

VIII

Un ejercicio análogo al indicado para dar á conocer los listones, inaugurará la serie de los que practiquen los niños con los palitos, de los cuales deberá hacerse un análisis semejante á los que se han hecho con los otros juguetes, acompañado de preguntas por el estilo de las empleadas en ejercicios del carácter que tiene el que ahora indicamos:

—¿Qué es esto que tengo en la mano?—¿De qué materia está hecho?—¿Cuál es su forma?—¿Es recto ó curvo, largo ó ancho?—Mostradme otros objetos que sean largos y derechos.—¿Es pesado ó ligero?—Decidme objetos que sean ligeros ó poco pesados.—Idem que pesen.—¿Se dobla ó encorva el palito como los listones?—En este caso, ¿puede decirse que sea flexible?—¿Y por qué no?—¿Cómo será entonces?—Citadme otros objetos frágiles, etc.

Después, la distribución de los paquetes de á diez palitos por el procedimiento ordinario.

Con este material pueden realizarse los mismos ejercicios geométricos, salvo el entrelazado, que con los listones: el profesor obrará en esto según el plan que se haya trazado ó lo que exija el estado de sus alumnos.

Como al tratar de los listones hemos indicado lo que respecto de la enseñanza geométrica debe hacerse, y esto es aplicable al uso de los palitos, pasaremos por alto los ejercicios geométricos hechos con este material para fijarnos en los aritméticos.

Los ejercicios aritméticos pueden empezar porque los niños cuenten uno á uno los palitos de la decena ó paquete que acaban de recibir, lo que deben hacer con acompañamiento de canto, y poniendo dichos palitos sobre la mesa paralelos unos á otros, á medida que los vayan contando: suele verificarse esta operación diciendo que los niños coloquen los palitos y canten de la manera que queda dicho, pero marchando á la vez alrededor de la respectiva mesa.

Una vez que se haya hecho comprender á los alumnos que cada uno de los palitos es una unidad, y que diez unidades forman una decena, se les hará que vuelvan á contar ésta, pero no como antes lo hicieron, sino en otra forma: en vez de decir uno, dos, tres, cuatro, cinco, etc., se les hará que digan ahora:

Uno y uno, son dos; dos y uno, son tres; tres y uno, son cuatro, etc.

Habiendo contado la decena de esta manera, se hará que los niños la cuenten por grupos de unidades ó de palitos, á fin de presentarles las diversas combinaciones de uno á diez, combinaciones que, aplicadas desde un principio á objetos determinados, como aquí acontece, dan á las nociones abstractas del cálculo una precisión enteramente práctica, lo cual sirve para que los números uno, dos, tres, etc., no sean palabras vacías de sentido, como de otra suerte lo fueran para las tiernas inteligencias de los educandos. El ejercicio á que ahora nos referimos puede ejecutarse en los términos siguientes, para lo que conviene que previamente haya dicho el profesor á los alumnos que varias, ó más de una, unidades reunidas forman un grupo, y que con los diez palitos pueden formarse varios grupos:

—Distribuid la decena de palitos en grupos de dos unidades.—¿Cuántos grupos resultan?—Tenemos, pues, 10 palitos y 5 grupos.—Cada palito es una unidad como cada grupo lo es también, pero una unidad de dos.—¿Es par ó impar el número de palitos? (Si no lo hubiese hecho, puede explicar aquí el profesor estas nuevas palabras).—¿Y el de grupos?—Contemos ahora las unidades simples ó palitos: 2 más 2, 4; más 2, 6; más 2, 8; más 2, 10.

—Colocad vuestros palitos en grupos de tres.—¿Cuántos grupos resultan?—Es verdad, cuatro; tres de tres unidades y uno de una unidad simple.—Contemos las unidades de esta clase que hay: 3 más 3, 6; más 3, 9; más 1, 10.—Tenemos otra vez diez unidades simples, ó sea el grupo de unidades á que hemos llamado decena, etc.

