sur orme.....	Bois debout sur bois à plat.....	Sans enduit.....	0.43	23, 16
	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.38	20, 49
	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.69	34, 37
Orme sur chêne.....	—	Frottées de savon sec.....	0.41	22, 18
	Perpendiculaires.....	Sans enduit.....	0.57	29, 41
Frêne, sapin, hêtre, sorbier sur chêne.	Parallèles.....	—	0.53	27, 56
	Le cuir à plat.....	—	0.61	31, 23
Cuir tanné sur chêne.....	Le cuir de champ.....	—	0.43	23, 16
	—	Mouillées d'eau.....	0.79	38, 19
Cuir noir } sur surface plane en corroyé } chêne.....	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.74	36, 30
ou courroie (sur tambour en chêne..	Perpendiculaires.....	—	0.47	25, 11
	Parallèles.....	—	0.50	26, 34
Natte de chanvre sur chêne.....	—	Mouillées d'eau.....	0.87	41, 2
Corde de chanvre sur chêne.....	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.80	38, 40
Fer sur chêne.....	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.62	31, 48
	—	Mouillées d'eau.....	0.65	33, 2
Fonte sur chêne.....	Parallèles.....	Mouillées d'eau.....	0.65	33, 2

Cuivre jaune sur chêne.....	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.62	31, 48
Cuir de bœuf pour garniture de piston, sur fonte.....	A plat ou de champ..	Mouillées d'eau.....	0.62	31, 48
Cuir noir corroyé ou courroie sur poulie en fonte.....	A plat.....	Avec huile, suif ou saindoux.....	0.12	6, 51
Fonte sur fonte.....	—	Sans enduit.....	0.28	15, 39
Fer sur fonte.....	—	Mouillées d'eau.....	0.38	20, 49
Chêne, orme, charme, fer, fonte et bronze, glissant deux à deux l'un sur l'autre.....	A plat.....	Peu onctueuses.....	0.16	9, 6
Pierre calcaire oolithique sur calcaire oolithique.....	A plat.....	Enduites de suif.....	0.19	10, 46
Pierre calcaire dure dite <i>muschelkalk</i> sur calcaire oolithique.....	—	Enduites d'huile ou de saindoux.....	0.10	6, 0 (1)
Brique sur calcaire oolithique.....	—	Sans enduit.....	0.15	8, 32 (2)
Fer sur calcaire oolithique sur muschelkalk.....	—	Sans enduit.....	0.74	36, 30
Pierre calcaire oolithique sur muschelkalk.....	—	—	0.75	36, 52
Brique sur muschelkalk.....	—	—	0.67	33, 50
Fer sur muschelkalk.....	—	—	0.63	32, 13
Chêne sur muschelkalk.....	—	—	0.49	26, 71
	—	—	0.70	35, 0
Pierre calcaire oolithique sur muschelkalk.....	—	—	0.75	36, 52
	—	—	0.67	33, 50
	—	—	0.32	22, 47
	—	—	0.64	32, 38
Pierre calcaire oolithique sur calcaire oolithique.....	Debout.....	Avec enduit de mortier de 3 parties de sable fin et 1 partie de chaux hydraulique.....	0.74	36, 30 (3)

(1) Lorsque le contact n'a pas duré assez longtemps pour exprimer l'enduit.

(2) Lorsque le contact a duré assez longtemps pour exprimer l'enduit et ramener les surfaces à l'état onctueux.

(3) Après un contact de dix à quinze minutes.

TABLEAU II
Frottement des surfaces planes pendant le mouvement.

