PRELIMINARES

AL

ESTUDIO DE LA FISICA.

PRELIMINARES

AL ESTUDIO

DE LA FISICA.

Arreglados por el Ingeniero

Benigno G. Gonzalez,

Profesor de dicha ciencia en el Colegio del Estado de Puebla, encargado del Observatorio Meteorológico y miembro de varias sociedades científicas mexicanas.

PUEBLA.
Imprenta de Isidro M. Romero, Sagrario 6.
1890.

ES PROPIEDAD DEL AUTOR.

AL SEÑOR D.

Miguel Bernal,

DIRECTOR DEL COLEGIO DEL ESTADO DE PUEBLA.

Los hombres que como U. sacrifican su vida por mejorar las condiciones de la instrucción, los que se desvelan buscando el mejor modo con que los estudiantes puedan sacar mas provecho con menos trabajo, y se conduce con ellos, no como superior, sino como un padre cariñoso y los anima con sus sabios consejos; digno es de toda la veneración y cariño de los corazones que saben sentir y apreciar sus virtudes. Permítame U. pues que, como una muestra de mi gratitud le dedique mis "Preliminares al estudio de la Física", no son nuevos, no tienen más mérito que estar arreglados para la enseñanza de dicha ciencia en este Colegio.

Puebla, Diciembre 28 de 1889.

B. G. Gonzalez.

INTRODUCCION.

Los fenómenos de la Naturaleza, por su grandiosidad, siempre han llamado la atención de los hombres y aunque esto no hubiera sido así, no por eso dejarían de existir y de obrar sobre ellos y producir sus acciones. En efecto, el niño al abrir los ojos recibe en su tierna retina los rayos lnminosos y siente sobre su delicado organismo los efectos del medio que le rodea. Desde ese momento hasta que los vuelve á cerrar para abandonar este mundo, queda obligado en cierto modo, de una manera fatal, á los cámbios que de cerca ó de lejos se verifican siempre á su alrededor. Esta importancia sin duda, ha obligado á hombres pensadores á estudiarlos primero en la naturaleza y despues, conocido su modo de ser, realizarlos de una manera artificial en su laboratorio.

Muy buenas obras se han escrito sobre el estudio de la Física; pero unas por extensas, otras por concisas, ninguna está en las condiciones que se necesitan para nuestra juventud; tanto más, cuanto que siendo extrangeras, están arregladas á un programa de enseñanza distinto del nuestro. Además, la Física, no siendo en realidad más que una rama de la Mecánica, debe comenzarse su estudio por las nociones suficientes de esta ciencia.

La práctica y dificultades con que he tropezado durante 12 años, me han hecho comprender la necesidad de un texto á propósito para nuestra juventud y cuya necesidad he suplido con apuntes y de viva voz; pero estos apuntes por pequeños que sean, quitan tiempo al estudiante y con mayor razón cuando son extensos; esto me ha obligado á darlos á luz, con el fin de que con mas facilidad y prontitud el estudiante puede poseerlos.

Estos Preliminares son, la compilación de lo más útil y necesario de los principios elementales de Mecánica, que sirven de base al estudio de la Física. Además, como un apéndice he puesto las teorías filosóficas de la Física, que es otro de los vacios que se encuentran en las obras de texto y que sólo mencionan, siendo un punto tan importante, pues que hasta aquí se han considerado como la base en que se apoya la explicación de los principales fenómenos.

De este modo, en unas cuantas páginas encontrará el alumno lo mas indispensable y aun los profesores, un guia que aunque malo, ellos sabran mejorar.

No he hecho mas que coordinar lo que he encontrado en otros autores y explicar una que otra cosa con la claridad que me ha sido posible, para que los que no tienen nociones, las adquieran sin necesidad de un estudio anterior; esto en cuanto á las ideas de Mecánica; respecto á teorías, he entresacado lo mas esencial tomándolo de distintos autores; pero dejando á un lado las cuestiones matemáticas elevadas, que si bien es cierto completan la explicación, no siempre están á la altura de los principiantes.

Solo suplico á quien los lea, tenga presente que están arreglados para principiantes que no tienen nociones de ninguna clase y quieren tenerlas.

Mi única aspiración es: contribuir aunque sea en mi corta esfera, al progreso de nuestras ciencias naturales, cuya base es el estudio razonado y metódico de la Física.

CAPITULO I.

Definiciones generales.

1. La Física tiene por objeto: el estudio de las variaciones transitorias verificadas en la materia sin que ésta experimente un cambio profundo y permanente en su constitución.

Qué es la materia? Se dice, es todo lo que tiene extensión, ó todo lo que puede impresionar de una manera cualquiera nuestros sentidos. Esta última definición es errónea y sin embargo es la mas aceptada; es errónea, porque el Calor, la Luz y la Electricidad, producen impresión en nuestros sentidos y sin embargo no son materias, sino fuerzas ó agentes naturales, cuya íntima naturaleza nos es desconocida; es errónea, porque si la aplicamos al elemento material, al átomo, segun la teoría mas racional, (la teorìa atómica) éste no puede afectar nuestros sentidos tan rúdos èimperfectos y sin embargo no por esto deja de ser átomo material. Por estas razones acepto la primera; Materia es: todo lo que tiene extensión y es inerte. Esto es, se define por dos de sus propiedades esenciales.

2. Cuerpo es: toda cantidad de materia limitada.

La materia es simple y compuesta. Simple, aquella en que el estudio mas íntimo de su naturaleza hecho por los procedimientos de la ciencia Química mas precisos, no ha podido encontrar ninguna otra materia sino ella sola; y compuesta aquella en que el mismo análisis ha probado, que para que exista tal como es, se necesita que otra ú otras estén íntimamente ligadas entre sì y sin esto deja de ser lo que es.

Los cuerpos, que no son sino partes limitadas de materia, se dividen tambien en simples y compuestos sirviendo la misma definición.

La materia simple està formada de un conjunto de partes pequeñísimas que se mantienen á muy cortas distancias;

por pequeños que sean, quitan tiempo al estudiante y con mayor razón cuando son extensos; esto me ha obligado á darlos á luz, con el fin de que con mas facilidad y prontitud el estudiante puede poseerlos.

Estos Preliminares son, la compilación de lo más útil y necesario de los principios elementales de Mecánica, que sirven de base al estudio de la Física. Además, como un apéndice he puesto las teorías filosóficas de la Física, que es otro de los vacios que se encuentran en las obras de texto y que sólo mencionan, siendo un punto tan importante, pues que hasta aquí se han considerado como la base en que se apoya la explicación de los principales fenómenos.

De este modo, en unas cuantas páginas encontrará el alumno lo mas indispensable y aun los profesores, un guia que aunque malo, ellos sabran mejorar.

No he hecho mas que coordinar lo que he encontrado en otros autores y explicar una que otra cosa con la claridad que me ha sido posible, para que los que no tienen nociones, las adquieran sin necesidad de un estudio anterior; esto en cuanto á las ideas de Mecánica; respecto á teorías, he entresacado lo mas esencial tomándolo de distintos autores; pero dejando á un lado las cuestiones matemáticas elevadas, que si bien es cierto completan la explicación, no siempre están á la altura de los principiantes.

Solo suplico á quien los lea, tenga presente que están arreglados para principiantes que no tienen nociones de ninguna clase y quieren tenerlas.

Mi única aspiración es: contribuir aunque sea en mi corta esfera, al progreso de nuestras ciencias naturales, cuya base es el estudio razonado y metódico de la Física.

CAPITULO I.

Definiciones generales.

1. La Física tiene por objeto: el estudio de las variaciones transitorias verificadas en la materia sin que ésta experimente un cambio profundo y permanente en su constitución.

Qué es la materia? Se dice, es todo lo que tiene extensión, ó todo lo que puede impresionar de una manera cualquiera nuestros sentidos. Esta última definición es errónea y sin embargo es la mas aceptada; es errónea, porque el Calor, la Luz y la Electricidad, producen impresión en nuestros sentidos y sin embargo no son materias, sino fuerzas ó agentes naturales, cuya íntima naturaleza nos es desconocida; es errónea, porque si la aplicamos al elemento material, al átomo, segun la teoría mas racional, (la teorìa atómica) éste no puede afectar nuestros sentidos tan rúdos èimperfectos y sin embargo no por esto deja de ser átomo material. Por estas razones acepto la primera; Materia es: todo lo que tiene extensión y es inerte. Esto es, se define por dos de sus propiedades esenciales.

2. Cuerpo es: toda cantidad de materia limitada.

La materia es simple y compuesta. Simple, aquella en que el estudio mas íntimo de su naturaleza hecho por los procedimientos de la ciencia Química mas precisos, no ha podido encontrar ninguna otra materia sino ella sola; y compuesta aquella en que el mismo análisis ha probado, que para que exista tal como es, se necesita que otra ú otras estén íntimamente ligadas entre sì y sin esto deja de ser lo que es.

Los cuerpos, que no son sino partes limitadas de materia, se dividen tambien en simples y compuestos sirviendo la misma definición.

La materia simple està formada de un conjunto de partes pequeñísimas que se mantienen á muy cortas distancias;

estas partes materiales cuya demostración es del dominio de la Química se llaman *átomos,* y un conjunto de átomos de la misma naturaleza constituyen un cuerpo simple.

Los espacios que quedan entre los átomos se llaman espacios inter–atómicos.

La materia compuesta he dicho resulta de la combinación de dos ó mas simples, por ejemplo: el agua resulta de la combinación de dos gases, el oxígeno y el hidrógeno, y la química enseña que para obtenerla, se necesitan siempre, dos partes de hidrógeno y una de oxígeno; esto es, que la mínima cantidad de agua que se puede concebir, está formada de dos átomos de hidrógeno y un átomo de oxígeno, los que íntimamente unidos constituyen una molécula de agua.

En los cuerpos simples se consideran tambien moléculas, pero en este caso, dos átomos de la misma materia constituyen una molécula, mientras en los cuerpos compuestos está formada de átomos de distintas materias. Unas veces está formada de dos átomos como en el ácido Clorhídrico, uno de Hidrógeno y otro de Cloro; otras, de dos de la misma materia y una de otra, como en el agua; ó bien de varios de una y varios de otra como en el alcóhol.

De esto resulta, que el átomo y la molécula son esencialmente diferentes, uno representa la unidad de los cuerpos simples y la otra la unidad de los compuestos; el átomo es indivisible y simple, la molécula puede dividirse en sus elementos.

El número de sustancias compuestas es ilimitado, pero el de las simples que les dan orígen es hasta hoy muy pequeño, apenas se eleva á sesenta y seis. Estos, se dividen en dos grupos, el primero es el de los *Metaloides* y el segundo el de los *Metales* y cada uno se subdivide en familias.

Esta clasificación se ha hecho, teniendo en cuenta sus propiedades físicas y químicas y conforme á la teoria atómica única racional y filosófica que hasta aquí explica mejor las combinaciones.

Cuerpos simples clasificados segun la teoria atómica.

I. GRUPO.

METALOIDES.

Primera familia.

Monoatómicos.

Cloro.–Bromo.-Yodo.-Fluor.

Segunda familia.

Diatómicos.

Oxigéno.–Azufre.–Selenio. Teluro.

Tercera familia.

Triatómicos.

Boro.

Cuarta familia.

Tetratómicos.

Carbono.–Silicio.–Zirconio. Titano.–Estaño.–Torio.

Quinta familia.

Pentatómicos.

Arsénico.–Antimonio.–Bismuto.-Uranio.–Talio.–Niovio.–Vanadio.–Nitrógeno ó Azóe.–Fósforo.

II GRUPO.

METALES.

Primera familia.

Monoatómicos.

Hidrógeno.—Plata.--Litio. Sodio.—Potasio.—Rubidio. Césio.

Segunda familia.

Diatómicos.

Calcio.—Bario—Estroncio. Magnesio.-Cerio.-Lamtano. Didimo.-Erbio.-Zinc.-Galio. Cadmio.–Cobre.--Mercurio ó Azogue.

Tercera familia.

Triatómicos.

Oro.–Teluro.–Indio.

Cuarta familia.

Tetratómicos.

Aluminio.-Glucinio.-Manganeso.–Fierro.—Cromo.—Cobalto.–Níquel.–Plomo.-Tántalo.–Platino.

Quinta familia.

Pentatómicos.

No existe ninguno hasta hoy.

Sexta familia.

Exatómicos.

