

CHAPITRE XI

PROBLÈMES SUR LES MOBILES ET LES NOMBRES COMPLEXES ¹.

Les nombres complexes ne sont autre chose que des nombres fractionnaires qui, au lieu d'avoir un dénominateur, sont suivis du nom de leurs unités fractionnaires. Par exemple, dans 1 heure il y a 60 minutes et 60 fois 60 secondes, c'est-à-dire 3600 secondes; la minute est donc $\frac{1}{60}$ de l'heure et la seconde $\frac{1}{3600}$ de l'heure.

Par conséquent on a :

$$2^{\text{h}}7^{\text{m}}15^{\text{s}} = 2^{\text{h}} + \frac{7}{60} \text{ h.} + \frac{15}{3600} \text{ h.}$$

Dans la multiplication et la division, on convertit souvent un nombre complexe en un seul nombre exprimant des unités fractionnaires de la plus petite espèce, ce qui donne un nombre ordinairement assez fort. On a par exemple :

$$2^{\text{h}}7^{\text{m}}15^{\text{s}} = 3600^{\text{s}} \times 2 + 60^{\text{s}} \times 7 + 15^{\text{s}} = 7635^{\text{s}}.$$

S'il y avait 15^s au lieu de 15^s, comme 15^s sont le quart de la minute, il vaut mieux dans ce cas-là convertir le nombre seulement en minutes et lui ajouter ensuite le quart de minute. On aurait ainsi :

$$2^{\text{h}}7^{\text{m}}15^{\text{s}} = 60^{\text{m}} \times 2 + 7^{\text{m}} \frac{1}{4} = 127^{\text{m}} \frac{1}{4} \text{ ou même } 127^{\text{m}},25.$$

¹. Voir le calcul des nombres complexes dans notre *Cours d'arithmétique pour l'enseignement primaire (Degré supérieur.)*

Dans ces problèmes, il faut apporter le plus grand soin à mettre de l'ordre et de la clarté dans l'indication des opérations au milieu du raisonnement.

PROBLÈMES.

611. — Deux trains partent au même instant, l'un de Paris et l'autre de Bordeaux, allant l'un au-devant de l'autre. Le 1^{er} doit parcourir la distance de ces deux villes en 13 heures et le 2^e en 17 heures. De quelle partie de la distance se rapprochent-ils en une heure ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1869.

Réponse. — Ils se rapprochent des $\frac{50}{221}$ de la distance en 1 heure.

612. — Un convoi de chemin de fer doit se rendre de Paris à Lyon (512 kilomètres), avec une vitesse de 32 kilomètres par heure. Parvenu aux 3 quarts de sa course, le mécanicien augmente de 6 kilomètres par heure la vitesse de sa locomotive. A quelle heure le convoi arrivera-t-il à Lyon, le départ de Paris ayant eu lieu à 5^{h}30^{\text{m}}} du soir ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Réponse. — Il arrivera à Lyon à 8^{h}52^{\text{m}}} du matin.

613. — Une voiture est à 800 mètres du point où elle doit traverser un chemin de fer et roule avec une vitesse de 9 kilomètres à l'heure. Chercher si elle peut arriver avant le passage d'un train qui est à 1560 mètres du même point et dont la vitesse n'est plus que les $\frac{5}{6}$ de sa vitesse ordinaire qui est de 40 kilom. à l'heure.

Admission des Aspirantes à l'École normale de Besançon. — 1879.

Réponse. — Pour arriver au passage, la voiture met 5^{m} \frac{1}{3}} et le train 2^{m},8}.

614. — Une personne A en poursuit une autre B qui a 450 mètres d'avance. A fait 5 pas de 0^{m},70 quand B en fait 2 de 0^{m},75. On demande combien A doit faire de pas pour atteindre B, et quelle sera la longueur du chemin parcouru.}}

Admission aux Écoles d'arts et métiers. — 1876.

Réponse. — La personne A fera 2250 pas ou 1575 mètres.

615. — Deux courriers, pouvant parcourir une route, l'un en 8 heures et demie et l'autre en 10 heures et quart, se dirigent l'un vers l'autre, en partant au même instant des deux extrémités de la route. On demande quelle est la fraction de la route parcourue par chacun au moment où ils se rencontrent.

Brevet supérieur. Aspirants. — Arras, 1877.

Réponse. — Par le 1^{er} $\frac{41}{75}$ de la route ; par le 2^e $\frac{34}{75}$.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 87.)