INDICATION des SURFACES EN CONTACT.	DISPOSITION DES FIBRES.	ÉTAT DES SURFACES.	VALEURS DU COEFFICIENT DU FROTTEMENT <i>f</i> .	VALEURS DE L'ANGLE du FROTTEMENT φ .
Chêne sur chêne.....	Parallèles. — — Bois debout sur bois plat.....	Sans enduit.....	0.48	25°, 39'
		Frottées de savon sec.....	0.16	9, 6
		Sans enduit.....	0.34	18, 47
		Mouillées d'eau.....	0.25	14, 3
Orme sur chêne.....	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.19	10, 46
		Sans enduit.....	0.43	23, 17
Frêne, sapin, hêtre, poirier sauvage et sorbier sur chêne.....	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.45	24, 14
		de 0.36 à 0.40		19, 48
Fer sur chêne.....	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.62	21, 49
		Mouillées d'eau.....	0.26	31, 48
Fonte sur chêne.....	Parallèles.....	Frottées de savon sec.....	0.21	14, 35
		Sans enduit.....	0.49	11, 52
Cuir tanné sur chêne.....	A plat ou de champ.	Frottées de savon sec.....	0.22	26, 7
		Sans enduit.....	0.19	12, 25
Cuir tanné sur fonte et sur bronze.....	A plat ou de champ.	Frottées d'eau.....	0.62	10, 46
		Sans enduit.....	0.25	31, 48
Cuir tanné sur fonte et sur bronze.....	A plat ou de champ.	Sans enduit.....	0.20	14, 3
		Mouillées d'eau.....	0.27	11, 19
Cuir tanné sur fonte et sur bronze.....	A plat ou de champ.	Sans enduit.....	de 0.30 à 0.35	15, 7
		Mouillées d'eau.....	0.29	16, 42—19, 18
Cuir tanné sur fonte et sur bronze.....	A plat ou de champ.	Onctueuses et mouillées d'eau.....	0.23	12, 58
		Mouillées d'eau.....	0.36	16, 48
Cuir tanné sur fonte et sur bronze.....	A plat ou de champ.	Sans enduit.....	0.56	29, 15
		Enduites d'huile.....	0.13	8, 32

Chavre en brin ou en corde sur chêne.....	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.52	27, 29
		Mouillées d'eau.....	0.33	18, 16
Poirier sauvage sur fonte.....	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.38	20, 49
		Sans enduit.....	0.44	23, 45
Fer sur fer.....	—	—	»	(1)
		—	0.18	10, 13
Fonte sur fonte et sur bronze.....	Parallèles.....	Mouillées d'eau.....	0.15	8, 32 (3)
		Sans enduit.....	0.22	12, 25
Fonte sur fonte.....	—	Sans enduit.....	0.20	11, 19
		—	0.22	12, 25
Bronze { sur fonte..... { sur fer.....	—	—	0.16	9, 6 (4)
		—	de 0.07 à 0.08	4, 35 (5)
Chêne, orme, charme, poirier sauvage, fonte, fer, acier et bronze glissant l'un sur l'autre ou sur eux-mêmes.....	Parallèles.....	Lubrifiées à la manière or- dinaire, avec enduit de suif, saindoux, cam- bouis mou, etc.....	0.15	32
		Légèrement onctueuses au toucher.....	0.61	32, 37
Pierre calcaire oolithique sur calcaire oolithique.....	Parallèles.....	Sans enduit.....	0.67	33, 50
		—	0.65	33, 2
Pierre calcaire dite <i>muschelkalk</i> sur calcaire oolithique.....	Parallèles.....	—	0.38	20, 49
		—	0.69	34, 37
Brique ordinaire sur calcaire oolithique Chêne sur calcaire oolithique.....	Bois debout.	—	0.38	20, 49
		—	0.38	20, 49
Fer forgé sur calcaire oolithique.....	Parallèles.....	—	0.65	33, 2
		—	0.60	30, 58
Pierre calcaire dite <i>muschelkalk</i> sur <i>muschelkalk</i>	Parallèles.....	—	0.24	13, 30
		—	0.30	16, 42
Pierre calcaire oolithique sur mus- chelkalk.....	Parallèles.....	—	0.38	20, 49
		—	0.65	33, 2
Brique ordinaire sur <i>muschelkalk</i>	Parallèles.....	—	0.60	30, 58
		—	0.38	20, 49
Chêne sur <i>muschelkalk</i>	Bois debout.....	—	0.24	13, 30
		—	0.30	16, 42
Fer sur <i>muschelkalk</i>	—	Mouillées d'eau.....	0.30	16, 42
		—	0.30	16, 42

(1) Les surfaces se rodent dès qu'il n'y a pas d'enduit.
(2) Les surfaces conservant encore un peu d'onctuosité.
(3) Les surfaces conservant encore un peu d'onctuosité.