Molibdeno.–Tungsteno.–Osmio.–Rodio.–Rutenio.—Iridio.

A estos debe agregarse el Colombio y el Silveroide que aún no están colocados en las familias que les pertenecen ó al menos no lo sé.

3. Estados de la materia. La naturaleza en su admirable obra nos presenta la materia bajo tres formas diversas; ya sus partes elementales están unidas de tal modo que es necesario un esfuerzo considerable para separarlos como cuando tratamos de romper una piedra, un pedazo de madera ó un cristal; ó bien se hayan unidas como en el agua, en el aceite y el petroleo; y por último como en el aire, el humo y el vapor. A las primeras se les llama sólidas, á las segundas líquidas y á las terceras gaseosas.

Estas tres modificaciones constituyen lo que se llama los tres estados de la materia: estado sólido, líquido y gaseoso.

El carácter distintivo de los sólidos es: presentar grande resistencia al dividirlos y además, afectar la forma que les dá la Naturaleza ó el arte.

Lo que distingue á los líquidos de los sólidos es: que los primeros presentan débil resistencia al dividirse y además nunca tienen una forma constante, sino afectan la de los vasos que los contienen y por último, están dotados de gran movilidad, pues céden las moléculas al mas leve empuje y se les vé resbalar las unas sobre las otras.

El tercer estado, está caracterizado por una resistencia casi nula y una movilidad mayor que la de los líquidos; además, son muy compresibles, pues su volúmen puede reducirse á un décimo ó centésimo y al verificarlo se desarrolla en ellos una fuerza que se conoce con el nombre de fuerza elástica ó fuerza de expansibilidad.

Una misma materia puede afectar los tres estados, por ejemplo: el agua, la vemos en estado líquido en los mares, los rios y los lagos; en el sólido, sobre las altas montañas en el invierno, en los volcanes casi siempre y en el estado gaseoso en la atmósfera formando las nubes ó desprendiéndose de una caldera.

Además de los tres estados de que he hablado, Faraday en 1816, de edad de 24 años, siendo aún estudiante, en sus lecciones sobre las propiedades generales de la materia, concibió y explicó la idea de un cuarto estado de la materia, que llamó *estado radiante*. Mas tarde, en 1819 dió pruebas y argumentos en favor de su atrevida hipótesis. Sin embargo, sus teorías casi quedaron olvidadas; pero en 1880 Mr. William Crokes vuelve sobre el asunto y prueba por medio de experiencias su existencia.

No obstante la importancia de este cuarto estado de la materia, pocos autores hablan de él y aún no está decidida la cuestión. ¿Será la manifestación pura de la fuerza sobre la materia? ¿Será el Eter obrando con toda libertad en el vacío? Cuestiones son estas que aún están por resolverse.

4. Propiedad. Es todo aquello que persiste en la materia de una manera constante.

Las propiedades de la materia se dividen, en generales, particulares y esenciales. Generales, las que convienen á toda clase de materia, en cualquier estado que se la considere. Particulares las que convienen á determinada clase de materia ó á ciertos estados de la misma. Como generales se citan: la extensión, pesantéz ó gravedad, compresibilidad, porosidad física, elasticidad é inercia. Como particulares: dureza, porosidad sensible, trasparencia, coloración, brillo, fluidéz, maleabilidad y ductilidad.

Se dá el nombre de propiedades esenciales, á aquellas sin las cuales (en nuestro estado actual de adelanto) no se puede concebir la materia; estas son: la extensión é impenetrabilidad; aunque estas tal vez tienen su orígen en otra que es sin duda la única esencial, la inercia.

Extensión. Es la propiedad que tienen todos los cuerpos de ocupar un lugar determinado en el espacio.

Pesantéz ó gravedad. Es la propiedad que tienen todos los cuerpos, de que abandonados de cualquiera altura caen á la superficie de la tierra. (1.)

Divisibilidad. Es la propiedad que tienen los cuerpos

[1.] Extensión, pesantéz, dureza, impenetrabilidad é inercia, son propiedades que pertenecen al átomo, todas las demás pertenecen á un conjunto de átomos.

de poderse dividir en partes, sin admitir la divisibilidad al infinito sino hasta la unidad indivisa, el átomo.

Porosidad física. La propiedad de la materia de dejar entre sus elementos (átomos ó moléculas) ciertos intersticios llamados poros físicos, invisibles aún al microscopio en muchas sustancias.

Hay otra porosidad, la sensible; se distingue de la física en que en esta los poros son verdaderos agujeros producidos por una acción mecánica natural ó artificial como se nota en la esponja, la piedra pómez, el ladrillo, el cuero, los tejidos, &.

Los poros físicos no se denuncian sino por el microscopio, ó por ciertos fenómenos como son las dilataciones y contracciones de los cuerpos por efecto del aumento ó disminución de la fuerza calórica.

Compresibilidad. Es la propiedad de la materia de poderse reducir su volúmen por efecto de una presión.

Elasticidad. La propiedad que tienen los cuerpos de recobrar su volúmen cuando despues de comprimidos cesa la presión.

Inercia. La incapacidad de la materia para moverse ó de detener el movimiento de que esté animada.

Dureza. Es la resistencia que presentan los cuerpos sólidos á ser desgastados ó rayados por otros. Esta propiedad es relativa, así, se dice de dos cuerpos de los cuales uno es rayado por el otro, que el que raya es mas duro que el otro. Entre los cuerpos sólidos el mas duro es el diamante, siguen despues el zafiro, el rubí, el cristal de roca, los pedernales y los gres.

Maleabilidad. Es la propiedad que tienen muchos cuerpos de poderse reducir á láminas muy delgados por efecto de presiones mas ó menos considerables. Los cuerpos que poseen esta propiedad se les llama maleables. El aparato con que se verifica esto se llama laminador.

Ductilidad. Es la propiedad que poseen muchos cuerpos de poderse reducir á hilos por efecto de tracciones

más ó menos considerables. El aparato con que esto se realiza se llama hilera.

Estas propiedades son muy importantes en las artes, habiendo sustancias que como la cera, el barro y los géneros se les puede hacer cambiar de forma con presiones muy débiles.

5. Fenómeno. Esta palabra no se toma en ciencia de la misma manera que en el lenguaje vulgar; en ciencia se entiende por fenómeno todo hecho que se verifica en la materia; mientras el vulgo llama fenómeno á lo que no es natural ó es muy raro.

Segun es la ciencia que estudia el fenómeno, así este toma un nombre que le hace distinguir de los demás; los principales fenómenos son: físico, químico fisiológico y psicológico.

Como la Física estudia los hechos transitorios en la materia, resulta, que fenómeno físico es: todo hecho que tiene lugar en la materia, sin que ésta sufra cambio profundo y permanente en su composición. El fenómeno químico al contrario, es aquel en que la materia se transforma por decirlo así, en otra que en nada se parece á aquella ó aquellas que le han dado orígen.

Sin embargo, hay fenómenos que tanto la Física como la Química tienen derecho á llamarlos suyos; lo que quiere decir, que ambas ciencias llegarán á fundirse en una sola que se llamará tal vez *Mecánica general* ó *Mecánica de la Materia.*

Para que un fenómeno cualquiera que sea, se realice, son indispensables tres elementos: *Agente* ó *fuerza*, *Paciente* ó *Materia* y *Condiciones;* esto es, circunstancias para que el Agente obre sobre el Paciente.

Estos tres elementos, Fuerza, Materia y condiciones, son los elementos de un fenómeno cualquiera que sea la ciencia que le estudie.

Como cualquiera que sea el fenómeno que estudia la Física, siempre se reduce á un caso de Mecánica, de aquí la necesidad de conocer esta ciencia aunque sea de una manera elemental, antes de estudiar lo que se llama propiamente Física.

CAPITULO II.

Nociones de Mecánica.

6. Se llama Mecánica, á la ciencia que trata del movimiento y equilibrio de los cuerpos.

Se divide en cuatro partes: Estática, Dinámica, Hidrostática é Hidrodinámica.

La Estática, trata del equilibrio de los cuerpos sólidos. La dinámica del movimiento de los mismos. La Hidrostática del equilibrio de los líquidos y gases; y la Hidrosdinámica del movimiento de los líquidos y gases. Además, se ha dado el nombre de Hidráulica, á la parte de la Hidrodinámica que se ocupa de la elevación, conducción y distribución de las aguas.

7. FUERZAS. Se llama fuerza á toda causa capáz de producir una modificación cualquiera en la materia.

La fuerza no es como se cree una propiedad de la materia, pues si bien es cierto que jamás las encontramos separadas en la naturaleza, no debe inferirse de esto que una sea propiedad de la otra. Son dos elementos esencialmente diferentes, el uno activo, el otro inerte.

La naturaleza de la fuerza, nos es completamente desconocida y solo podemos valuarla por sus efectos sobre la materia, con arreglo á este principio: *los efectos son proporcionales á sus causas.* La fuerza obrando sobre los elementos de la materia, tiende á acercarlos ó alejarlos; pero si no aumenta ni disminuye, tampoco disminuye ó aumenta la distancia entre ellos. La fuerza obrando entre los átomos de un cuerpo simple ó entre las moléculas de un compuesto, se le llama fuerza de cohesión y se define diciendo: que es la que une entre sí átomos ó molèculas de la misma naturaleza. Esta fuerza, muy grande en los sólidos, disminuye en los líquidos y es muy pequeña en los gases.

La fuerza obra tambien entre átomos ó moléculas heterogéneas con tal energía, que unidos íntimamente constituyen un cuerpo nuevo diferente de los componentes; en este caso, se dá al fenómeno el nombre de combinación química y á la fuerza que lo produce, fuerza de afinidad ó fuerza química. Obra tambien entre cuerpos heterogéneos ya sólidos, ya líquidos ó gaseosos; entre un sólido y un líquido, entre un sólido y un gas, entre un líquido y un gas; pero en ninguno de estos casos dá lugar á un tercer cuerpo diferente, cada uno sigue siendo lo que es; por ejemplo: si se toman dos láminas planas de cualquiera sustancia sólida y se pone una sobre la otra y se comprimen, se unen entre sí; y si entre ellas se pone una capa de agua, la unión es aún más fuerte, al grado que dos láminas de vidrio, primero se romperian que se lograra separarlas y solo deslizando una sobre la otra, se logra separarlas sin romperlas. Los ejemplos más notables de este modo de obrar de las fuerzas, los tenemos en todos los pegamentos de que hacemos uso y tambien en las soldaduras de los metales entre sí. En este caso, la fuerza toma el nombre de fuerza de adhesión y se dice, es la que une materias diferentes, pero sin dár lugar á un cuerpo nuevo. Todas estas fuerzas se llaman en general, moleculares ó atómicas, según que ejerzan su acción en los cuerpos compuestos ó en los simples; tambien se les llama inter-atómicas ó inter-moleculares.

La fuerza, desde el momento que nos es desconocida su íntima naturaleza, y que solo la conocemos por sus efectos, no podemos representarla por nada material; entonces la estudiamos geométricamente y se ha convenido en representarla por líneas rectas cuya longitud varie con la intensidad de la fuerza que representen; para esto, se adopta una unidad lineal que generalmente es el centímetro y se lleva sobre la línea tantas veces cuantas son las unidades de fuerza que se quieren representar.

8. Una fuerza se define por cuatro caractéres: punto

de aplicación, dirección, intensidad y sentido. Se llama su punto de aplicación, aquel en que obra directamente. Dirección es: la línea según la cual obra. Intensidad: el valor de la fuerza expresado en peso. Por último se llama sentido, á su modo de obrar con respecto á los puntos cardinales ú objetos que se tomen por punto de comparación.

Las fuerzas segun su modo de obrar sobre la materia, se clasifican en instantáneas, contínuas, constantes y variables. Se dice que una fuerza es instantánea, cuando obra durante un tiempo muy corto, como una explosión. Contínua, cuando no cesa de obrar sobre la materia aunque varíe de intensidad, como la cohesión en los cuerpos sólidos y líquidos. Cuando la fuerza contínua, varía de intensidad, se le llama tambien contínuo-variable ó simplemente variable.

Una fuerza es constante, cuando no varía de intensidad. La gravedad, fuerza que hace que todos los cuerpos abandonados á cierta altura, caigan á la superficie de la tierra, es una fuerza contínua en todo el globo y es constante en cada lugar; pero varía al variar éste; se puede decir que es contínua-constante para un mismo lugar y variable según los lugares.