Puede continuarse esta clase de ejercicios según que los niños vayan haciendo las combinaciones que restan de la serie que á continuación presentamos para mayor claridad:

Grupos.	Componen.
De á dos.....	II II II II II 2+2=4+2=6+2=8+2=10.
De á tres.....	III III III I 3+3=6+3=9+1=10.
De á cuatro.....	IIII IIII II 4+4=8+2=10.
De á cinco.....	IIII IIII 5+5=10.
De dos y de tres.....	II III II III 2+3=5+2=7+3=10.
De cuatro y de uno.....	IIII I IIII I 4+1=5+4=9+1=10.
De cuatro y de dos.....	IIII II IIII 4+2=6+4=10.
De tres y de cuatro.....	III IIII III 3+4=7+3=10.
De dos y de seis.....	II IIIII II 2+6=8+2=10.
De uno y de ocho.....	I IIIIIII I 1+8=9+1=10.
De seis y de cuatro.....	IIII IIII 6+4=10.
De siete y de tres.....	IIIIII III 7+3=10.
De dos, de tres y de cinco... ..	II III IIII 2+3=5+5=10, y así hasta donde se quiera.

«En el análisis que acabamos de hacer del número 10—dice M. Jacobs, de quien tomamos la tabla precedente, que también copia Octavia Masson é indican Mdme. y M. Delon,— se puede ver que nos esforzamos en venir en ayuda de la inteligencia del niño, á fin de que pueda éste figurarse exactamente dicho número con todas las descomposiciones de que es susceptible. Aquí está, según creemos, el secreto de todo el cálculo: la adición y la sustracción, y aun la multiplicación y la división, no son más, después de esto, que un juego.»

Formando con los palitos las combinaciones que preceden, y contándolos del modo que queda indicado, los niños han empezado á sumar. Para hacerlo todavía más claro, pondremos un ejemplo. Supongamos que los niños tienen delante la quinta combinación de la tabla anterior; el maestro les dirá:

—Juntad ó adicionad al primer grupo de dos unidades el que le sigue.—¿Cuántas unidades hay en el nuevo grupo?—Contadlas.—Es verdad; cinco, porque una unidad de dos, más otra unidad de tres, forman una unidad de cinco: 2+3=5.—Añadid ahora al grupo de cinco el que sigue de dos.—¿Cuántas unidades hay ahora en el grupo que antes tenía cinco?—Contadlas.—Cierto; hay siete unidades, porque cinco que había ya, más dos que acabáis de adicionar ó unir, son siete: 5+2=7.—Juntad ó adicionad al grupo de siete el otro que queda de tres.—¿Cuántas resultarán?—Contadlas bien.—Sí; tenemos diez unidades formando un solo grupo, porque siete que ya había, más tres que acabáis de agregar, son diez: 7+3=10.—De modo que diremos que dos unidades, más tres, son cinco, y más

dos, son siete, y siete más tres son diez, ó, lo que es lo mismo: $2+3+2+3=10$.—Esta operación que hemos hecho de añadir unos grupos de unidades á otros, ó juntarlos, se llama *suma* ó *adición*.—El grupo grande ó conjunto que resulta de juntar varios pequeños, se denomina *total* ó *suma*: es un todo formado de varias partes.

Para la sustracción ó resta se sigue un procedimiento inverso, á saber:

—Formad un solo grupo con vuestros diez palitos.—Quitad de él tres: ¿cuántos quedan?—Es verdad; siete, porque quitando de diez cosas tres, no restan más que siete, como podréis convenceros añadiendo á siete tres, que dará diez: $10-3=7$. Separad del grupo de las siete unidades que os quedan otras dos: ¿cuántas tendremos ahora?—Es cierto; cinco, porque quitando de siete unidades dos, no quedan más que cinco, del mismo modo que añadiendo á cinco dos, tendremos siete: $7-2=5$.—Quitad todavía de este grupo de cinco unidades otras tres: ¿cuántas quedarán?—Dos, etc.—Esta operación de quitar de un grupo varias unidades se llama *resta* ó *sustracción*.—Las unidades que quedan después de sustraer algunas de un conjunto, se denomina *resta*.—Así como la adición aumenta los grupos, la sustracción los disminuye: la sustracción es lo contrario de la adición.

