ces forces par rapport à la génératrice géométrique de contact ou axe instantané de rotation. Le moment de la pression P est nul; il faut donc pour l'équilibre que le moment de la résistance soit égale et de signe contraire au moment de la force F

$$Rd = Fr$$

ce qui exige que la réaction s'écarte du point de contact, en avant et dans le sens du mouvement, d'une distance donnée par l'équation :

$$d = \frac{Fr}{R}$$

547. Lois du frottement de roulement. — Les expériences faites sur le frottement de roulement, par Coulomb et par Morin, ont démontré que cette résistance est proportionnelle à la pression P et en raison inverse du diamètre D des corps, la charge étant supposée appliquée au centre de gravité de ce corps. Ainsi, f étant le coefficient de frottement, on aura :

$$R = f \times \frac{P}{D}$$

La valeur de f dépend de la nature du corps et de l'état d'entretien de la surface sur laquelle il roule. Sur une route bien entretenue, f est égal à 0,03 pour les voitures ordinaires, et sur les voies ferrées cette valeur s'abaisse à 0,005.

Il résulte des expériences de Morin que le frottement de roulement varie avec la hauteur des cylindres roulants, et que la distance d est constante quel que soit le rayon r de ces cylindres.

La valeur du frottement de roulement est bien inférieure à celle du frottement de glissement ; aussi cette première résistance est-elle souvent négligée dans le calcul des machines, et on la substitue, autant qu'on le peut, au frottement de glissement qui est quelquefois très considérable.

Les deux tableaux suivants donnent, pour diverses substances en contact, la valeur du coefficient f déterminée par Poncelet, et la valeur de la distance constante d :

NATURE DES SUBSTANCES.		VALEUR DE f.
Rouleaux d'orme ou de chêne sur pavé uni		0.0074
— — sur un plan horizontal en chêne		0.00162
— de gaïac sur un plan horizontal en chêne		0.00097
Roues de voitures garnies de bandes de fer roulant sur une chaussée horizontale	en sable ou cailloutis nouvellement placés	0.0634
	en empierrement à l'état ordinaire d'entretien	0.0414
	chaussée pavée à l'état ordinaire d'entretien	0.0238
	chaussée en carreaux	0.0185
	en terre ferme et unie	0.0185
	en empierrement très roulante	0.0150
	en madriers de chêne brut	0.0102
Roues en fonte sur ornières horizontales en fer	plates et dans l'état habituel	0.0035
	étroites et saillantes dans l'état habituel	0.0012
	étroites parfaitement entretenues	0.0007

NATURE DES SURFACES.	VALEUR DE d.
Rouleau de fonte sur granit uni	$0^m,0010$
— d'orme sur bois de gaïac parfaitement dressé	0 ,0010
— — sur chêne parfaitement dressé	0 ,0016
— — sur pavé uni	0 ,0074
Roues en fonte sur fer en saillie, graissage ordinaire	0 ,0012
— — sur fer à plat	0 ,0035
— — sur bois en saillie	0 ,0023
— jante en fer sur chêne brut	0 ,0102
— — sur pavé bien entretenu, au pas	0 ,0185
— — sur pavé bien entretenu, au trot	0 ,0238
— — sur empierrement, état parfait	0 ,0150
— — sur empierrement, état ordinaire	0 ,0414
— — sur sable et cailloutis nouveaux	0 ,0634

§ 2. — RÉSISTANCES DES CORDES ET DES COURROIES.

Les cordes et les courroies peuvent glisser ou s'enrouler sur la surface cylindrique de tambours fixes ou mobiles. Il se développe, dans chacun de ces modes, une résistance différente qui s'appelle *frottement* dans le premier cas et *roideur* dans le second.