Clasificadas las fuerzas por sus direcciones, se dividen en: paralelas y angulares ó concurrentes; son paralelas cuando las líneas que las representan lo son; y angulares, cuando las mismas líneas forman ángulos.

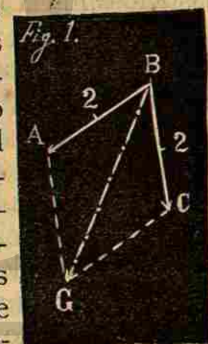
9. La fuerza obra de dos modos sobre la materia: repeliéndola ó atrayéndola, ó como vulgarmente se dice, empujando y jalando. En el primer caso se dice que obra por pulsión, y en el segundo por tracción. Una fuerza de pulsión se cambia en una de tracción, cambiándola de sentido. Una fuerza no se altera cuando se trasporta á un punto cualquiera de su dirección ó paralelamente á sí misma.

Cuando varias fuerzas obran sobre un punto material ó sobre un cuerpo, puede determinarse gráficamente su efecto final: la línea que representa este efecto se llama su re-

sultante, y la operación, composición de las fuerzas; pero también se puede descomponer una fuerza dada en varias que es el problema inverso. En el caso de la composición, las fuerzas se llaman componentes de la resultante, y en el de la descomposición, la fuerza dada se considera como la resultante, y aquellas en que se descompone, como sus componentes.

10. Composición de las fuerzas angulares. Ya dije, que fuerzas angulares, son aquellas que aplicadas al mismo punto, forman entre sí un ángulo. Para determinar de una manera gráfica la resultante de dos fuerzas angulares, se emplea un teorema que se llama del paralelógramo de las fuerzas y se enuncia: La resultante de dos fuerzas angulares está representada en magnitud, intensidad y dirección, por la diagonal del paralelógramo construido sobre las fuerzas.

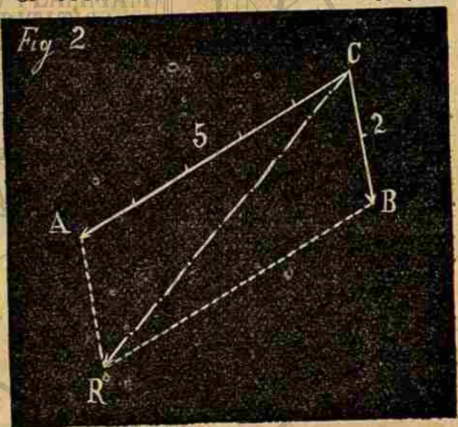
11. Demostración teórica.—Sean A B $=2$, B C $=2$ (fig. 1) dos fuerzas iguales obrando por tracción sobre el punto B; supongamos por un momento que obra solo la fuerza A B, es evidente que llevarà al punto B hasta A, y si en este momento suponemos que obra la fuerza C B, lo llevará de A á G, según la línea A G igual y paralela á C B: luego el efecto final de las dos fuerzas obrando separadamente, es el de llevar al punto B á G; este efecto queda representado por la menor distancia B G entre los dos puntos y esta no es otra cosa que la diagonal del rombo A B C G; y como en el rombo la diagonal divide los ángulos opuestos en partes iguales, resulta que la línea B G es la bisectriz del áugulo A B C. Supongamos ahora que las dos fuerzas obran á la vez sobre el punto B, es imposible que siga los dos caminos B A y B C, luego deberá seguir uno intermedio y como las fuerzas son iguales, no hay razón para que se acerque más á uno que á



otro, luego sigue la bisectriz del ángulo A B C. Como se vé, el efecto es el mismo, ya sea que obren unidas ó separadas, y es la diagonal del paralelógramo construido sobre las fuerzas.

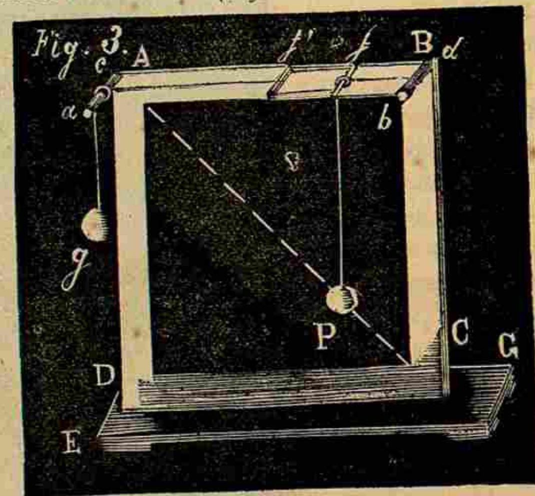
12. Corolario.—La resultante de dos fuerzas iguales, es la diagonal del paralelógramo construido sobre ellas y divide su ángulo en dos partes iguales.

13. Si las dos fuerzas son desiguales, un razonamiento semejante demuestra el teorema. Sean A C = 5, y B C = 2 (fig. 2) las fuerzas: si obra separadamente AC, llevará á C. al punto A, y si cuando este llegue á A obra la fuerza B C llevará el punto A hasta R segun A R igual y paralela á B C, luego el efecto final es llevar el punto C á R y C R es la resultante; y esta es la diagonal del paralelógramo A C B R construido sobre las fuerzas, luego queda demostrado el teorema del paralelógramo de las fuerzas cuando estas son desiguales. Obsérvese que en este caso el ángulo de las fuerzas no queda dividido en partes iguales, sino desiguales, y que la resultante está más cerca de la fuerza mayor.



14. Demostración experimental. La más sencilla es la que aplicamos diariamente al cortar una hoja de papel, pues en este caso las dos manos son las fuerzas y el papel se corta siguiendo la bisectriz del ángulo que forman. Hay tambien un aparato muy sencillo con el cual puede demostrarse claramente. Este consiste en un cuadrado (fig. 3) A B C D de madera que descansa en un soporte E G: sobre el lado A B y perpendicular á él, están fijas dos lámi-

nas a y b que llevan cada una tres agujeros; dos tienden paralelamente dos alambres c y d, en el de en medio de b se fija la extremidad de un cordon que se pasa por el agujero medio de una lámina f de un cuadro que corre en los alambres; la otra extremidad lleva un peso P; á la lámina del cuadro movil f' se fija un cordón que pasa por el agujero medio de a ó por una polea y su extremidad g sirve para jalar. Para darse cuenta de lo que pasa, hay que ver cuáles son las fuerzas que obran sobre el peso P; una es la resistencia del cordón P f, que tiende á llevar el peso hácia arriba, y la otra f'a aplicada al centro de P y obrando según el lado C D, pero que produce el mismo efecto trasportada á f'a paralela á sí misma. De esto resulta que el peso P sigue la diagonal C A del paralelógramo construido sobre los lados del cuadro.



Cuando son varias las fuerzas cuya resultante gráfica se quiere determinar, se emplea el mismo procedimiento combinándolas de dos en dos, esto es, se toman dos de ellas y se busca su resultante conforme se ha dicho; en seguida se combina esta resultante con otra de las fuerzas, lo que dá una nueva resultante; esta á su vez se combina con otra fuerza y se continúa así hasta la última fuerza: la resultante final será la de todo el sistema.

Sean A B, A C, A D y A E (fig, 4) cuatro fuerzas cuya resultante se quiere determinar. Se tóman dos cualesquiera de ellas A E y A D por ejemplo, y se determina su resultante A R por la regla del paralelógramo, luego, se combina A R con A C y se tiene la nueva resultante A R'; por último, A R' se combina con A B y se tendrá A R" como resultante de todo el sistema. La resultante de un sistema de fuerzas, siempre es la misma, cualquiera que sea el sentido en que se comience la construcción; esto es, la resultante es invariable.

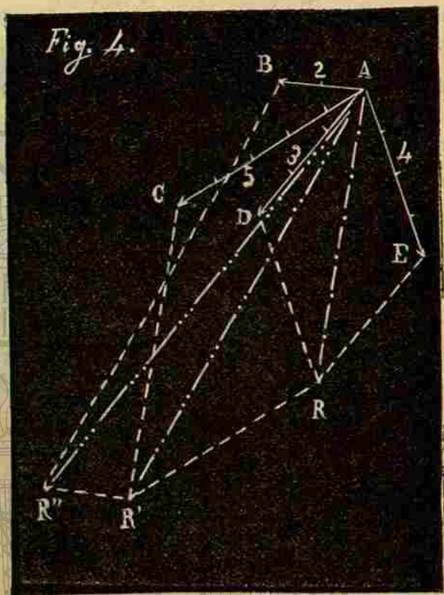


Fig. 4.

Este modo de determinar la resultante lleva el nombre de regla del paralelógramo; hay otro que se llama del polígono y no es sino un derivado del anterior; por ejemplo: Sean A B, A C y A D, (fig. 5) las fuerzas cuya resultante se quiere determinar por la regla del polígono; se toma una de las fuerzas, sea A D, se traza por su extremidad D una línea D R paralela, igual y del mismo lado que está A C con relación á A D; por R otra paralela é igual á A B y del mismo lado que está A B con relación á A D y como no hay mas fuerzas, los puntos A y R' son dos puntos de la resultante del sistema, que uniéndolos

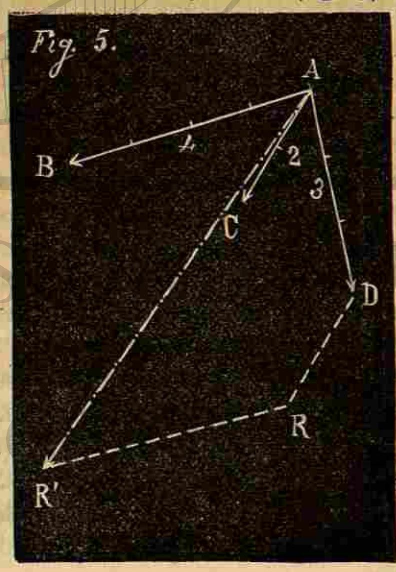


Fig. 5.

se tiene A R' resultante final. Como se vé, es la regla del paralelógramo suprimiéndole algunas líneas, siendo por esto más violento; el polígono es A D R R' y el lado A R' que lo cierra es la resultante. El polígono toma varias formas según la fuerza porque se comienza la construcción: si en lugar de A D se comenzara por A C el polígono sería A C R R'; pero la resultante es siempre la misma.

Si sucediese que el punto R' (fig. 5) fuese en la construcción á confundirse con A, se dice que el polígono se cierra por sí mismo y que las fuerzas están en equilibrio; esto es, que la resultante es nula. En efecto, sean (fig. 6) O A = O C y O B = O D, cuatro fuerzas iguales de dos en dos, aplicando la regla del polígono se traza C R paralela, igual y del mismo lado de O C á O D, por el punto R, una paralela á O A que es R D y por D una paralela é igual á O B que es la misma D O; la resultante es por consiguiente nula y las cuatro fuerzas no producen ningún efecto sobre el punto O; lo que se llama tenerlo en equilibrio. Según esto, se dice: que dos ó más fuerzas están en equilibrio, cuando se neutralizan mutuamente sus efectos dando cero por resultante.

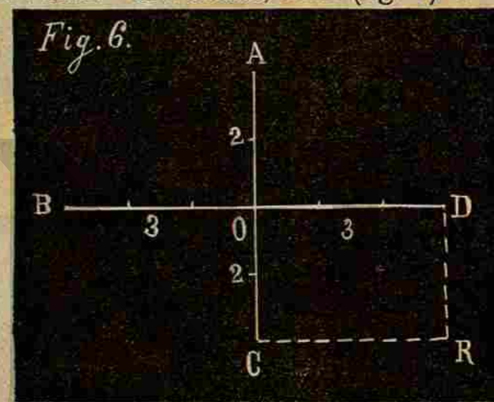
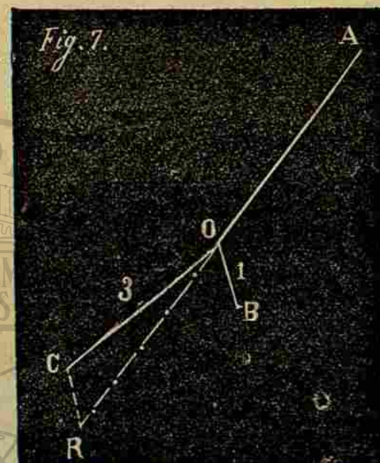


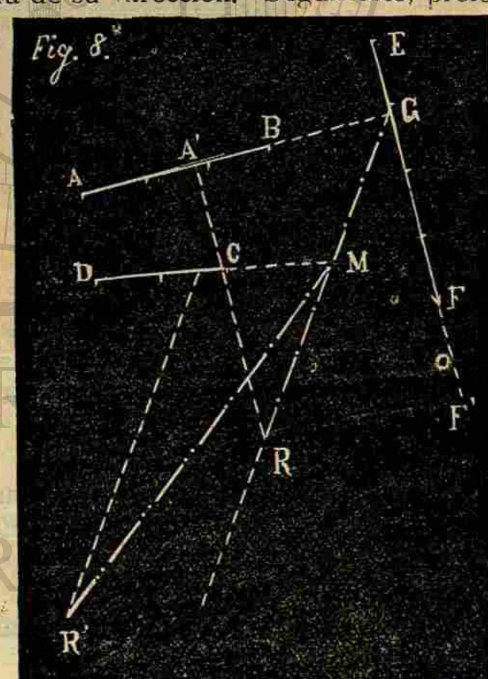
Fig. 6.