616. — Deux trains partent de Marseille, l'un à 6 heures du matin et l'autre à 7^h16^m du matin. Le 1^{er} fait 32 kilomètres à l'heure et l'autre 40 kilomètres, arrêts ordinaires compris. A quelle heure et à quelle distance de Marseille le second atteindra-t-il le premier ?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Basses-Alpes, 1878.

Réponse. — Rencontre à midi 20^m, à 202^{km} $\frac{2}{5}$ de Marseille.

617. — La distance de Paris à Belfort est de 445 kilomètres. Un train part de Paris à 10^h5^m du matin et sa vitesse moyenne est de 56 kilomètres par heure. Un autre train part de Belfort à 8^h45^m du matin et sa vitesse moyenne est de 42 kilomètres par heure. On demande à quelle distance et à quelle heure les trains se croiseront.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Dijon, 1879.

Réponse. — Rencontre à 2^h2^m après midi, à 221 kilomètres de Paris.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 45.)

618. — Deux piétons partent du même point d'une route, l'un à 6^h25^m, l'autre à 7^h10^m du matin, en marchant dans le même sens. Le 1^{er} fait 80 pas à la minute, et le 2^e en fait 90. Mais tandis qu'il faut 1800 pas du 1^{er} pour faire 1 kilomètre et demi, il en faut autant du 2^e pour faire 1 kilomètre et quart. Trouver à quelle heure ces piétons seront séparés par une distance de 4 kilomètres et un tiers.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Lyon, 1879.

Réponse. — Au moment demandé il sera midi 30 minutes.

619. — Deux vaisseaux partent ensemble pour la même destination, éloignée de 860 lieues de leur point de départ, et ils sui-

vent la même route. Le 1^{er} fait 12 lieues 3 quarts en 3 heures et quart ; le 2^e fait 25 lieues et demie en 6 heures 3 quarts. On veut savoir la distance qui les séparera 50 heures après le départ, quel est celui des deux qui arrivera le premier, et combien de temps il arrivera avant l'autre. Exprimer ce temps à 1 minute près.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Charente, 1880.

Réponse. — Au bout de 50 heures, le 1^{er} est en avant sur le 2^e de 7^h27 ; il arrivera 8^h26^m avant l'autre.

620. — Deux trains de chemin de fer parcourent la même distance, le 1^{er} en 6^h25^m et le 2^e en 7 heures ; le 1^{er} fait 3 kilom. par heure de plus que le 2^e. On demande le nombre de kilomètres que chaque train fait par heure et le nombre de kilomètres de la distance parcourue.

Brevet supérieur. Aspirants. — Yonne, 1876.

Réponse. — En 1 heure, le 1^{er} parcourt 36 kil. ; le 2^e 33 kil. La distance totale parcourue est de 231 kilomètres.

621. — La distance de Mantes à Paris est de 57 kilomètres. Un train partant de Paris à 8 h. du matin arrive à Mantes à 9^h1^m. Un train partant de Mantes à 8^h52^m du matin arrive à Paris à 10^h20^m. A quelle heure et à quelle distance de Paris les deux trains passeront-ils l'un à côté de l'autre ?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1877.

Réponse. — Rencontre à 8^h50^m ; à 46 kil. 720 m. de Paris.

622. — Deux courriers séparés par un intervalle de 48 kilom. vont à la rencontre l'un de l'autre avec la même vitesse de 10 kilom. à l'heure. Le 1^{er} part à 7^h40^m du matin et le 2^e à 9^h25^m. On demande à quelle heure ils se rencontreront et quel chemin chacun aura parcouru.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Caen, 1879.

Réponse. — Rencontre à 10^h56^m.

Chemin parcouru par le 1^{er} 52^{km},75 ;

Chemin parcouru par le 2^e 15^{km},25.

623. — Un train express part de Paris à 7^h15^m du soir et doit arriver à Lyon à 4^h55^m du matin. Un autre express part de Lyon à la même heure que le 1^{er} se dirigeant vers Paris, où il doit arriver à 5^h10^m du matin. La distance de Paris à Lyon est de 512 kilomètres. On demande les vitesses moyennes de ces trains, à quelle heure et à quelle distance de Paris ils se rencontreront.

Brevet supérieur. Aspirants. — Paris, 1878.

Réponse. — Vitesse moyenne : $55^{\text{km}},655$ pour le train de Paris.
— $51^{\text{km}},650$ pour le train de Lyon.
Rencontre à minuit 3^{m} , à 264 kilom. de Paris.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 47.)