548. Frottement des cordes et courroies. — Soit QcP une corde ou une courroie glissant sur un tambour A (*fig.* 349). Si nous divisons l'arc embrassé *acd* en parties assez petites pour pouvoir être regardées comme rectilignes, nous rentrerons dans le cas d'un corps glissant sur une surface plane. Nous pouvons considérer la partie *ab* comme étant embrassée par une corde ayant la direction $QabB$, et soumise, d'une part à la résistance Q, et de l'autre à une force B égale à la traction qui existe au point B. Cette traction est égale à Q augmentée de la résistance qui s'oppose au glissement, et si nous admettons, pour simplifier, que le frottement développé sur l'arc *ab* soit égal à la résistance Q, il faudra, pour l'équilibre, que la force B soit égale à $Q+Q=2Q$. La partie *bc* peut être considérée comme embrassée par une corde $B'bcC$; la force agissant en B' est la tension au point *b* égale à B $=2Q$ et comme précédemment il faudra pour l'équilibre $C=2B'=4Q$.

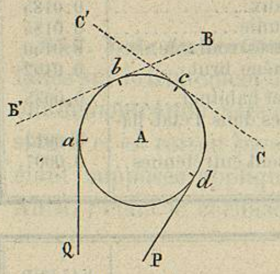

Fig. 349.

On a de même $P=2C'=2C=8Q$. On voit donc que si une corde soumise à une résistance Q embrasse successivement, sur un tambour, des arcs croissant comme les termes d'une progression arithmétique, la puissance P, pour faire équilibre à cette résistance, devra s'accroître comme les termes d'une progression géometrique. La puissance P devant être égale à huit fois la résistance Q pour un arc *ad*, elle sera égale à 64Q pour un arc double, à 512Q pour un arc triple et ainsi de suite. On conçoit, d'après cela, l'énorme résistance qui s'oppose au glissement des cordes et courroies sur les tambours.

Cette résistance est indépendante de la largeur des courroies et la loi suivant laquelle varie la tension est donnée par la formule :

$$P=Q(e)^{\frac{fs}{r}} \qquad (1)$$

dans laquelle P est la puissance ou tension du brin conducteur, Q la résistance ou tension du brin conduit, f le coefficient de frottement correspondant aux surfaces en contact, s la longueur de l'arc embrassé et r le rayon du tambour ; e est une constante égale à 2,718.

Le frottement est égal à la différence de tension des brins conducteur et conduit, c'est-à-dire que l'on a :

$$F=P-Q \qquad (2)$$

et comme $P=Q(e)^r$ il vient en remplaçant :

$$F=Q(e)^{\frac{fs}{r}}-Q$$

Pour simplifier, nous désignerons le terme $(e)^{\frac{fs}{r}}$ par la lettre A et nous pourrons écrire :

$$F=QA-Q=(A-1)$$

ce qui donne la valeur du frottement connaissant la tension du brin conduit.

Si, au contraire, c'est la tension du brin conducteur qui est connue, on obtiendra la valeur de F en remarquant que la formule (1), $P=Q(e)^{\frac{fs}{r}}$ ou $P=QA$, peut s'écrire :

$$Q=\frac{P}{A} \qquad (3)$$

et en remplaçant dans (2) il vient :

$$F=P-\frac{P}{A}=P\left(\frac{A-1}{A}\right)$$

Dans les calculs, on se sert du tableau suivant dressé par le général Morin, qui donne la valeur du terme A pour les cas les plus usuels de la pratique.

RAPPORT de l'arc embrassé à la circonférence entière.	VALEURS DE $(e)^{\frac{fs}{r}} = A$ POUR DES					
	COURROIES neuves sur des tambours en bois.	COURROIES à l'état ordinaire		COURROIES humides sur des poulies en fonte.	CORDES sur tambours ou treuils en bois	
		sur des tambours en bois.	sur des poulies en fonte.		bruts.	polis.
0.2	1.87	1.80	1.42	1.61	1.87	1.51
0.3	2.57	2.43	1.69	2.05	2.57	1.86
0.4	3.51	3.26	2.02	2.60	3,51	2.29
0.5	4.81	4.38	2.41	3.30	4.81	2.82
0.6	6.59	5.88	2.87	4.19	6.58	3.47
0.7	9.00	7.90	3.43	5.32	9.01	4.27
0.8	12.34	10.62	4.09	6.75	12.34	5.25
0.9	16.90	14.27	4.87	8.57	16.90	6.46
1.0	23.14	19.16	5.81	10.89	23.90	7.95
1.5	»	»	»	»	111.31	22.42
2.0	»	»	»	»	535.47	63.23
2 5	»	»	»	»	2575.80	178.52