Se dice tambien, que cuando varias fuerzas están en equilibrio, una cualquiera de ellas es igual y directamente opuesta á la resultante de las demás. En efecto, las fuerzas O A, O B y O C (fig. 7) están en equilibrio puesto que el polígono se cierra por sí mismo y se vé además, que O R resultante de O C y O B, es igual y directamente opuesta á O A.

Demostración experimental de los casos de equilibrio. Cuatro hombres de igual fuerza cada uno, jalando en los cuatro lados de una mesa, ésta no se mueve.

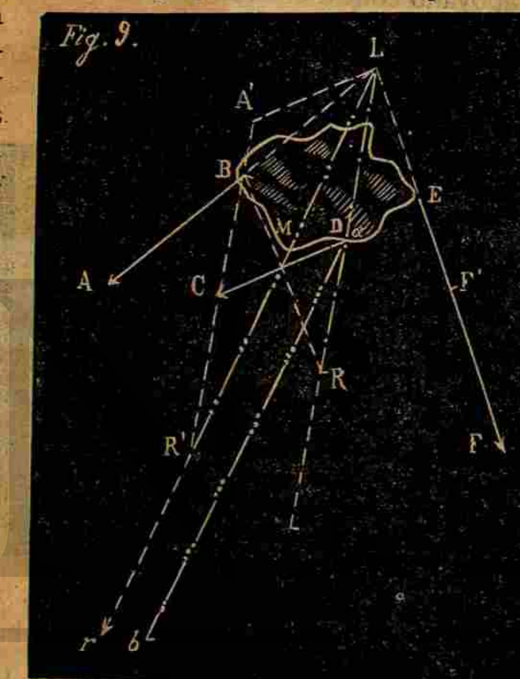


15. Sucede à veces que las fuerzas cuya resultante se busca no se cortan en un mismo punto, sino en sus prolongaciones, tales como A B, C D y E F (fig. 8) en éste caso nos servimos del axioma: Una fuerza no se altera cuando se trasporta paralelamente á sí misma ó á un punto cualquiera de su dirección. Segun esto, prolongamos A B hasta que encuentre en G á E F, trasportamos A B de G á A' y á E F de G á F'; se determina la resultante de G A' y G F' por la regla del paralelógramo y dá G R; hacemos lo mismo ahora con C D y G R trasportándolas á M y tenemos la resultante M R' que es la de las fuerzas dadas.



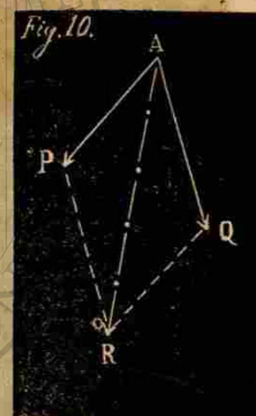
Puede tambien resolverse el problema, trasportando todas las fuerzas paralelamente á sí mismas á un punto cualquiera sobre una de las fuerzas ó fuera de ellas, siendo el resultado el mismo; pero no coinciden las resultantes determinadas por los dos métodos, sino son paralelas y de la misma longitud.

Aplicación práctica. Apliquemos á un cuerpo de cualquiera forma (fig. 9) las fuerzas AB, CD y EF y sean tres hombres con fuerzas diferentes y que jalan el cuerpo; si trasportamos todas las fuerzas al punto en que se cortan las AB y EF que es L y las combinamos por las reglas dadas, enconmos la resultante L R,' que trasportada al cuerpo será M r. Si en vez de trasportarlas á L hacemos que se corten de dos en dos, tenemos por resultante ab que es igual y paralela á la anterior; ya veremos que ésta debe aplicarse, para que produzca el mismo efecto sobre el cuerpo, á su centro de gravedad.



Un caso de equilibrio muy conocido de cuatro fuerzas angulares, es lo que llaman comunmente *tendedero*. Es tan sencillo que todo el mundo lo conoce; consiste en una cuerda ó la-zo flojo cuyas extremidades se fijan de alguna manera; en su centro se une á un palo ó garrocha, mas ó menos largo y del mísmo punto otro hilo que forma con la garrocha ángulo agudo, y la otra extremidad se fija tambien; los tres hilos representan tres fuerzas angulares cuya resultante sigue la direccion de la garrocha; pero ésta, como cuerpo sólido apoyado contra el suelo, obra en sentido opuesto á la resultante y neutraliza su efecto.

16. Dos fuerzas angulares y su resultante están entre sí como los senos de los ángulos que forman con la resultante y el ángulo de las dos fuerzas. Sean AP y AQ (fig. 10) las dos fuerzas y AR su resultante, el triángulo APR dá AP: PR: AR:: sen PRA: sen PAR: sen APR; pero sen ARP = sen RAQ y sen APR = sen PAQ por suplementarios, PR = AQ: haciendo para simplificar AP = P, AQ = Q y AR = R y sustituyendo se tiene P:Q:R:: sen RAQ: sen PAR: sen PAQ. Esta fórmula puede darnos el valor de la resultante cuando se conozcan los ángulos que las fuerzas forman con ella y el que forman entre sí. En efecto tenemos: P:R:: sen QAR: sen PAQ y $R = \frac{P \text{ sen } PAQ}{\text{sen } QAR}$ Se la puede tambien determinar por la relación $R^2 = P^2 + Q^2 + 2\,PQ.\cos RPA$; pero cos RPA = cos PAQ por ser ángulos suplementarios; sustituyendo y extrayendo la raiz $R := \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos PAQ}$.



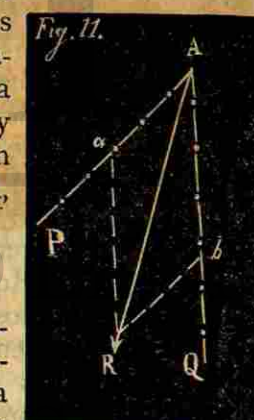
Si las fuerzas forman entre sí un ángulo recto, el triángulo PAQ es rectángulo y dá: $R^2 = P^2 + Q^2$ y $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$; ó también $P = R \cos PAR$ y $Q = R \cos RAQ$: si se conocen los ángulos cualquiera de ellas nos dá el valor de la resultante; la primera dá $R = \frac{P}{\cos PAR}$, lo que nos dice que la resultante es igual á una de las fuerzas di-

vidida por el coseno del ángulo que forma con la resultante.

DESCOMPOSICION DE LAS FUERZAS ANGULARES.

17. En la composición hemos visto, que dadas varias fuerzas se busca el valor de una que las represente, que es la resultante; la descomposición es el problema inverso: dada una fuerza descomponerla en varias que produzcan juntas el mismo efecto que ella. El caso mas sencillo es aquel en que se trata de descomponer una fuerza dada en dos, cuyas direcciones, ó ángulos que deben formar con ella, son conocidos, pues de otro modo el problema es indeterminado.

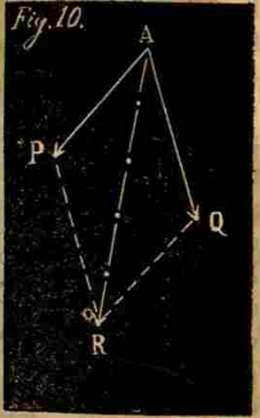
Sea AR (fig. 11) la fuerza que se trata de descomponer en dos, cuyas direcciones sean AP y AQ; basta trazar por el punto R las líneas Rb y Ra paralelas á las fuerzas, y los puntos a y b en que las encuentran, determinan sus intensidades: $Aa = \frac{R \text{ sen } QAR}{\text{sen } PAQ}$, y $Ab = \frac{R \text{ sen } RAP}{\text{sen } PAQ}$.



Si las fuerzas en que se quiere descomponer no son dos sino varias se procede de la manera siguiente: Sea AR (fig. 12) la fuerza que se quiere descomponer en cuatro: AP, AQ, AG y AN; se elije una auxiliar AS; y se descompone AR en dos. Aa y AS; luego se elige otra auxiliar que quede entre zo flojo cuyas extremidades se fijan de alguna manera; en su centro se une á un palo ó garrocha, mas ó menos largo y del mísmo punto otro hilo que forma con la garrocha ángulo agudo, y la otra extremidad se fija tambien; los tres hilos representan tres fuerzas angulares cuya resultante sigue la direccion de la garrocha; pero ésta, como cuerpo sólido apoyado contra el suelo, obra en sentido opuesto á la resultante y neutraliza su efecto.

16. Dos fuerzas angulares y su resultante están entre sí como los senos de los ángulos que forman con la resultante y el ángulo de las dos fuerzas. Sean AP y AQ (fig. 10) las dos fuerzas y AR su resultante, el triángulo APR dá AP: PR: AR:: sen PRA: sen PAR: sen APR; pero sen ARP = sen RAQ y sen APR = sen PAQ por suplementarios, PR = AQ: haciendo para simplificar AP = P, AQ = Q y AR = R y sustituyendo se tiene P:Q:R:: sen RAQ: sen PAR: sen PAQ. Esta fórmula puede darnos el valor de la resultante cuando se conozcan los ángulos que las fuerzas forman con ella y el que forman entre sí. En efecto tenemos: P:R:: sen QAR: sen PAQ y $R = \frac{P \text{ sen } PAQ}{\text{sen } QAR}$ Se la puede tambien determinar por la relación $R^2 = P^2 + Q^2 + 2\, PQ.\cos RPA$; pero cos RPA = cos PAQ por ser ángulos suplementarios; sustituyendo y extrayendo la raiz $R := \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos PAQ}$.

Fig. 10.



Si las fuerzas forman entre sí un ángulo recto, el triángulo PAQ es rectángulo y dá: $R^2 = P^2 + Q^2$ y $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$; ó también P = R cos PAR y Q = R cos RAQ: si se conocen los ángulos cualquiera de ellas nos dá el valor de la resultante; la primera dá $R = \frac{P}{\cos PAR}$, lo que nos dice que la resultante es igual á una de las fuerzas di-

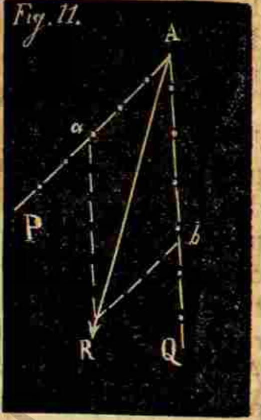
vidida por el coseno del ángulo que forma con la resultante.

DESCOMPOSICION DE LAS FUERZAS ANGULARES.

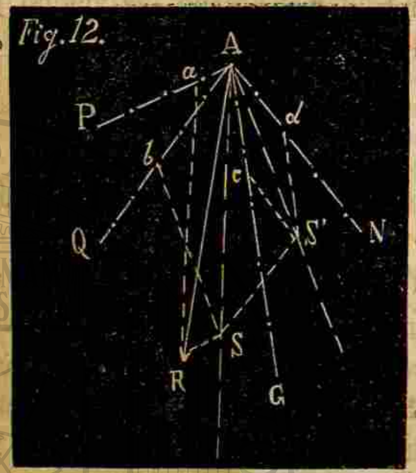
17. En la composición hemos visto, que dadas varias fuerzas se busca el valor de una que las represente, que es la resultante; la descomposición es el problema inverso: dada una fuerza descomponerla en varias que produzcan juntas el mismo efecto que ella. El caso mas sencillo es aquel en que se trata de descomponer una fuerza dada en dos, cuyas direcciones, ó ángulos que deben formar con ella, son conocidos, pues de otro modo el problema es indeterminado.