624. — Deux trains partent de Toulouse pour Paris. L'un part à $8^{\text{h}}50^{\text{m}}$ du matin et arrive à Brives à $5^{\text{h}}55^{\text{m}}$ du soir; l'autre part à $11^{\text{h}}20^{\text{m}}$ du matin et arrive à Brives à $5^{\text{h}}49^{\text{m}}$ du soir. A quelle heure se rencontreront-ils ?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Toulouse, 1879.

Réponse. — L'un atteindra l'autre à $7^{\text{h}}1^{\text{m}}$ du matin.

625. — Une montre qui avance chaque jour (24 heures) de 8 minutes et demie est réglée un jour à midi. Au bout de combien de temps marquera-t-elle l'heure exacte, si elle continue à marcher sans être réglée ?

Brevet élémentaire. Aspirantes.

Réponse. — Elle marquera l'heure exacte au bout de $84\frac{12}{17}$.

Il sera $4^{\text{h}}56^{\text{m}}\frac{1}{2}$ du matin.

626. — Une montre avance de 6 minutes par jour (24 heures). Elle est mise à l'heure le 1^{er} du mois à midi. On demande quelle sera l'heure exacte, lorsque le 7 du mois elle indiquera $4^{\text{h}}57^{\text{m}}$ dans l'après-midi.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Réponse. — A $4^{\text{h}}57^{\text{m}}$ de la montre il sera 4 heures.

627. — Une montre qui avance de 6 minutes par jour (24 h.) a été réglée à midi. Quelle est l'heure exacte, quand elle marque $7^{\text{h}}58^{\text{m}}$?

Brevet élémentaire. Aspirantes.

Réponse. — L'heure exacte est $7^{\text{h}}56^{\text{m}}6^{\text{s}}$.

628. — Une montre retarde régulièrement de 5 minutes par jour (24 heures). Elle marque $2^{\text{h}}48^{\text{m}}$ le lundi, quand il est réellement 3 heures. Quelle sera l'heure exacte le mercredi suivant, quand cette montre marquera midi ?

Brevet élémentaire. Aspirants.

Réponse. — Quand la montre marquera midi le mercredi, il sera midi $21^{\text{m}}27^{\text{s}}$.

629. — A quel moment entre 2 heures et 3 heures les deux aiguilles d'une montre sont-elles en ligne droite ?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1876.

Réponse. — 1° L'une sur l'autre à $2^{\text{h}}10^{\text{m}}\frac{10}{11}$;

2° L'une sur le prolongement de l'autre à $2^{\text{h}}43^{\text{m}}\frac{7}{11}$.

630. — Une montre marque 7 heures. Trouver à quel moment la grande aiguille sera éloignée du point 12 heures du cadran de la même distance que la petite aiguille du point 6 heures.

Brevet élémentaire. Aspirants.

Réponse. — A $7^{\text{h}}5^{\text{m}}\frac{5}{11}$.

631. — Résoudre le même problème, en cherchant à quel moment les deux aiguilles se trouveront à égale distance du point 6 heures du cadran, la grande à droite et la petite à gauche.

Brevet élémentaire. Aspirants.

Réponse. — A $7^{\text{h}}25^{\text{m}}4^{\text{s}}\frac{8}{15}$.

632. — On a deux cadrans, l'un décimal, l'autre duodécimal. Quelle heure doit marquer le 1^{er}, lorsque le 2^o indique $5^{\text{h}}17^{\text{m}}29^{\text{s}}$? Le cadran décimal est divisé en 12 heures; l'heure en 100 minutes et la minute en 100 secondes.

Le cadran duodécimal est divisé en 12 heures; l'heure en 60 minutes et la minute en 60 secondes.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Grenoble, 1878.

Réponse. — Le cadran décimal marquera $5^{\text{h}}29^{\text{m}}15^{\text{s}}\frac{8}{9}$.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 46.)

633. — Les villes de Valenciennes et de Cambrai sont reliées par un chemin de fer de 65 kilomètres et le transport de la houille coûte 4 centimes par tonne et par kilomètre. En supposant que la tonne de houille coûte 19 fr. à Valenciennes et $19^{\text{f}},50$ à Cambrai, on demande en quel point de la route la tonne de charbon revient au même prix.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Arras, 1877.

Réponse. — Le point est à $57^{\text{km}},75$ de Valenciennes.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 25.)

634. — La vitesse du son dans l'air est de 340 mètres par seconde; sa vitesse dans l'eau est de 1455 mètres. Trouver quelle distance il y a entre un bateau qui est sur un lac et une personne

placée sur le rivage, en sachant que le bruit d'une explosion produite sur le bateau a été transmis par l'eau à la personne 4 secondes plus tôt que par l'air.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1880.

Réponse. — La distance est de 1782 mètres.