549. Roideur des cordes. — On appelle *roideur des cordes* la résistance que les cordes opposent à la flexion. Ainsi, lorsqu'une puissance P et une résistance Q agissent aux deux extrémités d'une corde passant par une poulie fixe (*fig.* 350), la corde prend, du côté de la résistance, une courbure d'un rayon plus grand que celui de la poulie. Il s'ensuit que la puissance agit à l'extrémité d'un bras de levier plus petit que celui de la résistance, et pour vaincre cette dernière, la force P, qui devrait être égale à Q, doit être augmentée d'une certaine valeur; cet accroissement, qui n'aurait pas lieu si la corde était complètement flexible, en mesure la roideur.

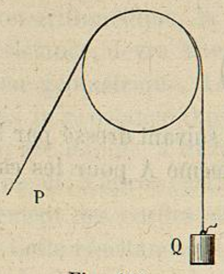

Fig. 350.

Les expériences faites par Coulomb l'ont conduit à admettre que la roideur des cordes se compose de deux parties : 1° la roideur naturelle qui est indépendante de la charge et variable

avec le mode de fabrication et l'état de la corde, et 2° la roideur proportionnelle qui varie en raison directe de la charge et en raison inverse du diamètre de la poulie. D'après cela, la roideur sera exprimée par la formule suivante :

$$R = \frac{a + bQ}{D} \qquad (1)$$

Q étant la charge, D le diamètre de la poulie augmenté de celui de la corde, a et b deux coefficients déterminés par l'expérience. Ces coefficients varient avec le diamètre et la nature des cordes, et suivant qu'elles sont neuves ou usées, blanches ou goudronnées, sèches ou mouillées.

Le tableau suivant, dû au général Morin, donne la valeur des coefficients a et b pour des cordes sèches, neuves, blanches ou goudronnées, représentant le cas le plus général de la pratique.

NOMBRE DE FILS.	CORDES BLANCHES.			CORDES GOUDRONNÉES.		
	DIAMÈTRES.	VALEUR DE LA ROIDEUR		DIAMÈTRES.	VALEUR DE LA ROIDEUR	
		naturelle a.	proportionnelle b.		naturelle a.	proportionnelle b.
1	0.0089	0.0106038	0.002678	0.0105	0.021201	0.002512992
9	0.0110	0.0225207	0.003267	0.0129	0.041143	0.003769488
12	0.0127	0.0388476	0.004356	0.0149	0.067314	0.005025984
15	0.0141	0.0595845	0 005445	0.0167	0.097712	0.006282480
18	0.0155	0.0847314	0.006534	0.0183	0.138339	0.007538976
21	0.0168	0.1142883	0.007623	0.0198	0.183193	0 008795472
24	0.0179	0.1482552	0.008712	0.0211	0.234276	0.010051968
27	0.0190	0.1866321	0.009801	0.0224	0.291586	0.011308464
30	0.0200	0.2294190	0.010890	0.0236	0.355125	0.012564963
33	0.0210	0.2766159	0.011979	0.0247	0.424891	0.013821456
36	0.0220	0.3282228	0.013068	0.0258	0.500886	0.015077952
39	0.0228	0.4842397	0.014157	0.0268	0.534108	0.016334448
42	0.0237	0.5446666	0 015216	0.0279	0.671559	0.017590944
45	0.0246	0.3095035	0.016335	0.0289	0.766237	0.018847440
48	0.0254	0.5787504	0.017424	0.0298	0.867144	0.020103936
51	0.0261	0.6524075	0.018513	0.0308	0.974278	0.021360432
54	0.0268	0.7304742	0.019602	0.0316	1.078641	0.022616928
57	0.0276	0.8129511	0.020691	0.0326	1.207231	0.023873424
60	0.0283	0.8998380	0,021780	0.0334	1.333050	0.025129920

A l'aide de cette table, proposons-nous de déterminer quelle est la roideur d'une corde neuve goudronnée, de $0^m,021$ de diamètre, s'enroulant sur la gorge d'une poulie de 0,80 de diamètre, et devant supporter un poids de 540 kilogrammes.