(4) Les surfaces étant peu onctueuses.
(5) Quand l'enduit est renouvelé le coefficient descend jusqu'à 0,05.

TABLEAU III
Frottement des axes en mouvement sur leurs coussinets.

INDICATION DES SURFACES EN CONTACT.	ÉTAT DES SURFACES.	COEFFICIENTS DU FROTTEMENT		VALEURS DE L'ANGLE du FROTTEMENT φ .
		A LA MANIÈRE ORDINAIRE.	lorsque l'enduit est renouvelé D'UNE MANIÈRE CONTINUE.	
Tourillons en fonte sur coussi- nets en fonte.....	Enduites d'huile d'olive, de saindoux, de suif ou de cambouis mou.....	0.07 à 0.08	0.030 à 0.054	4°, 00' 4,35 1,16 3,6 4,55
	Avec les mêmes enduits et mouillées d'eau.	0.08	"	3,6
	Enduites d'asphalte.....	0.054	"	3,6
	Onctueuses.....	0.14	"	7,48
	Onctueuses et mouillées d'eau.....	0.14	"	7,48
Tourillons en fonte sur coussi- nets en bronze.....	Enduites d'huile d'olive, de saindoux, de suif ou de cambouis mou.....	0.07 à 0.08	0.030 à 0.054	4,0 4,35 1,16 3,6
	Onctueuses.....	0.16	"	9,9
	Onctueuses et mouillées d'eau.....	0.16	"	9,9
	Très peu onctueuses.....	0.19	"	10,39 (1)
Tourillons en fonte sur coussi- nets en bois de gaïac.....	Sans enduit.....	0.18	"	10,29 (2)
	Enduites d'huile ou de saindoux.....	"	"	5,9
	Onctueuses d'huile ou de saindoux.....	0.10	0.09	5,43
	Onctueuses d'un mélange de saindoux et de plombagine.....	0.14	"	8,8

Tourillons en fer sur coussi- nets en fonte.....	Enduites d'huile d'olive, de suif, de sain- doux ou de cambouis mou.....	0.07 à 0.08	0.030 à 0.054	4,0 4,35 1,16 3,6
		0.07 à 0.08	0.030 à 0.054	4,0 4,35 1,16 3,6
Tourillons en fer sur coussi- nets en bronze.....	Enduites d'huile d'olive, de saindoux, ou de suif.....	0.09	"	5,9
		0.19	"	10,42
		0.25	"	14,3 (3)
Tourillons en fer sur coussi- nets en gaïac.....	Enduites d'huile ou de saindoux.....	0.11	"	6,30
		0.19	"	10,39
Tourillons en bronze sur cou- sinets en bronze.....	Enduites d'huile.....	0.10	"	5,43
		0.09	"	5,9
Tourillons en bronze sur cou- sinets en fonte.....	Enduites d'huile ou de suif.....	"	0.045 à 0.052	2,34 et 2,58
		0.12 0.15	"	6,35 8,40
Tourillons en gaïac sur coussi- nets en fonte.....	Enduites de saindoux.....	"	"	4,35
		"	0.07	
Tourillons en gaïac sur coussi- sinets en gaïac.....	Enduites de saindoux.....	"		
		"		

(1) Les surfaces commencent à se roder.
(2) Le bois étant un peu onctueux.
(3) Les surfaces commencent à se roder.