Sea AR (fig. 11) la fuerza que se trata de descomponer en dos, cuyas direcciones sean AP y AQ; basta trazar por el punto R las líneas Rb y Ra paralelas á las fuerzas, y los puntos a y b en que las encuentran, determinan sus intensidades: $Aa = \frac{R \text{ sen } QAR}{\text{sen } PAQ}$, y $Ab = \frac{R \text{ sen } RAP}{\text{sen } PAQ}$.

Fig. 11.



Si las fuerzas en que se quiere descomponer no son dos sino varias se procede de la manera siguiente: Sea AR (fig. 12) la fuerza que se quiere descomponer en cuatro: AP, AQ, AG y AN; se elije una auxiliar AS; y se descompone AR en dos. Aa y AS; luego se elige otra auxiliar que quede entre dos de las que faltan, tal como AS' y se descompone AS en Ab y AS' y por último la auxiliar AS' en Ac y Ad.

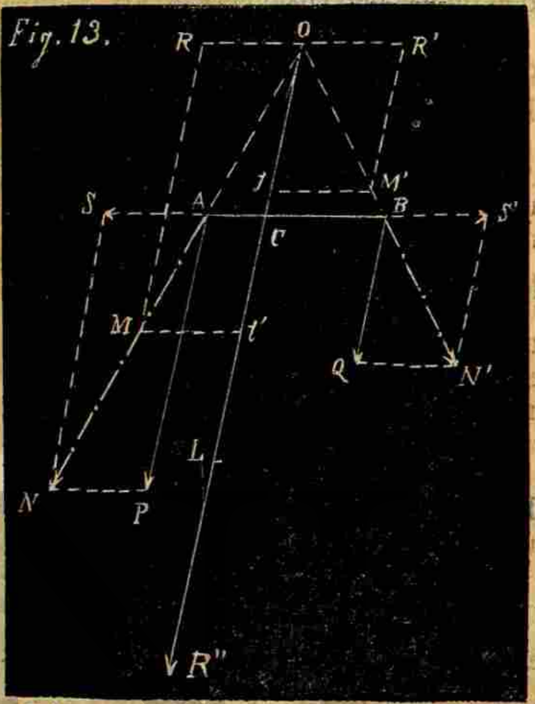


Esta solución como se vé no es determinada, pues basta cambiar el sentido de la construcción para tener valores diferentes de las componentes y sin embargo satisfacen el problema.

COMPOSICION DE LAS FUERZAS PARALELAS.

18. Teorema. La resultante de dos fuerzas paralelas, desiguales y del mismo sentido, aplicadas á las extremidades de una recta, es igual á su suma y su punto de aplicación divide á la línea en partes inversamente proporcionales á las intensidades de las fuerzas.

Demostración. Sean AP y BQ (fig. 13) las dos fuerzas y AB la línea que llamo línea de aplicación; si en los puntos A y B y siguiendo la línea de aplicación, aplicamos dos fuerzas AS y AS' iguales y de sentidos contrarios, en nada se altera el sistema en virtud del axioma: si á una cantidad se agrega y quita otra igual queda la misma cantidad. Si combinamos las fuerzas BQ y BS' tenemos la resultante BN'; haciendo lo mismo con AP y AS tenemos AN; prolongándolas se encuentran en el punto O; trasportándolas á este punto quedan: BN' de O á M' y AN de O á M; si descomponemos OM' en fuerzas paralelas á BQ y BS', éstas son OR' y Ot; descomponiendo OM en paralelas á AP y AS dá OR y Ot' pero OR y OR' se destruyen por ser iguales entre sí puesto que son iguales á BS' y AS introducidas en el sistema; y Ot y Ot' obran sobre O sumando sus efectos, puesto que se sobreponen; luego si las aplicamos al punto C de la línea de aplicación poniéndolas en su verdadera magnitud, darán la línea CR'' = Ot + Ot' y como Ot = BQ y Ot' = AP; CR'' = BQ + AP; con lo que queda demostrada



la primera parte del teorema, esto es: que la resultante de dos fuerzas paralelas y del mismo sentido es igual á su suma.

Para demostrar la segunda parte del teorema, que es: que en el punto C queda dividida la línea AB en partes inversamente proporcionales á las fuerzas AP y BQ, los triángulos semejantes BCO y M'Ot nos dán: $\frac{OC}{Ot} = \frac{CB}{tM'}$, y de la misma manera OAC y OMt' dán: $\frac{OC}{Ot'} = \frac{AC}{Mt'}$ dividiendo una por otra, teniendo presente que Mt' = tM' resulta $\frac{Ot'}{Ot} = \frac{BC}{AC}$; pero Ot' = AP y Ot = BQ luego: $\frac{AP}{BQ} = \frac{BC}{AC}$; que es lo que se trataba de demostrar.

19. Corolario. La expresión anterior puede servir pa-

ra determinar uno cualquiera de los segmentos AC ó BC, en que queda dividida la línea de aplicación; cuando se conoce la longitud de ésta y la intensidad de las fuerzas. Supongamos que se desea conocer à AC; entonces $AC = X$ y $BC = AB - X$; la fórmula nos dá: $\frac{AP}{BQ} = \frac{AB-X}{X}$; quitando los denominadores: $AP \times X = AB \times BQ - BQ \times X$, sacando á X como factor común: $X\,(AP+BQ) = AB \times BQ$ y despejando: $X = \frac{AB \times BQ}{AP+BQ}$. Lo que quiere decir que para determinar uno de los segmentos; se multiplica una de las fuerzas por la línea de aplicación, y el producto se divide por la suma de las fuerzas; el cociente se cuenta del punto de aplicación, no de la fuerza porque se multiplica sino del de la otra.

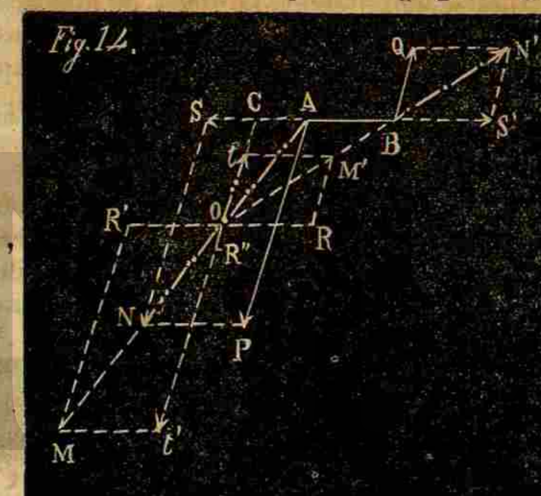
Ejemplo. Dos fuerzas, una de 30 Kilos y otra de 50, obran en las extremidades de un trozo de viga, que tiene de largo 10 Metros: se quiere saber la distancia del punto de aplicación de su resultante, al punto de aplicación de la fuerza de 30 Kilos. La fórmula anterior dá: $X = \frac{10 \times 50}{80} =$ $6^m\,25$: luego la fuerza, que produzca el mismo efecto que las dos, debe aplicarse á $6^m 25$, del punto de aplicación de la fuerza que vale 30 Kilos.

Obsèrvese tambien que la fórmula general indica que, cuando las fuerzas son iguales, el punto de aplicación de la resultante está á la mitad de la línea de aplicación. En efecto, si $AP = BQ$, la fórmula dá: $1 = \frac{BC}{AC}$, ó lo que es lo mismo $AC = CB$. El corolario dá tambien el mismo resultado: supongamos que dos caballos de igual fuerza tiran de un coche; la línea de aplicación es de dos metros, y la fuerza de los caballos es de 28 Kilos, (que es lo que vale poco mas ó menos la fuerza de un caballo, en buenas condiciones) tenemos: $X = \frac{28 \times 2}{28+28} = \frac{56}{56} = 1$, que es la mitad de la

línea de aplicación. En cuanto á su intensidad es igual á 56, suma de $28 + 28$.

20. Si las fuerzas paralelas en lugar de estar del mismo lado de la línea de aplicación, están una de un lado y la otra del otro, el teorema demostrado antes es cierto, en cuanto á dividir la línea de aplicación en partes inversamente proporcionales; pero la resultante queda fuera del sistema, y del lado de la fuerza mayor, y es igual á la diferencia de las fuerzas dadas.

Sean las fuerzas AP y BQ, aplicadas á la línea AB: haciendo las mismas consideraciones que en la figura 13, resulta la figura 14, en donde se vé, que las resultantes trasportadas á O, son OM' y OM, y descompuestas dán OR y OR', que se destruyen; y Ot y Ot', que por ser directamente opuestas, su resultante es igual á su diferencia, y vá á aplicarse al punto C, en la prolongación de la línea de aplicación, fuera del sistema y del lado de la mayor.

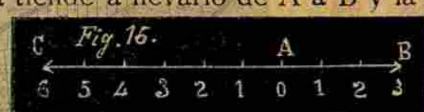


Respecto á la razon inversa entre los segmentos y las fuerzas: los triángulos BCO y M'tO dán: $\frac{BC}{CO} = \frac{M't}{Ot'}$; y los triángulos ACO y Mt'O dàn: $\frac{AC}{CO} = \frac{Mt'}{Ot'}$, dividiendo y sustituyendo $\frac{BC}{AC} = \frac{AP}{BQ}$.

El corolario, es ahora, siendo BC la incógnita $\frac{X}{X-AB}=\frac{AP}{BQ}$, quitando denominadores y despejando $X=\frac{AB \times AP}{AP-BQ}$. Lo que quiere decir que en este caso, uno de los segmentos es igual al producto de la línea de aplicación por una de las fuerzas, dividido por su diferencia. Se distingue esta fórmula de la de las fuerzas en el mismo sentido solo en el denominador, que ahí es la suma y aquí la diferencia.

Generalizando el corolario será: Uno de los segmentos en que queda dividida la línea de aplicación, es igual al producto de esta línea por una de las fuerzas, dividido por la suma algebraica de las fuerzas; y su expresión general $X=\frac{P \times L}{P \pm Q}$, siendo P y Q las fuerzas y L la línea de aplicación.

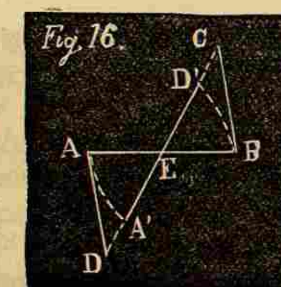
21. Se dice que dos fuerzas son directamente opuestas, cuando teniendo la misma dirección y el mismo punto de aplicación, una obra en sentido contrario de la otra. Por ejemplo: sea A un punto sobre el cual obran dos fuerzas $AB=3$ y $AC=6$, una tiende á llevarlo de A á B y la otra de A á C (fig. 15) es claro que su efecto es igual á su diferencia $6-3=3$ y será llevado de A á C. Si las fuerzas son iguales, su diferencia es cero y se dice que tienen en equilibrio al punto sobre que obran.



22. Se dice que dos fuerzas son opuestas, cuando sus direcciones siendo paralelas, no tienen el mismo punto de aplicación; tales como AP y BQ (fig. 14.)

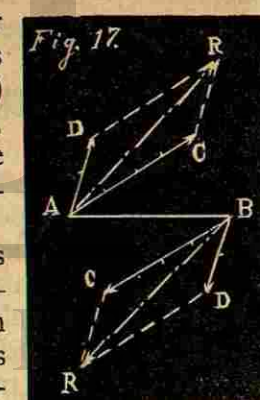
Cuando dos fuerzas opuestas son iguales tales como $AD=3$, $BC=3$ (fig. 16) el punto de aplicación de su resultante está situado al infinito: en efecto, aplicando el corolario, tenemos $X=\frac{AD \times AB}{AD-BC}$; pero AD es igual BC, luego $AD-BC=O$, y como toda cantidad dividida por O dá

por cociente el infinito, $X=\infty$. Sin embargo pueden considerarse dos casos: 1.° Si las fuerzas obrando sobre los puntos A y B, pueden formar distintos ángulos con AB girando sobre sus puntos D y C; al obrar sobre ella, le imprimen un movimiento de rotación al rededor de su centro E, hasta llevarla en la dirección de sus puntos fijos D, E, C y en este momento la ponen en equilibrio destruyéndose. Este efecto se realiza, cuando á las extremidades de un cuerpo sólido, una viga, por ejemplo, se atan dos cordones paralelos y dos individuos jalan de ellos sin moverse.