Mientras el profesor lo considere necesario, pueden repetirse, variándolos, estos ejercicios con la primera decena. Les hará luego que cuenten por decenas, para lo cual se entregarán á cada niño diez de éstas, ó se reunirán varios, y contarán así:

—Una decena, dos decenas, tres decenas, cuatro decenas, etc.—Diez unidades y diez unidades, son veinte unidades, ó sean dos decenas; veinte unidades más diez unidades, son treinta, ó sea tres decenas; treinta unidades más diez, son cuarenta, ó sea cuatro decenas, etc.

Pasarán después á contar decenas y unidades, para lo cual deben tener los niños desatado un paquete:

—Una decena y una unidad, son once; dos decenas y una unidad, son veintidós; tres decenas y una unidad, son treinta y una; cuatro decenas y una unidad, son cuarenta y una, etc.—Una decena y dos unidades, son doce; dos decenas y dos unidades, son veintidós; tres decenas y dos unidades, son treinta y dos, etc.—Una decena y tres unidades, son trece; dos decenas y tres unidades, son veintitres; tres decenas y tres unidades, son treinta y tres, etc.—Y así sucesivamente.

Estas operaciones, como las anteriores, deben ir siempre acompañadas de la demostración: han de hacerse prácticamente, es decir, colocando los alumnos sobre la mesa las decenas y unidades (paquetes y palitos sueltos) que se vayan indicando. El último ejercicio debe repetirse, pero con la variante de suprimir la palabra decena, contando de la manera que á continuación indicamos:

IIIIIIII I. —10, 11, ó sea, $10+1=11$, etc.
 IIIIIIIII IIIIIIIII I. —10, 20, 21, ó $10+10=20+1=21$, etc.
 IIIIIIIII II. —10, 12, ó $10+2=12$, etc.
 IIIIIIIII II III. —8, 10, 13, ó $8+2=10+3=13$, etc., etc.

Con las decenas solas y con las decenas y unidades se repiten las operaciones de la suma ó adición, siguiendo el procedimiento empleado con la primera decena.

Más tarde puede pasarse á enseñar la multiplicación y la división. Como ejercicio preliminar de estas operaciones se hará que los niños se ejerciten de esta manera:

—Una vez 1 es 1; dos veces 1 son 2; tres veces 1 son 3; cuatro veces 1 son 4, etcétera.—Después, siguiendo un sentido inverso, dirán: 10 es igual á 10 veces 1; 9 es igual á 9 veces 1; 8 es igual á 8 veces 1, etc.

Para la operación concreta de la multiplicación puede seguirse este procedimiento:

—Formad tres grupos de dos palitos cada uno.—Tenemos aquí 3 veces 2 unidades.—¿Cómo haríais para saber cuántas unidades hay en esos tres grupos juntos?—Reunidos en uno solo; contad ahora: dos y dos cuatro y dos seis (esta operación ya saben hacerla los niños).—Hay seis unidades, es decir, que tres veces dos unidades son seis unidades.—Cuando se reúnen en un solo grupo y de una sola vez varios grupos de unidades, se practica una operación que se llama *multiplicación*.—Formad tres grupos de 3 unidades cada uno.—¿Cuántas unidades hay?—Contadlas: tres y tres son seis y tres son nueve.—Hay nueve unidades; de modo que 3 veces 3 son 9 unidades.—Aquí tenemos otra multiplicación (el profesor seguirá estas operaciones variando los números, de modo que los niños aprendan la tabla de multiplicar, y la aprendan prácticamente, es decir, comprobando el resultado de la operación contando uno por uno los grupos y los palitos).