544. Travail du frottement dans les crapaudines. — La pression N , supportée par la base du pivot, étant uniformément répartie sur toute sa surface, la valeur du frottement est égale à cette pression multipliée par le coefficient de frottement correspondant aux surfaces en contact. Son expression sera donc :

$$Nf$$

Soit O (*fig. 345*) le cercle de contact et supposons ce cercle décomposé en une infinité de secteurs très petits tels que aob .

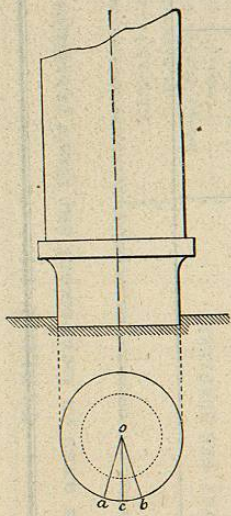


Fig. 345.

Chaque élément infiniment petit de ce secteur éprouvera un frottement de glissement dirigé en sens contraire du mouvement perpendiculairement au rayon oc . Tous ces frottements partiels seront par suite des forces parallèles dont la résultante, égale à leur somme, sera appliquée au centre de gravité du secteur considéré, c'est-à-dire aux $\frac{2}{3}$ du rayon oc à partir du centre o . Il en est de même de tous les autres petits secteurs composant la surface de glissement; par conséquent, on peut considérer le frottement total comme agissant sur une circonférence dont le rayon est égal aux $\frac{2}{3}$ du rayon du cercle de contact.

Désignant par r le rayon oc , le travail du frottement pour une révolution sera exprimé par :

$$\bar{C} = Nf \times 2\pi \frac{2}{3} r = \frac{4}{3} Nf\pi r$$

Si l'arbre fait n tours par minute, le travail absorbé par le frottement, par seconde, sera :

$$\bar{C}' = \frac{4Nf\pi r n}{3 \times 60} = \frac{Nf\pi r n}{45}$$

On voit que ce travail est proportionnel au rayon; c'est ce qui a conduit à donner à la tête des pivots et au grain des crapaudines la forme dont nous avons parlé (**466**).

545. Travail du frottement dans les engrenages. For-

mule de Poncelet. — Nous avons vu (**372**) que, dans tous les engrenages, les dents roulent et glissent les unes sur les autres; il en résulte un double frottement de roulement et de glissement. Dans la pratique, on néglige la résistance au roulement, qui est très faible, pour ne s'occuper que du frottement de glissement. Voyons quelle est la valeur du travail absorbé par cette résistance.

Prenons le cas le plus général dans la pratique, où il y a constamment deux paires de dents en prise, le contact commençant un pas avant la ligne des centres et finissant un pas après.

Lorsque les roues auront tourné d'un arc égal au pas a (*fig. 346*), l'arc de glissement sera représenté par ee' . Si nous supposons le pas très petit par rapport au rayon des roues, nous pourrions considérer la longueur ee' comme sensiblement

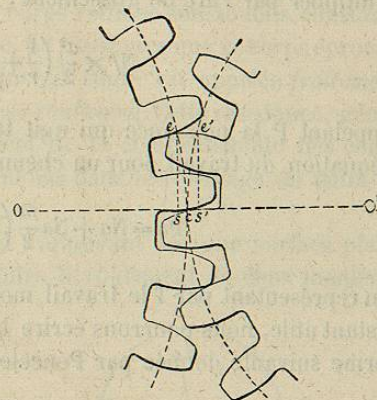


Fig. 346.