2.° Si las fuerzas están sujetas á formar ángulos invariables con la lìnea de aplicación; pero capaces de moverse con ella, entonces hay movimiento circular cuyo centro es E y se dice, que las fuerzas constituyen un par. Este movimiento circular explica por qué el punto de aplicación de la resultante está situado al infinito.

En lugar de un par, puede haber varios aplicados á las extremidades de una recta, por ejemplo: (AC, BC) (fig. 17) y (AD, BD); en este caso, puede determinarse el par resultante (AR, BR) por medio del paralelógramo de las fuerzas.



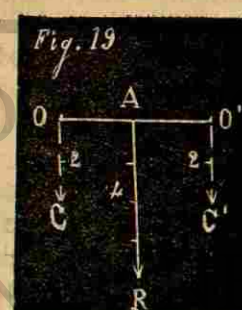
Aplicaciones. Los pares los vemos aplicados en varios movimientos circulares, desde los juegos de agua en las fuentes y las ruedas de los fuegos artificiales, hasta las grandes turbinas que mueven toda una maquinaria.

23. Cuando se trata de determinar la resultante de varias fuerzas paralelas, ya todas en el mismo sentido ó unas en un sentido y otras en sentido contrario, no se hace más que aplicar el corolario, á las fuerzas tomadas de dos en dos; sean (fig. 18), P, P', P," P'"y las fuerzas y A, B, C, y

D, sus puntos de aplicación: se comienza por determinar la resultante de dos cualesquiera de ellas, P y P'; para esto, se traza la línea de aplicación AB, se mide y se encuentra $AB = 2.\,8$. Aplicando el corolario, se tiene: $Ba = \frac{3 \times 2,\,8}{7} = 1.2$, luego á 1.2 de B estará la resultante y será igual á 7. Se combina esta resultante con P," lo que dá: $Cb = \frac{7 \times 3.\,4}{12} = 1.\,983$ y se obtiene la resultante $R' = 12$; por último, se combina R' con P''' y se tiene: $Dc = \frac{12 \times 3.\,6}{16} = 2.\,7$, y la resultante final R", está aplicada al punto c y es igual á la suma de las componentes $R'' = 16$. El punto c de aplicación de la resultante final, se llama *centro de las fuerzas paralelas*.

DESCOMPOSICION DE LAS FUERZAS PARALELAS.

24. La descomposición de las fuerzas paralelas es más sencilla que la de las angulares y como en aquellas, el caso inverso de la composición. Sea: AR (fig. 19) la fuerza que se trata de descomponer en dos iguales; basta trazar por A, una recta cualquiera O O' y tomar á uno y otro lado de A, partes iguales AO, AO' y trazar OC y O'C' paralelas á A R é iguales á su mitad.

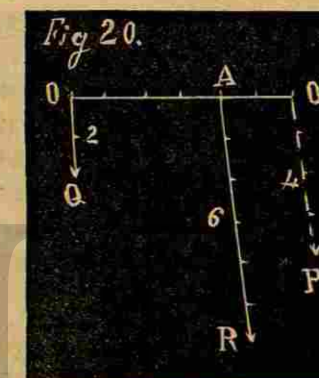


Si se trata de descomponer una fuerza dada en dos desiguales y paralelas, es necesario conocer la intensidad de

una de ellas y la distancia á que está de la fuerza dada, ó bien la distancia que debe separar á aquellas en que se vá á descomponer y la intensidad de una.

Si se conoce una y su distancia á la fuerza dada, se aplica el teorema de las fuerzas paralelas para calcular la distancia á que se haya la otra fuerza; y si se conoce la distancia que las debe separar, se aplica el corolario para determinar cada una de las distancias de la fuerza dada á las en que se quiere descomponer.

1.° Dada una fuerza como 6 (fig. 20) y una componente igual á 2, que dista 4 de la fuerza dada, determinar á qué distancia está la otra que vale 4.



Sea $AR = 6$ la fuerza dada; tracemos por A la recta AO, tomemos sobre ella las cuatro unidades que dista la fuerza 2 y busquemos á qué distancia del otro lado de A, debe aplicarse la otra fuerza que vale 4. El teorema dá: $\frac{2}{4} = \frac{X}{4}$ ó $X = 2$; luego tomando 2 de A á O', este es el punto de aplicación de la otra fuerza, trazando por èl $O'P = 4$ queda resuelto el problema.

2.° Si se conoce la distancia que separa las fuerzas, sea por ejemplo 12; así como la fuerza dada, y sean las mismas que en el caso anterior, las en que se quiere descomponer, el corolario dá por distancia de A, á la fuerza $Q: X = \frac{4 \times 12}{6} = 8$, y para la fuerza 4, $X = \frac{2 \times 12}{6} = 4$, distancias de A á los puntos de aplicación de las fuerzas.

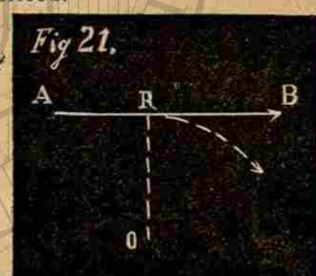
Aplicaciones. La descomposición de una fuerza en fuerzas paralelas iguales ó desiguales, la encontramos en los coches, carretas y tram-vias: en un coche, en la lanza ó en un punto de su dirección, está aplicado el peso del coche que es la fuerza que se descompone en dos que son las mulas; si jalan igual, el coche no se inclina á ningun lado; pero si desigual, se inclina del lado de la mula que jala más.

CAPITULO III.

Teoria general de los momentos.

25. Se dá el nombre de momento de una fuerza, al producto de su intensidad por la distancia á un punto, á una línea ó á un plano que se tomen como término de comparación. Si es con relación á un punto, este se llama centro de los momentos; si una línea, eje de los momentos; y si un plano, plano de los momentos.

Sea AB (fig. 21) una fuerza y O el centro de los momentos: el momento de esta fuerza es AB × OR. Siendo el momento el producto de dos factores no puede ser nulo, sino cuando lo sea uno de ellos: luego si una fuerza que



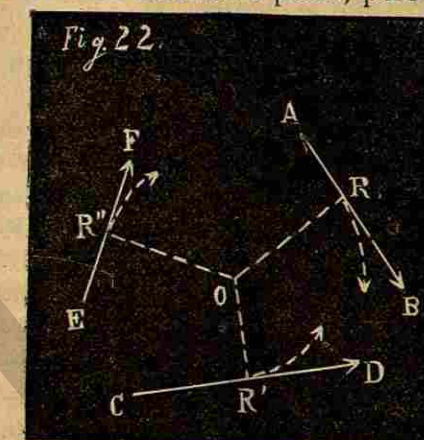
no puede ser nula, tiene su momento nulo, con relación á un punto, esto quiere decir que la fuerza pasa por este punto.

La perpendicular bajada del centro de los momentos á la fuerza, se llama su brazo de palanca; de manera que OR, es el brazo de palanca de la fuerza AB.

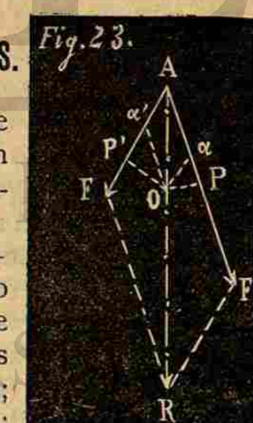
Si suponemos que OR sea una barra rígida que pueda girar al rededor del punto O, y que la fuerza obre sobre el punto R conservando su perpendicularidad, es evidente que producirá un movimiento de rotación, cuyo sentido será el indicado por la flecha arqueada ó sea en el mismo

sentido que las manecillas de un reloj; pero si la fuerza obra en sentido contrario, el movimiento cambia tambien de sentido; de esto resulta, que según el modo que se adopte para contar el movimiento, será de un signo en un sentido y de signo contrario en el otro. Se conviene generalmente en llamar positivo, el movimiento que se produce en el sentido de las agujas de un reloj, y negativo el de sentido contrario; pero esto es convencional.

Si se tienen varias fuerzas en un mismo plano, pero cuyos sentidos sean diferentes, también sus momentos con relación á un mismo punto, tendrán signos contrarios; por ejemplo: sean AB, CD y EF (fig. 22) tres fuerzas y O el centro de los momentos; sus brazos de palanca son OR, OR' y OR", y sus momentos $\pm$ AB × OR, $\mp$ CD × OR', y $\pm$ EF × OR."



MOMENTOS DE LAS FUERZAS CONCURRENTES.

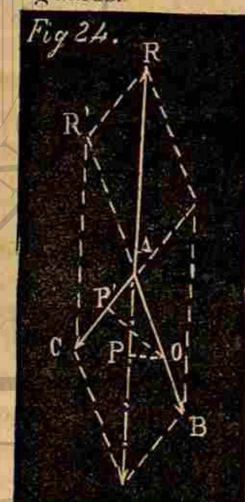


26. Teorema. Los momentos de dos fuerzas concurrentes con relación á un punto tomado sobre su resultante son iguales.

Sean AF y AF' (fig. 23) las fuerzas, y AR su resultante, O el centro de los momentos; tiremos por este punto Oa y Oa' paralelas á las fuerzas y OP y OP' sus brazos de palanca; los triángulos RFA y O a' A dán:

$\frac{RF}{RA}=\frac{Oa'}{OA}$ y los RF'A y OAa, dán: $\frac{RF'}{RA}=\frac{Oa}{OA}$ dividiendo una por otra estas igualdades: $\frac{RF}{RF'}=\frac{Oa}{OA'}$; de los triángulos OPA y OP'A, $\frac{Oa'}{Oa}=\frac{OP'}{OP}$; llevando este valor á la anterior: $\frac{RF}{RF'}=\frac{OP'}{OP}$, en lugar de RF y RF' ponemos sus iguales AF' y AF lo que dá: $\frac{AF'}{AF}=\frac{OP'}{OP}$; quitando los denominadores, $AF' \times OP = AF \times OP'$, que es el enunciado del teorema.

27. Corolario. Cuando tres fuerzas angulares están en equilibrio, los momentos de dos de ellas con relación á un punto tomado sobre la tercera, son iguales.



En efecto, sean AB, AC y AR (fig. 24) las tres fuerzas en equilibrio; como en este caso una cualquiera de ellas es igual y directamente opuesta á la resultante de las otras dos, resulta segun el teorema anterior, que si el centro de los momentos está en O sobre AB, $AC \times OP' = AR \times OP$.

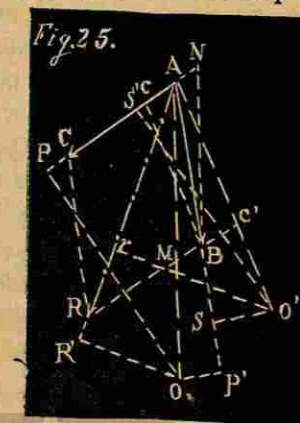
28. Teorema de Varignon. El momento de la resultante de dos fuerzas angulares ó paralelas con relación á un punto de su plano, es igual á la suma algebraica de los momentos de las componentes.

Divido el teorema en cuatro casos, dos para las fuerzas angulares y dos para las paralelas.

Fuerzas angulares. 1.° Cuando el centro de los momentos está en el ángulo de las fuerzas.

Sean AB y AC (fig. 25.) las fuerzas y AR su resultante; sea O el centro de los momentos y OP, OP' y OR' los bra-

zos de palanca de dichas fuerzas. Descompongamos la fuerza AB en dos, una según la dirección de AC que es AN y otra según AO que es AM; la fuerza AR puede considerarse como la resultante de las tres fuerzas AN, AM y AC, ó lo que es lo mismo de dos, una AM y otra igual á (AC—AN). Según el teorema ya demostrado tenemos: $AR \times OR' = (AC - AN)$ OP ó $AR \times OR' = AC \times OP - AN \times OP$; pero $AN \times OP = AB \times OP'$ luego $AR \times OR' = AC \times OP - AB \times OP'$; lo que quiere decir: que cuando el centro de los momentos está en el ángulo de las fuerzas, el momento de la resultante es igual á la diferencia de los momentos de las componentes.



2.° Cuando el centro de los momentos está fuera del ángulo de las fuerzas.