Para la división se seguirá el mismo procedimiento, pero en sentido inverso:

—Colocad vuestros diez palitos uno detrás de otro formando un solo grupo.—Repartidlos ahora en cinco grupos iguales.—¿Cuántos hay en cada parte ó grupo?—Cada uno de éstos tiene dos palitos ó unidades; de modo que diez, repartidos entre cinco, tocan á dos, ó, lo que es lo mismo, 10, divididos entre 5, tocan á 2, lo mismo que haciendo lo contrario resulta que 2 veces 5 son 10.—La operación que acabáis de hacer, que es dividir un grupo de unidades en varias partes iguales, se llama *división*.—La división es lo contrario de la multiplicación, etc.

Conviene que á todas las operaciones aritméticas cuyos ejercicios hemos indicado en este párrafo acompañen ejemplos de números concretos relativos á objetos que los niños conozcan, y por los cuales tengan algún interés, tales como pelotas, lapiceros, manzanas, etc. Esto es de importancia y da ocasión para que el profesor haga observar que dichas operaciones sólo pueden hacerse con unidades ó objetos de una misma clase, ó sean homogéneos; que no pueden sumarse ni restarse juntos, por ejemplo, 3 pelotas, 4 manzanas y 3 lapiceros.

Como en el capítulo precedente (párrafo VI) hemos tratado de las fracciones con ocasión de las *cajas matemáticas* de superficies, no creemos necesario hablar aquí de ellas. Sin embargo, si el profesor creyere conveniente tratar este punto, ya porque lo exija el estado de los alumnos y la extensión que dé á estos ejercicios, ora porque en la escuela no existan aquellas cajas, debemos indicar que para dar á los niños las nociones elementales de las fracciones, debe añadirse á los mazos de palitos de un mismo tamaño la *caja aritmética* del profesor Raoux, á que nos referimos en el párrafo I de este capítulo, que ofrece recursos preciosos para el indicado fin. Un procedimiento análogo al que hemos apuntado al tratar de las *cajas matemáticas* puede dar los mejores resultados.

IX

Respecto de la construcción de formas por medio de los palitos, poco tenemos que decir. Ya indicamos al principio de este capítulo (párrafo III), que los ejercicios que á este propósito se practican son una especie de preparación del dibujo. Y de tal manera es así, que las líneas de las figuras formadas mediante palitos se suelen reemplazar por otras trazadas por el lápiz ó la tiza.

Las formas realizadas con los palitos pueden ser matemáticas, artísticas y de objetos comunes, y ha de comenzarse por las más fáciles y conocidas, así como por las que menos líneas ó palitos requieran.

Las formas matemáticas que presentamos en la lámina 10 (figuras desde la primera hasta la 20) pueden servir para que el profesor dé á los niños las nociones geométricas que indicamos al principio del párrafo VIII de este capítulo, si no bastaren las que haya dado antes con ocasión de los listones, para cuyos ejercicios geométricos también pueden servir de indicación las citadas figuras. Todo lo que el niño ha visto y construido antes, con las tres dimensiones primero (cuerpos sólidos), y con dos después (superficies), lo verá y realizará ahora en sólo sus contornos mediante líneas, es decir, de la manera que más se aproxima á la abstracción del objeto. Para hacer más sensible esto que decimos conviene que las formas de objetos usuales que se haga trazar á los educandos, y de las que presentamos algunos modelos en la lámina 11, reproduzcan, en cuanto sea posible, las que los niños han visto y realizado con los cubos, los paralelepípedos y las tablillas. Lo mismo aconsejamos en lo tocante á las formas simétricas ó artísticas, de que ofrecemos algunos ejemplos en la lámina 10, figuras desde la 21 hasta la 30 inclusive.

También aquí se dejará á los niños que realicen sus concepciones, es decir, que inventen algunas formas, á cuyo efecto debe reunirseles por grupos, sobre todo cuando sólo tenga un paquete ó decena de palitos cada alumno (1).