égale à sa projection ss' sur la ligne des centres; par la même raison nous pourrions, sans erreur sensible, substituer les arcs ce et ce' à leurs cordes et nous rappelant que « toute corde est moyenne proportionnelle entre le diamètre qui passe par l'une de ses extrémités et sa projection sur ce diamètre », nous pouvons écrire :

$$\overline{ce}^2 = a^2 = 2r \times sc \quad \text{et} \quad \overline{ce'}^2 = a'^2 = 2r' \times cs'$$

d'où l'on tire :

$$sc = \frac{a^2}{2r} \quad \text{et} \quad cs' = \frac{a'^2}{2r'}$$

en additionnant membre à membre :

$$sc + cs' = ss' = ee' = \frac{a^2}{2r} + \frac{a'^2}{2r'}$$

et mettant $\frac{a^2}{2}$ en facteur commun :

$$ee' = \frac{a^2}{2} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right)$$

Désignant par N la pression qui s'exerce normalement aux dents en contact, le frottement sera représenté par Nf , et pour obtenir son travail pendant le parcours d'un pas, il suffit de le multiplier par l'arc de glissement :

$$Nf \times \frac{a^2}{2} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right)$$

Appelant P la puissance qui agit tangentiellement à la roue, l'équation du travail pour un chemin décrit égal au pas sera :

$$Pa = Na + Na \frac{fa}{2} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right)$$

En représentant par T le travail moteur et par T' le travail résistant utile, nous pourrions écrire la formule ci-dessus sous la forme suivante donnée par Poncelet :

$$T = T' \left[1 + \frac{1}{2} fa \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) \right] \quad (1)$$

Réduisant les fractions $\frac{1}{r}$ et $\frac{1}{r'}$ au même dénominateur, cette formule devient :

$$T = T' \left[1 + \frac{1}{2} fa \left(\frac{r+r'}{rr'} \right) \right]$$

et on en tire les conséquences suivantes :

1° Le travail du frottement est proportionnel au pas ; on le diminuera donc en prenant le pas le plus petit possible.

2° Le travail du frottement sera minimum lorsque les rayons des roues seront égaux, car on sait que le produit de deux facteurs qui ont une somme constante est maximum quand les deux facteurs sont égaux.

On peut enfin exprimer l'équation du travail en fonction des nombres n et n' des dents des roues en remarquant que :

$$na = 2\pi r \quad \text{et} \quad n'a = 2\pi r'$$

Tirant la valeur de r et de r' , remplaçant dans (1) et simplifiant il vient :

$$T = T' \left[1 + f\pi \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n'} \right) \right]$$

546. Frottement de roulement. — Lorsqu'on veut faire rouler les corps cylindriques sur une surface plane, ou les uns sur les autres, l'expérience prouve qu'il faut exercer un certain effort pour les mettre en mouvement, et pour entretenir ce mouvement, il faut que le corps roulant soit soumis constamment à l'action d'une force. La résistance que ce corps éprouve de la part de celui sur lequel il roule est appelée *frottement de roulement* ou *résistance au roulement*. Cette résistance, généralement très faible, provient de la compressibilité des corps qui se déforment plus ou moins dans le voisinage du point de contact.

Imaginons un cylindre A s'appuyant sur une surface plane horizontale. On peut produire le roulement de deux manières

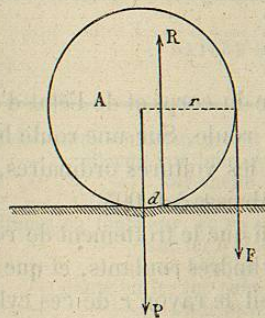


Fig. 347.

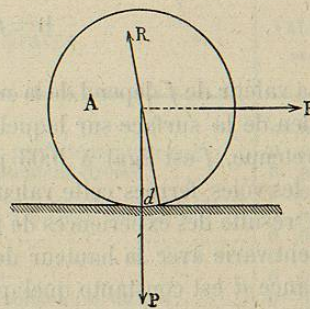


Fig. 348.

différentes : 1° en appliquant une force verticale F (fig. 347), agissant tangentiellement à la circonférence du rouleau ; 2° à l'aide d'une force horizontale F (fig. 348) que nous supposons appliquée au centre de gravité du cylindre. Dans le premier cas, la réaction de l'appui ne peut être que verticale ; dans le second cas, elle est inclinée et égale à la résultante de la pression P et de la pression F .