Sea O' fig 25 el centro; los brazos de palanca de las fuerzas son O's', O's y O'r: descomponiendo AB en dos, una Ac' que pase por el centro y otra Ac, y repitiendo lo mismo que en el caso anterior, tenemos: $AR \times O'r = [OC + Ac]$ $O's' = AC \times O's + Ac \times O's'$; pero $Ac \times O's' = AB \times O's$, luego $AR \times O'r = AC \times O's' + AB \times O's$. En este caso, el momento de la resultante es igual á la suma de los momentos de las componentes.

De los dos casos anteriores se deduce, puesto que en un caso se obtiene la suma y en otro la diferencia, que tratándose de fuerzas angulares: el momento de la resultante es igual á la suma algebraica de los momentos de las componentes, que era lo que se trataba de demostrar.

Llamando en general P y Q las fuerzas y R su resultante, a, b, y c sus brazos de palanca, el teorema anterior puede expresarse por la ecuación: $R \times c = P.\ a \pm Q.\ b.$

29. FUERZAS PARALELAS. 1.° Cuando el

centro de los momentos está entre las fuerzas.

Sean AP, BQ y NR (fig. 26) las dos fuerzas y su resultante, O el centro de lcs momentos. Por este punto tírese una perpendicular común á las fuerzas que las encontrará en los puntos A,' M' y B'; si tomamos esta recta por línea de aplicación de las fuerzas, subsistirá entre ellas y los segmentos de la línea de aplicación el teorema de las fuerzas paralelas ya demostrado, esto es: $\frac{AP}{BQ}=\frac{M'B'}{A'M'}$; pero si referimos las distancias M'B' y A'M' al centro de los momentos, tenemos: $M'B' = OB' - OM'$ y $A'M' = OA' + OM'$; sustiyente estos valores: $\frac{AP}{BQ}=\frac{OB'-OM'}{OA'+OM'}$, quitando denominadores: $AP \times OA' + AP \times OM' = BQ \times OB' - BQ \times OM'$; sacando OM' como factor y pasando los otros términos al segundo miembro: $OM' [AP + BQ] = BQ \times OB' - AP \times OA'$ y como $AP \times BQ$ es igual á la resultante y OM' es su brazo de palanca, el primer miembro es el momento de la resultante y el segundo la diferencia de los momentos de las componentes, luego: el momento de la resultante es igual á la diferencia de los momentos de las componentes.

2.° Cuando el centro de los momentos está fuera de las fuerzas.

Sea O' [fig, 26] el centro de los momentos: la expresión $\frac{AP}{BQ}=\frac{M'B'}{A'M'}$ subsiste, pero M'B' y A'M' referidas á O'son: $M'B' = O'M' - O'B'$; y $A'M' = O'A' - O'M'$; substituyendo: $\frac{AP}{BQ}=\frac{O'M'-O'B'}{O'A'-O'M'}$, quitando denominadores: $AP \times O'A' - AP \times O'M' = BQ \times O'M' - BQ \times O'B'$ y $O'M' [BQ+AP]$

$= BQ \times O'B' + AP \times O'A'$ luego: el momento de la resultante es igual á la suma de los momentos de las componentes.

Reuniendo los dos casos podemos decir como en el caso de las fuerzas angulares: el momento de la resultante es igual á la suma algebraica de los momentos de las componentes.

Lo mismo se demuestra para las fuerzas paralelas de sentido contrario y por consiguiente el teorema de Varignon es general.

30. Corolario. La expresión $\frac{AP}{BQ}=\frac{B'M'}{A'M'}$ del teorema general expresa que: cuando el centro de los momentos está sobre la resultante, las líneas M'B' son brazos de palanca de las fuerzas y por consiguiente que $AP \times A'M' = BQ \times M'B'$, esto es, que si el momento de la resultante es nulo, los momentos de las componentes son iguales.

CAPITULO IV.

Movimiento.

31. El movimiento es uno de los efectos de la fuerza sobre la materia.

Se dice que un cuerpo está en movimiento, cuando sus puntos cambian de lugar con relación á otro ú otros que se suponen fijos y sirven de término de comparación.

La línea ó camino que un punto ó un cuerpo sigue al moverse se llama trayectoria y según sea esta línea, recta, curva ó mixta, así el movimiento se llama, rectilíneo, curvilíneo ó mixtilíneo y la trayectoria toma los mismos nombres.

Según la causa ó fuerza que produce el movimiento, así este cambia de modo de ser; si es producido por una causa constante, es regular; pero si lo es por una variable, tambien él es variable. De esto resultan dos modos de movimiento: el uniforme y el variado. Se dice que es uniforme, cuando el cuerpo recorre en cada unidad de tiempo el mismo espacio, por ejemplo: un cuerpo, que en un instante dado, parte de un punto y despues de un segundo se ha trasportado á cinco metros y en el siguiente segundo recorre otros cinco y así en cada segundo. Esta cantidad constante en cada unidad de tiempo es lo que se llama velocidad del movimiento; por esto se dice que en el movimiento uniforme, la velocidad es el espacio recorrido por el cuerpo en la unidad de tiempo.

Fácil es deducir la expresión algebraica que corresponde á este movimiento. Si en un segundo, un punto recorre cinco metros, en dos recorrerá 2×5, en tres 3×5 & y en general en t segundos, el espacio total recorrido, llamándolo e será: $e = t \times 5$ y si llamamos v la velocidad, la expresion se convierte en $e = v.t$ esto es: que en el movimiento uniforme, el espacio total recorrido por el punto es igual á la velocidad multiplicada por el tiempo transcurrido.

Esta ecuación permite resolver tres problemas de movimiento uniforme. 1.° Dado el tiempo y la velocidad encontrar el espacio, $e = v.t$. 2.° Dado el espacio y el tiempo encontrar la velocidad, $v = \frac{e}{t}$. 3.° Dado el espacio y la velocidad encontrar el tiempo, $t = \frac{e}{v}$.

Si tomamos dos ecuaciones correspondientes á dos movimientos uniformes $e = vt$ y $e' = v't'$; se pueden deducir todas las leyes que rigen á este movimiento. En efecto, di-

vidiendo una por otra tendremos: $\frac{e}{e'} = \frac{vt}{v't'}$, esta es la ecuación mixta, que traducida al lenguaje común dice: que los espacios son entre sí, como los productos de las velocidades por los tiempos.

Para deducir las leyes simples, siempre sujetas á condiciones determinadas, basta introducir estas condiciones en la ecuación, así si $t = t'$, $\frac{e}{e'} = \frac{v}{v'}$ que quiere decir, que á igualdad de tiempos los espacios están en la misma relación que las velocidades, ó bien los espacios son proporcionales á las velocidades. Si $v = v'$, $\frac{e}{e'} = \frac{t}{t'}$ esto es, que á igualdad de velocidades, los espacios son proporcionales á los tiempos transcurridos en recorrerlos; y si $e = e'$ entonces $1 = \frac{vt}{v't'}$, ó $vt = v't'$ y recordando que en toda proporción geométrica el producto de los extremos es igual al de los medios, la igualdad anterior, puede escribirse: $\frac{v}{v'} = \frac{t'}{t}$ correspondiéndose en cruz los términos relativos, es una proporción inversa que dice: á igualdad de espacios las velocidades están en razón inversa de los tiempos.

Este modo de deducir las leyes es sumamente importante, pues basta que el alumno sepa obtener la ecuación general de un hecho cualquiera, para deducir las leyes que lo rigen, sin necesidad de saberlas de momoria como se acostumbra generalmente.

32. Se dice que el movimiento es variado, cuando en tiempos iguales, el cuerpo recorre espacios desiguales ó viceversa. Este movimiento estaria expresado por una ecuación complicada y cuyas leyes son muy variables. Estudiaremos el uniformemente variado, esto es, el que aumenta ó disminuye una cantidad constante en cada unidad de tiempo; por esto se divide en uniformemente acelerado y uniformemente retardado. Es uniformemente acelera-

do, cuando en cada unidad de tiempo aumenta una misma cantidad, por ejemplo: estando un cuerpo en reposo, viene á obrar sobre él una fuerza, y durante un segundo, recibe de ella un efecto a; durante otro segundo, recibe otra vez a, es claro, que despues de dos segundos lleva el efecto 2a; despues de tres, 3a; despues de cuatro, 4a; y despues de t segundos, lleva ta; puede decirse que en el primer segundo lleva la velocidad a, despues de dos segundos 2a, y despues de t segundos ta: luego si llamamos v la velocidad final, tenemos: $v=at$. La cantidad constante a, que aumenta en cada unidad de tiempo, se llama aceleración; ahora bien, un cuerpo que parte del estado de reposo, tiene en este instante una velocicad o, y si en cada segundo, adquiere una aceleración a, su velocidad final es at; pero el cuerpo puede recorrer el mismo espacio con movimiento uniforme y una velocidad media entre o y at, esto es: $V=\frac{at}{2}$ y la ecuacion que liga al espacio, tiempo y velocidad, es: $e=vt$ puesto que es uniforme; sustituyendo en esta última el valor de v, se tiene: $e=\frac{at^2}{2.}$; luego el movimiento uniformemente variado, está caracterizado por las dos ecuaciones: $e=\frac{at^2}{2}$, y $v=at$, una nos dá el espacio recorrido en cierto tiempo y la otra, la velocidad que adquiere despues de ese tiempo. Como se vé, la velocidad en este movimiento no es constante, sino varía con el tiempo, y el valor dado por la fórmula $v=at$, expresa la velocidad de un cuerpo en un instante dado. Para medirla, hay que sustituir al movimiento uniformemente variado, un uniforme, en el instante en que se quiere medir, y el espacio que recorre en un segundo con movimiento uniforme, es la velocidad adquirida desde que partió del estado de reposo, hasta este instante. Por esto se dice que la velocidad en un instante dado, es la que corresponde al movimiento uniforme que sucede al movimiento uniformemente variado.

33. Volvamos á las ecuaciones $e=\frac{a\,t^2}{2}$ y $v=at$ y comparémoslas con las de otro movimiento semejante $e'=\frac{a'\,t'^2}{2}$ y $v'=a't'$, dividiendo las primeras resulta: $\frac{e}{e'}=\frac{at^2}{a'\,t'^2}$ ecuación mixta: si $a=a'$, $\frac{e}{e'}=\frac{t^2}{t'^2}$; (1) lo que quiere decir que: á igualdad de aceleraciones, los espacios son proporcionales á los cuadrados de los tiempos; si $t=t'$, $\frac{e}{e'}=\frac{a}{a'}$ esto es, á igualdad de tiempos, los espacios son proporcionales á las aceleraciones, y si $e=e'$, $at^2=a'\,t'^2$, ó $\frac{a}{a'}=\frac{t'^2}{t^2}$, á igualdad de espacios, las aceleraciones están en razon inversa de los cuadrados de los tiempos.

Si tomamos las segundas, $v=at$ y $v'=a't'$, tendremos: $\frac{v}{v'}=\frac{a\,t}{a'\,t'}$ resultando de ésta, nuevas leyes: si $a=a'$, $\frac{v}{v'}=\frac{t}{t'}$ (2) á igualdad de aceleraciones, las velocidades proporcionales á los tiempos: si $t=t'$, $\frac{v}{v'}=\frac{a}{a'}$; á igualdad de tiempos, las velocidades proporcionales á las aceleraciones: y si $v=v'$, $at=a't'$ ó $\frac{a}{a'}=\frac{t'}{t}$; á igualdad de espacios, las aceleraciones en razon inversa de los tiempos.

Si en las ecuaciones, $e=\frac{at^2}{2}$ y $v=at$, eliminamos á t, tenemos: $t=\frac{v}{a}$; sustituyendo este valor en la primera: $e=\frac{a\,v^2}{2a^2}=\frac{v^2}{2a}$, $v^2=2ae$ y $v=\sqrt{2ae}$, esto es: que la velocidad

[1.] [2.] **Estas leyes se comprueban con la máquina de Atwood.**

es igual, á la raiz cuadrada del doble del espacio por la aceleración.

Pueden deducirse otras leyes comparando la fórmula anterior con otra, $v' = \sqrt{2a'e'}$, y se tiene: $\frac{v}{v'} = \frac{\sqrt{2ae}}{\sqrt{2a'e'}} = \frac{\sqrt{ae}}{\sqrt{a'e'}}$; si se elevan al cuadrado sus dos miembros: $\frac{v^2}{v'^2} = \frac{ae}{a'e'}$, si $a = a'$, $\frac{v^2}{v'^2} = \frac{e}{e'}$; y si $e = e'$ $\frac{v^2}{v'^2} = \frac{a}{a'}$.