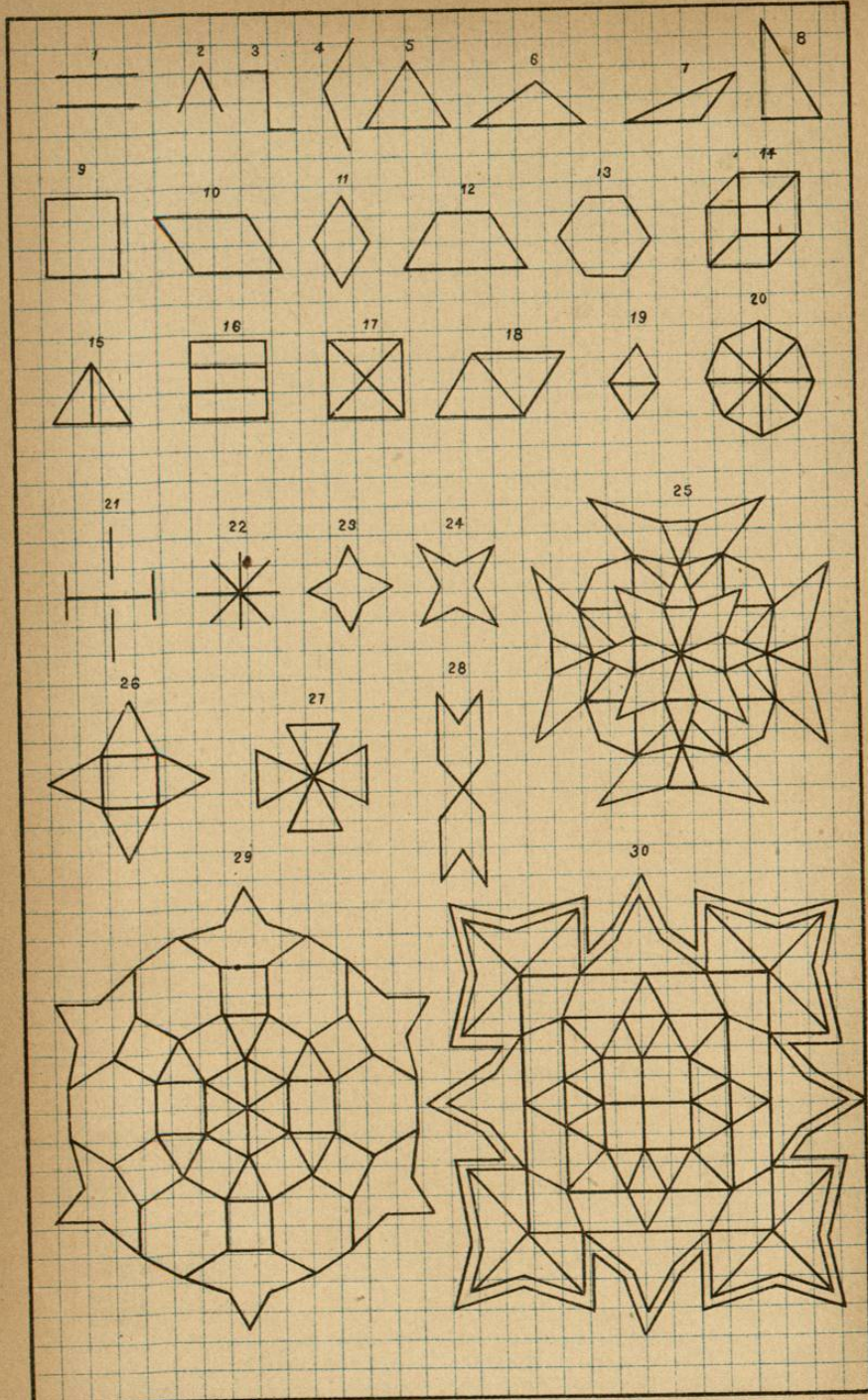
X

Los anillos y demás material que representan las líneas curvas pueden servir, como ya se ha indicado, para ampliar las nociones de Geometría que se hayan dado á los educandos, que hasta aquí apenas han oído nada respecto del círculo, que sólo han visto en las bases del cilindro. (Véase el penúltimo ejercicio de los que indicamos en el párrafo VIII del capítulo III.)