Voir ALG., Solutions raisonnées. Problème 7.)

635. — La planète Jupiter a quatre satellites. Le 1^{er} accomplit sa révolution autour de la planète en 42 heures; le 2^e en 85 heures; le 3^e en 172 heures; le 4^e en 400 heures. On demande dans combien de temps ces quatre satellites se retrouveront à la fois dans les mêmes situations relatives qu'ils occupent aujourd'hui. On devra dire d'ailleurs combien de révolutions chacun d'eux accomplira d'ici à cette époque.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

Réponse. — Temps demandé 6 140 400 heures.

Les nombres de révolutions sont : pour le 1^{er} 146 200; pour le 2^e 72 240; pour le 3^e 35 700; pour le 4^e 15 351.

636. — Un mobile A et un mobile B sont actuellement en un même point d'une circonférence. Le mobile A la parcourt d'un mouvement uniforme en 27 jours 1 tiers, et le mobile B aussi d'un mouvement uniforme en 365 jours et quart.

On demande de déterminer au bout de combien de temps les deux mobiles A et B se rencontrent de nouveau : 1^o quand ils parcourent la circonférence dans le même sens ; 2^o quand ils la parcourent en sens contraires.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Nancy, 1876.

Réponse. — 1^o Au bout de 29^h 54; 2^o au bout de 25^h 43.

637. — Une fontaine fournit 143 hectolitres d'eau en $15^h 26^m \frac{1}{2}$; combien de mètres cubes d'eau fournirait-elle en $28^h 17^m \frac{3}{4}$?

Brevet de sous-maitresse. — Paris, 1878.

Réponse. — La fontaine fournira 7 558 hectolitres, c'est-à-dire 755 mètres cubes 8 hectolitres.

638. — La distance de deux villes situées sur le même méridien est de 84 400 mètres. On demande le nombre de degrés, minutes et secondes de l'arc de méridien qui joint ces deux villes.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Novembre 1881.

Réponse. — Cet arc a 45'35".

639. — Calculer le nombre de degrés de latitude parcourus par un voyageur qui franchit 1675 kilomètres dans la direction du pôle à l'équateur. Quel chemin doit-il faire pour parcourir 25 degrés ?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Caen, 1879.

Réponse. — 1^o Il a parcouru $15^{\circ} 4^m \frac{1}{2}$;

2^o Il doit parcourir $2777^{\text{km}}, 777$.

640. — La latitude de Dunkerque est de $51^{\circ} 2' 11''$; celle de Barcelone est de $41^{\circ} 22' 59''$. Trouver quelle est en kilomètres la distance qui sépare ces deux villes, si l'on admet qu'elles sont sur le même méridien ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Réponse. — 1072 kil. 592 mètres.

641. — Deux lieux sont situés sur le même méridien. Leurs latitudes sont $25^{\circ} 24' 30''$ et $19^{\circ} 57' 30''$. Évaluer en kilomètres la distance de ces lieux : 1^o lorsqu'ils sont dans des hémisphères différents ; 2^o lorsqu'ils sont dans le même hémisphère.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

Réponse. — 1^o Dans les deux hémisphères $5040^{\text{km}}, 740$ mètres.

2^o Dans le même hémisphère $605^{\text{km}}, 555$ mètres.

642. — Les villes de Remiremont et de Quimper sont situées sur le même parallèle. Leurs longitudes sont :

pour Remiremont $4^{\circ} 15' 18''$ à l'orient ;

pour Quimper $6^{\circ} 26' 26''$ à l'occident ;

Calculer la distance de ces deux villes, en sachant qu'un degré de ce parallèle égale seulement les 0,744 d'un degré du méridien.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Réponse. — La distance est de $884^{\text{km}}, 165$ mètres.

643. — La longitude de Corté est de $6^{\circ} 49'$ à l'est et celle de Brest est de $6^{\circ} 49' 42''$ à l'ouest. On demande :

1^o quelle heure il est à Brest, quand il est midi à Corté ;

2^o quelle heure il est à Corté, quand il est midi à Brest ;

3^o quelle heure il est à Corté et à Brest, quand il est midi à Paris.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1878.

Réponse. — Quand il est midi à Corté, il est à Brest $11^h 5^m 25^s$;

Quand il est midi à Brest, il est à Corté midi $54^m 55^s$;

Quand il est midi à Paris, on a :

à Corté midi $27^m 16^s$; à Brest $11^h 52^m 41^s$.