Pour une corde goudronnée de $0^m,021$ de diamètre, la table ci-dessus donn :

$$a = 0{,}234276$$
$$\text{et } b = 0{,}010051968$$

Or, le diamètre réel d'enroulement de la corde est égal au diamètre de la poulie augmenté de celui de la corde ; on aura donc :

$$D = 0{,}080 + 0{,}021 = 0^m{,}821.$$

Par suite la formule (1) donne :

$$R = \frac{0{,}234276 + 0{,}010051968 \times 540}{0{,}821} = 68^k{,}96$$

§ 3. — RÉSISTANCE DES MILIEUX.

550. La *résistance des milieux* est la résistance qu'éprouvent les corps en mouvement de la part des fluides dans lesquels ils se meuvent.

Lorsqu'un mobile se déplace dans un fluide, comme par exemple une locomotive dans l'air ou un navire dans l'eau, il est forcé, pour se frayer sa route, d'écarter les molécules fluides qui se trouvent sur son passage. Ce corps met le fluide en mouvement sur une certaine étendue et par suite lui communique une puissance vive aux dépens de celle qu'il possède.

Il en résulte que pour entretenir le mouvement uniforme, il faut appliquer au mobile une force dont l'intensité est égale à la résistance qu'oppose le milieu.

Cette résistance varie avec la forme du corps ; elle est proportionnelle : 1° *au carré de la vitesse ;* 2° *à la plus grande section faite perpendiculairement à la direction du mouvement,* et 3° *au poids spécifique du fluide.*

La résistance opposée par l'eau, au mouvement des corps, est beaucoup plus grande que celle exercée par l'air ; néanmoins, cette dernière devient assez forte lorsque le corps ou le fluide est animé d'une grande vitesse.

§ 4. — CHOC DES CORPS.

551. On appelle *choc* le phénomène qui se produit lorsque deux corps animés de mouvements différents viennent à se rencontrer brusquement.

Tous les corps possèdent, à divers degrés, les propriétés physiques d'élasticité et de compressibilité ; mais nous admettrons, dans l'étude du choc, deux hypothèses : 1° les corps sont complètement dénués d'élasticité ; 2° les corps sont complètement élastiques. Nous supposerons, en outre, que les corps sont de forme sphérique et qu'ils se meuvent d'un mouvement rectiligne et uniforme suivant la ligne droite qui unit leurs centres de figure.

552. Choc des corps mous. — Soient A et B (*fig.* 351) les deux solides considérés de masse M et M′, se mouvant suivant la ligne des centres CD, v la vitesse du corps A, et v' plus petite que v, celle du corps B, dirigée dans le même sens. A l'instant où les deux solides arrivent en contact, le corps A tend à imprimer instantanément sa vitesse au corps B ; il y a donc compression des molécules voisines du point de contact, et par suite déformation des corps aux environs de ce point. Sous l'influence des forces moléculaires ainsi développées, la vitesse v diminue, la vitesse v' augmente et, au bout d'un temps très petit, les corps A et B cheminent en contact avec une vitesse commune u. Si les corps sont complètement dénués d'élasticité, comme nous l'avons supposé, la déformation ne cesse qu'au moment où les vitesses deviennent égales et ces corps ne reviennent point à leur forme primitive.

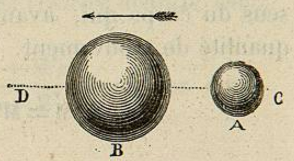

Fig. 351.

553. Détermination de la vitesse commune u. — 1° *Les corps vont dans le même sens.* Nous avons démontré (**507**) que les forces intérieures n'influent pas sur la variation de quantité de mouvement, et comme les corps ne se meuvent qu'en vertu de leurs vitesses initiales, c'est-à-dire sans être soumis à une force extérieure, il en résulte que la somme des quantités de mouvement avant et après le choc n'a pas changé ; on aura