Considérons le moment où l'équilibre est sur le point d'être rompu ; cet équilibre existe sous l'action de la pression P , de la force F et de la résistance R . Prenons les moments de

ces forces par rapport à la génératrice géométrique de contact ou axe instantané de rotation. Le moment de la pression P est nul; il faut donc pour l'équilibre que le moment de la résistance soit égale et de signe contraire au moment de la force F

$$Rd = Fr$$

ce qui exige que la réaction s'écarte du point de contact, en avant et dans le sens du mouvement, d'une distance donnée par l'équation :

$$d = \frac{Fr}{R}$$

547. Lois du frottement de roulement. — Les expériences faites sur le frottement de roulement, par Coulomb et par Morin, ont démontré que cette résistance est proportionnelle à la pression P et en raison inverse du diamètre D des corps, la charge étant supposée appliquée au centre de gravité de ce corps. Ainsi, f étant le coefficient de frottement, on aura :

$$R = f \times \frac{P}{D}$$

La valeur de f dépend de la nature du corps et de l'état d'entretien de la surface sur laquelle il roule. Sur une route bien entretenue, f est égal à 0,03 pour les voitures ordinaires, et sur les voies ferrées cette valeur s'abaisse à 0,005.

Il résulte des expériences de Morin que le frottement de roulement varie avec la hauteur des cylindres roulants, et que la distance d est constante quel que soit le rayon r de ces cylindres.

La valeur du frottement de roulement est bien inférieure à celle du frottement de glissement; aussi cette première résistance est-elle souvent négligée dans le calcul des machines, et on la substitue, autant qu'on le peut, au frottement de glissement qui est quelquefois très considérable.

Les deux tableaux suivants donnent, pour diverses substances en contact, la valeur du coefficient f déterminée par Poncelet, et la valeur de la distance constante d :

NATURE DES SUBSTANCES.	VALEUR DE f .	
Rouleaux d'orme ou de chêne sur pavé uni.....	0.0074	
— — sur un plan horizontal en chêne.....	0.00162	
— de gaïac sur un plan horizontal en chêne.....	0.00097	
Roues de voitures garnies de bandes de fer roulant sur une chaussée horizontale.....	en sable ou cailloutis nouvellement placés.....	0.0634
	en empièchement à l'état ordinaire d'entretien.....	0.0414
	chaussée pavée à l'état ordinaire d'entretien.....	0.0238
	chaussée en carreaux.....	0.0185
	en terre ferme et unie.....	0.0185
	en empièchement très roulante.....	0.0150
Roues en fonte sur orniers horizontales en fer.....	en madriers de chêne brut.....	0.0102
	plates et dans l'état habituel.....	0.0035
	étroites et saillantes dans l'état habituel.....	0.0012
étroites parfaitement entretenues..	0.0007	

NATURE DES SURFACES.	VALEUR DE d .
Rouleau de fonte sur granit uni.....	0 ^m ,0010
— d'orme sur bois de gaïac parfaitement dressé.....	0 ,0010
— — sur chêne parfaitement dressé.....	0 ,0016
— — sur pavé uni.....	0 ,0074
Roues en fonte sur fer en saillie, graissage ordinaire.....	0 ,0012
— — sur fer à plat.....	0 ,0035
— — sur bois en saillie.....	0 ,0023
— jante en fer sur chêne brut.....	0 ,0102
— — sur pavé bien entretenu, au pas.....	0 ,0185
— — sur pavé bien entretenu, au trot.....	0 ,0238
— — sur empièchement, état parfait.....	0 ,0150
— — sur empièchement, état ordinaire.....	0 ,0414
— — sur sable et cailloutis nouveaux.....	0 ,0634

§ 2. — RÉSISTANCES DES CORDES ET DES COURROIES.

Les cordes et les courroies peuvent glisser ou s'enrouler sur la surface cylindrique de tambours fixes ou mobiles. Il se développe, dans chacun de ces modes, une résistance différente qui s'appelle *frottement* dans le premier cas et *roideur* dans le second.