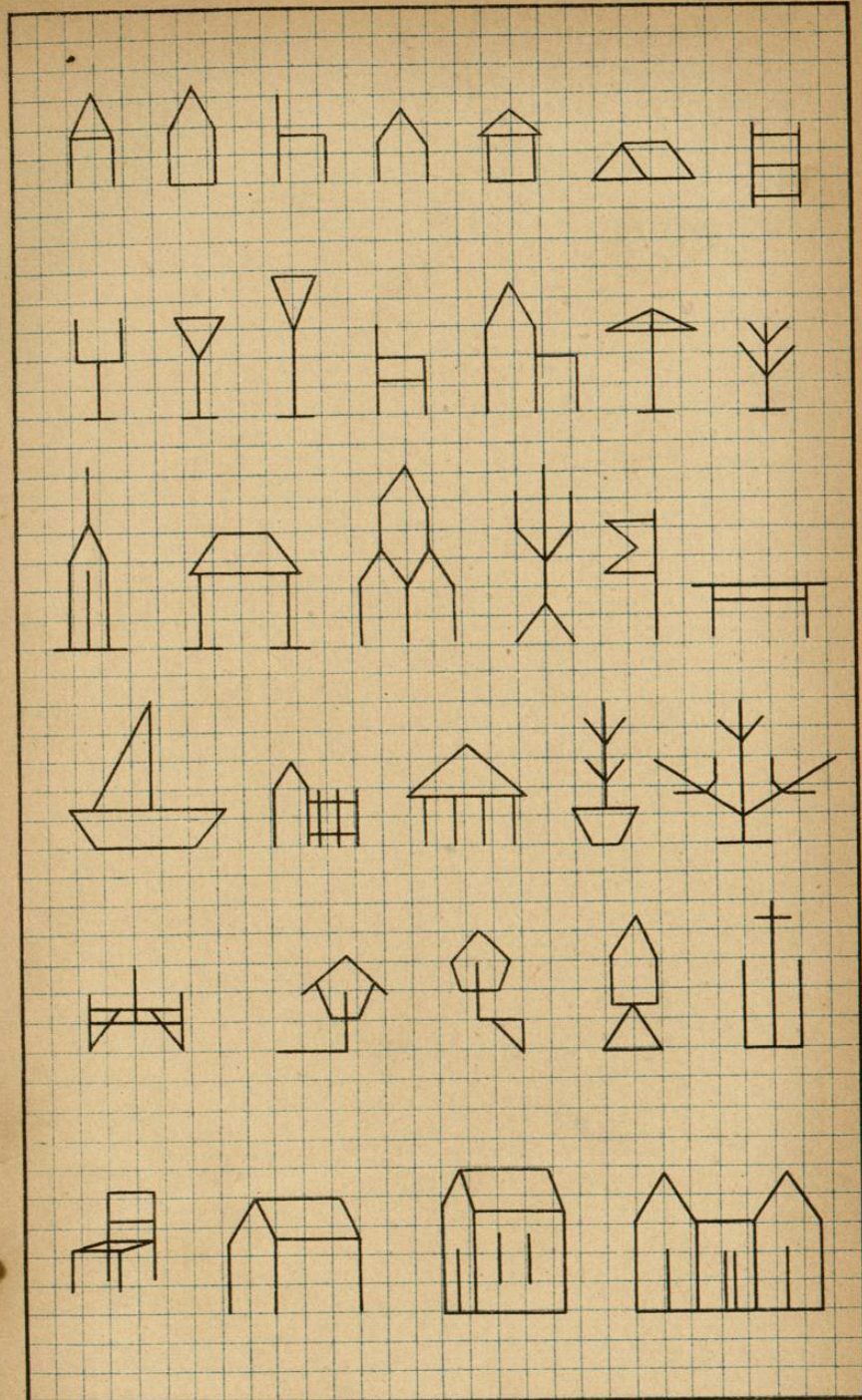
El ejercicio preliminar, análogo al que hemos indicado para los listones y los palitos. Se dará á conocer á los alumnos el anillo, la materia de que está formado y lo que representa materialmente hablando:

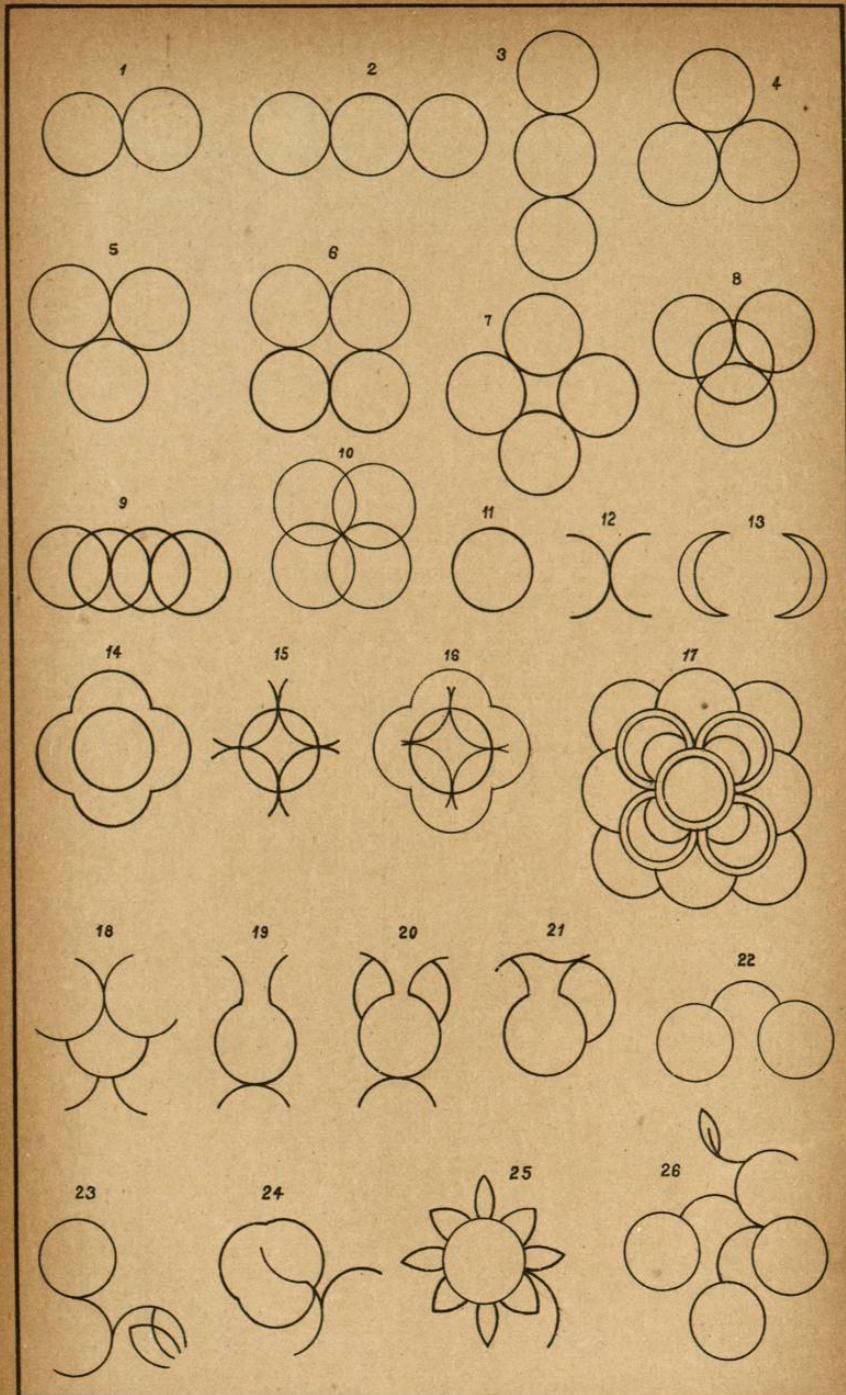
(1) Para estos ejercicios de descripción de formas son preferibles las *cajas aritméticas* ya citadas, pues que la variedad de tamaños de los palitos facilita esta clase de dibujo, dándole más atractivo y ensanchando su esfera: el ser los palitos de colores es otra ventaja, en cuanto que da más atractivo al juego.