644. — Une dépêche est envoyée de Londres à San-Francisco, par le télégraphe transatlantique, le 10 juillet à 4^h12^m du matin, heure de Londres. Elle subit à Valentia, pour réexpédition, un retard de 17 minutes. Reçue à New-Yorck, elle est réexpédiée directement à San-Francisco avec un nouveau retard de 19 minutes.

Trouver quelle indication de date et d'heure de réception elle devra porter dans les deux villes de New-Yorck et de San-Francisco, dont les horloges sont réglées sur leur propre méridien, en sachant que les longitudes de ces villes sont occidentales :

pour Londres 2°26'; New-Yorck 76°20'; San-Francisco 124°45'.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1880.

Réponse. — Départ de Londres le 10 juillet à 4^h12^m du matin. Arrivée à New-Yorck le 9 juillet à 11^h53^m24^s du soir.

Arrivée à San-Francisco le 9 juillet à 8^h38^m44^s du soir.

645. — Le département de l'Isère est compris entre 44°45' et 45°53'20" de latitude septentrionale et entre 2°24'42" et 4°1'15" de longitude orientale.

1° En supposant que les deux points extrêmes en latitude fussent sur le même méridien, quelle serait en kilomètres leur distance comptée sur ce méridien ?

2° Quelle heure est-il au point le plus oriental du département, quand il est midi au point le plus occidental ?

3° Quelle heure est-il à Paris, quand il est midi à Grenoble ? La longitude de Grenoble est de 5°23'36".

Brevet élémentaire. Aspirants. — Grenoble, 1878.

Réponse. — 1° Du nord au sud la distance serait de 130 kilomètres.

2° Quand il est midi au point le plus occidental, il est midi 6^m26^s au point le plus oriental.

3° Quand il est midi à Grenoble, il est 11^h46^m26^s à Paris.

646. — Réduire en mètres carrés et subdivisions du mètre carré une surface de 87 toises carrées et demie, en sachant que la toise vaut 6 pieds et que le mètre vaut 3 pieds 11 lignes et 296 millièmes de ligne.

Admission à l'École des Arts-et-Métiers. — 1879.

Réponse. — $87\frac{1}{2}$ valent 552^m9,5899.

647. — Ayant trouvé dans un vieux livre que 2 livres 10 onces 6 gros 45 grains d'une certaine marchandise ont coûté autrefois 18 sous 10 deniers, on demande quel serait en francs, décimes et centimes le prix d'un kilogramme de cette marchandise, en sachant que l'ancienne livre poids valait 16 onces, l'once 8 gros, le gros 72 grains ; que l'ancienne livre monnaie valait 20 sous et le sou 12 deniers ; que le kilogramme vaut 18 827 grains 15 centièmes et que 80 francs valent 81 livres.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Yonne, 1877.

Réponse. — Le prix du kilogramme serait de 71 centimes.

648. — Dans un même lieu la durée de l'oscillation du pendule simple est proportionnelle à la racine carrée de sa longueur. Or un pendule dont la longueur est 0^m,993856 fait à Paris une oscillation par seconde ; combien faudra-t-il de secondes à un pendule dont la longueur serait 0^m,87548 pour faire 100 oscillations ?

Brevet supérieur. Aspirants. — Yonne, 1877.

Réponse. — Pour 100 oscillations, il faudrait 95^s,8, c'est-à-dire 94 secondes.

649. — Lorsqu'on ne tient pas compte de la résistance de l'air, l'espace parcouru par un corps qui tombe est proportionnel au carré du temps écoulé depuis l'origine de sa chute. On demande de trouver le temps que mettra pour atteindre le sol un objet pesant, tombé d'un ballon qui est parvenu à 9808 mètres de hauteur, en sachant que dans la 1^{re} seconde de sa chute il parcourt 4^m,904.

On demande ensuite quelle est sa vitesse au moment où il atteint le sol, en admettant que cette vitesse soit proportionnelle au temps et qu'au bout de la 1^{re} seconde elle était de 9^m,808.

Brevet supérieur. Aspirants. — Agen, 1875.

Réponse. — La durée de la chute sera de 44^s,72.

La vitesse au sol sera de 438^m,614.

650. — On suppose que les deux planètes Vénus et la Terre sont sur un même rayon partant du Soleil, de sorte que Vénus se trouve entre le Soleil et la Terre. On demande au bout de combien de temps les deux planètes se retrouveront dans la même position. La Terre accomplit sa révolution autour du soleil en 565^d,2565744, et Vénus la sienne en 224^d,7007869. On devra exprimer le résultat en heures, minutes et secondes.

Brevet supérieur. Aspirants. — Paris, 1879.

Réponse. — Au bout de 585^d22^h6^m30^s.