Lám^a 10.



Lám^a 11.





—¿Qué es esto que tengo en la mano? (enseñando un anillo).—¿En qué figura habéis visto esta forma del anillo?—¿Está formado el anillo de la misma materia que el cilindro?—¿Pues de qué materia es?—Es de metal.—¿Son todos los metales iguales?—¿Cómo se llama el metal de que está formado este anillo?, etc.

Se comprende el partido que puede sacar el profesor de este primer ejercicio, que se presta á que tenga con sus discípulos una interesante conversación ó *lección de cosas* respecto de los metales, sus usos, etc. En el segundo ejercicio, que versará también sobre el anillo entero, empezarán las nociones geométricas relativas al círculo y á la circunferencia, nociones que pueden reducirse á decir el profesor en estos ó parecidos términos:

—El anillo tiene la forma de un círculo.—Poned uno de vuestros anillos sobre la mesa.—La parte que veis dentro del anillo es lo que propiamente se llama *circulo*.—El anillo mismo es lo que se dice *circunferencia*.—El círculo es, pues, el espacio comprendido dentro de la circunferencia, como ésta es el contorno ó el borde del círculo.—Mostradme algún objeto que tenga la forma de un círculo.—La base del tintero tiene esa forma, vedlo.—¿Cuál es aquí el círculo?—¿Y la circunferencia?, etc.

Para este ejercicio se han entregado á cada niño cuatro anillos, con los cuales puede realizar las formas simétricas que representan las diez primeras figuras de la lámina 12, en las que las siete primeras las circunferencias sólo se tocan una á otra en un punto, no están más que en contacto, y en las tres restantes se cortan en dos puntos, por haber lo que se llama intersección por pasar una sobre otra. Esto presenta ocasión al maestro para dar á los niños algunas nociones más relativamente al círculo y á la circunferencia.

En otro ejercicio pueden entregarse al niño algunos medios anillos ó semicircunferencias, con los cuales pueden variarse algo las formas de las construcciones, empezando por formar un círculo entero (fig. 11), realizando luego las figuras 12 y 13, y yendo hasta la formación de la más complicada, que señalamos con el número 14, cuyo dibujo no es más que la combinación de los elementos representados en las figuras precedentes. Respecto á la enseñanza de la Geometría, he aquí el ejercicio que puede tener lugar con las semicircunferencias:

—Juntad dos de vuestros medios anillos de modo que se toquen en sus extremos.—¿Qué resulta?—Separad ahora las dos piezas.—Cada una de ellas es una parte del anillo, una fracción del entero.—Es la mitad de la circunferencia de alambre y del círculo que forma, que se llaman *semicircunferencia* y *semicírculo*.—¿Cuántas semicircunferencias tiene una circunferencia?—¿Cuántos semicírculos el círculo?—¿Cuántas circunferencias podemos formar con ocho semicircunferencias?—¿Y con seis?—Mostradme algunos objetos que tengan la forma de un semicírculo.

Un ejercicio análogo debe practicarse cuando á los niños se entreguen cuartos de anillos ó arcos de círculo, con los cuales pueden variarse mucho las formas simétricas y artísticas, según puede observarse en las figuras de la 14 á la 26 inclusive de la misma lámina 12, entre las cuales incluimos algunas, como las 18, 19, 20 y 21, que corresponden á objetos de uso común, como jarrones de diversas clases.