34. Si el móvil no parte del reposo como se ha supuesto, sino que viene animado de cierta velocidad, es claro, que en el instante en que se considera, habrá recorrido un espacio que será el producto del tiempo empleado por la velocidad en ese instante: si llamamos e' este espacio, $e' = bt$ y despues de otros t segundos, habrá recorrido conforme á lo anterior, un espacio $e = \frac{at^2}{2}$, luego el espacio total será igual á la suma, esto es, $e + e' = bt + \frac{at^2}{2}$; si $e + e' = E$, su ecuación es: $E = bt + \frac{at^2}{2}$. A la cantidad b, se le llama velocidad inicial. De la misma manera, la expresión de la velocidad es en este caso $v = b + at$.

Si el movimiento en vez de ser uniformemente acelerado es uniformemente retardado, las expresiones son las mismas con cambio de signos, esto es: $E = bt - \frac{at^2}{2}$, y $v = b - at$.

35. He dicho que el movimiento es uno de los efectos de la fuerza sobre la materia y es claro que mientras mayor sea la causa, mayor será su efecto; luego si dos fuerzas F y F' medidas con una misma unidad, una vale 4 y la otra 8; es evidente, que si obran sobre una misma cantidad de materia, en condiciones iguales, el efecto de la segunda será doble del de la primera, y siendo los efectos

proporcionales á las causas, tenemos: $\frac{F}{F'} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$. Ahora bien, si llamamos a la aceleración que la primera imprime á una masa, y a' la que la segunda imprime á la misma masa en la unidad de tiempo; como a y a' no son otra cosa que efectos de F y F', tendremos tambien: $\frac{F}{F'} = \frac{a}{a'}$ (1); esto es, que las fuerzas son proporcionales á las aceleraciones que imprimen á la misma masa. De la misma manera tendremos para otras fuerzas F'' y F''' y sus aceleraciones a'' y a''' que comparadas con la primera F dan: $\frac{F}{F''} = \frac{a}{a''}$ (2) y $\frac{F}{F'''} = \frac{a}{a'''}$ (3); de estas tres ecuaciones se deduce: $\frac{F}{a} = \frac{F'}{a'}$, $\frac{F}{a} = \frac{F''}{a''}$, y $\frac{F}{a} = \frac{F'''}{a'''}$ ó lo que es lo mismo $\frac{F}{a} = \frac{F'}{a'} = \frac{F''}{a''} = \frac{F'''}{a'''} =$ á una constante. Esta relación constante que existe entre la fuerza y su aceleración, es lo que en Mecánica se llama Masa de un cuerpo, de manera que si llamamos M la masa, tenemos: $\frac{F}{a} = M$ ó $F = Ma$; para otra fuerza y otra masa: $F' = M'a'$, dividiendo una por otra: $\frac{F}{F'} = \frac{Ma}{M'a'}$; pero como $\frac{a}{a'} = \frac{v}{v'}$ (33) $\frac{F}{F'} = \frac{Mv}{M'v'}$. El producto Mv de la masa por la velocidad, se llama *cantidad de movimiento,* luego: dos fuerzas son entre si, como las cantidades de movimiento que imprimen á los cuerpos sobre que obran.

Si en la última fórmula hacemos $v = v'$, $\frac{F}{F'} = \frac{M}{M'}$, esto es: á igualdad de velocidades, las fuerzas son proporcionales á las masas. Si las masas son iguales, las fuerzas son proporcionales á las velocidades; y si las fuerzas son iguales, las velocidades están en razon inversa de las masas.

CAPITULO V.

GRAVEDAD.

36. Dáse este nombre, á la fuerza que hace que los cuerpos abandonados á sí mismos á cualquiera altura de la superficie terrestre, caigan hácia ella.

Nada se sabe de la íntima naturaleza de este agente y solo se conoce por sus efectos sobre la materia. Newton, ese génio sublime que tanto hizo adelantar las ciencias físico-matemáticas, fué quien descubrió esta fuerza por la simple caida de una manzana estando en un jardin; él fué también el que fijó sus leyes diciendo: que los cuerpos en virtud de esta fuerza, son atraidos en razón inversa del cuadrado de sus distancias y en razón directa de sus masas. ¡Leyes grandiosas que se aplican no solo á la atracción terrestre, sino también á la celeste que se llama gravitación y á los otros agentes: Calor, Luz, Electricidad y Magnetismo!

Si llamamos G y G' las intensidades de esta fuerza á las distancias D y D,' la ley de Newton se expresa por la relación: $\frac{G}{G'}=\frac{D'^2}{D^2}$; para que en ella esté comprendida la de las masas, es necesario multiplicar el segundo miembro por la relación entre éstas: así, si M y M', son las masas, su relación es: $\frac{M}{M'}$; y la expresión general es: $\frac{G}{G'}=\frac{D'^2\ M}{D^2\ M'}$.

La expresión simple $\frac{G}{G'}=\frac{D^2}{D'^2}$, puede servir para calcular el valor de la gravedad en un lugar, cuando se conoce su valor en otro y las distancias respectivas á un punto tomado como término de comparación.

Hay ciertos elementos que para ser comparados entre

sí, es necesario que todos los experimentadores tomen el mismo punto de partida; así en este caso, es el centro de la tierra el punto elegido. Sea G el valor de la gravedad á la distancia del radio ecuatorial terrestre, que según el astrónomo Bessel es: D = 6377397 metros; es claro, que para otro lugar más distante del centro, se tiene: $\frac{G}{G'}=\frac{(D+h)^2}{D^2}$ en donde h, es la diferencia de distancias al centro ó sea la altura del lugar con relación á la superficie de la esfera cuyo radio es el ecuatorial. Esta fórmula puede trasformarse en otra más sencilla, elevando al cuadrado el numerador, se tiene: $\frac{G}{G'}=\frac{D^2+2Dh+h^2}{D^2}$, despejando á G', $G'=\frac{D^2\ G}{D^2+2Dh+h^2}$ haciendo la división de D^2 por el denominador, resulta una serie por cociente que es: $1-\frac{2h}{D}-\frac{h^2}{D^2}\ldots\ldots$ pero como D, es muy grande con relación á h en todos los casos, el último término puede despreciarse por ser muy pequeño y sustituyendo en el valor de G', $G'=G(1-\frac{2h}{D})$, dividiendo 2 por 6377397 valor de D se tiene: $0.^{ms}000000 3136$ y la fórmula es por úlrimo $G'=G(1-0.^{m}000000314\,h)$.

Supongamos que se trata de determinar el valor de G' para Puebla conociendo la de México $G=9.^{m}7816$. (1.) La altura de México sobre el nivel del mar en el ángulo N W del Palacio Nacional es $h'=2248.^{m}76$, la de Puebla, sobre la banqueta del Callejón de Alatriste $h''=2154.^{ms}63$: en este caso $g=-94^{ms}13$ y $G'=9.7816(1+0.000000314\times 94^{m}13)=9.^{m}78189$ valor de la gravedad en Puebla.

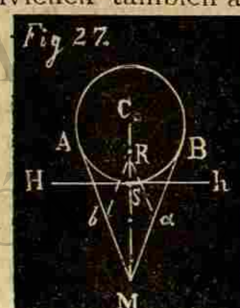
---

[1] Determinada directamente por el astrónomo mexicano D. Franeisco Jimenez en 1878 y 1879.

El valor de G' quiere decir: 1.° que obrando esta fuerza sobre un cuerpo de cualquiera sustancia para hacerle caer, le haría recorrer en Puebla $9.^{m}781889$ en un segundo si nó existiese el aire; 2.° que en cada segundo de tiempo le imprime al cuerpo la misma acción. En efecto, Galileo fué quien en el siglo XVI expresó y comprobó estas leyes: En el vacio, todos los cuerpos caen con igual velocidad. Ley que se comprueba haciendo el vacio en un tubo de metro y medio de largo, habiendo de antemano puesto dentro de él cuerpos de distinta sustancia; invirtiéndolo despues se vé que todos caen juntos, esto es, con la misma velocidad. Puede hacerse una sencilla experiencia que sustituye á la anterior. Se toma una moneda, por ejemplo, un centavo, se recorta un círculo de papel una friolera mas pequeño que el centavo, se pone el papel encima de la moneda y se dejan caer, se verá que caen juntos, lo que no sucede si tomando uno en cada mano se sueltan de la misma altura, pues entonces cae primero el centavo y despues el papel alejándose del punto en que se dejaron caer; la resistencia del aire es la causa de esta desigualdad.

La segunda se comprueba observando que los cuerpos que caen, lo hacen con movimiento uniformemente acelerado y por consiguiente las fórmulas que le convienen son las que se dieron para este movimimiento que en este caso son: $V = gt$ y $e = \frac{gt^2}{2}$, siendo g la aceleración.

Las leyes que allí se dedujeron convienen también aquí y se demuestran con la máquina de Atwood, el Cilindro giratorio de M. Morin y el Plano inclinado.



37. Se dice que un cuerpo al caer sigue una trayectoria que prolongada vá á pasar por el centro de la tierra, es muy fácil darse cuenta de esto. Supuesta esférica la tierra sea AB (fig. 27) y C su centro; sea M el cuerpo que cae y supongo reducido á un punto material, es claro que la fuerza que obra entre ambos para acercarlos, ejerce su acción sobre todas las moléculas de uno y de otro y todas estas acciones están comprendidas en un cono cuyas generatrices son las tangentes MA y MB á la tierra. Estas dos tangentes representan las acciones de los puntos A y B sobre M, y siendo iguales, tomémos Ma y Mb iguales á su intensidad y componiéndolas por la regla del paralelógramo se tiene la resultante MR, que prolongada pasa por el centro C de la tierra. Lo que se dice de dos fuerzas puede decirse del conjunto comprendido en el cono, y todas tendrian por resultante una línea que coincidiría con MR.

Para determinar la dirección de la gravedad basta atar al extremo de un hilo un cuerpo pesado y fijar el otro extremo de manera que quede libre el sistema; la dirección que toma el hilo es la trayectoria que el cuerpo suspendido seguiría al caer; el conjunto del hilo y cuerpo constituyen el aparato que se llama plomada, y como esta dirección es según ya se dijo, la línea MR y ésta es perpendicular en el punto S al plano tangente Hh á la superficie de la tierra ó sea al horizonte del lugar S, resulta que la trayectoria es en este caso lo que se llama vertical.

Todas las verticales de los distintos puntos de la superficie de la tierra, pasan por su centro, y prolongadas sobre ella, determinan en el cielo lo que se llama zenit de un lugar.

38. Volvamos á la gravedad; según la ley de Newton, ésta es constante para cada lugar de la tierra, pero variable con los lugares y es claro que siendo el radio ecuatorial de 6377397 metros y el polar de 6356079, esto es, 21218 metros menor que el ecuatorial, el valor de la gravedad debe ser mayor en los Polos que en el Ecuador. En efecto, las observaciones han dado en el ecuador á 0° de latitud: $g = 9.^{m}78103$; (1) á 45° de latitud, $g = 9.^{m}80606$

[1] La de México que he puesto antes es mayor que ésta, lo que debe ser, puesto que México dista del ecuador 19° 26'.

y á 90° ó sea en el polo $g = 9.^{m}83109$. Estos datos demuestran la ley de Newton.

Dáse el nombre de aplanamiento ó compresión polar, á la relación que existe entre la diferencia de los radios ecuatorial y polar y el radio ecuatorial, esto es, si a es el aplanamiento se tiene: $a = \frac{6377397 - 6356079}{6377397} = \frac{21218}{6377397} = \frac{1}{300,5}$, ó bien, $a = 0.^{m}003328$; pero si se toma por unidad el radio ecuatorial, el aplanamiento se reduce á la diferencia entre los dos radios, esto es, á 21218 metros; la legua Mexicana teniendo 5000 varas ó 4190 metros, el aplanamiento polar 21218 equivale á 5 leguas 6 centécimos de legua ó $5.^{l}251.^{m}4$. De esto resulta que siendo tan pequeño el aplanamiento con relación al volúmen de la tierra, no se comete gran error al suponerla esférica, como se hace en la mayoria de casos; pues el aplanamiento total es de $10.^{l}502.^{m}8$; que no es gran cosa comparado con su volúmen, que es de 1083 millones de miriámetros cúbicos.

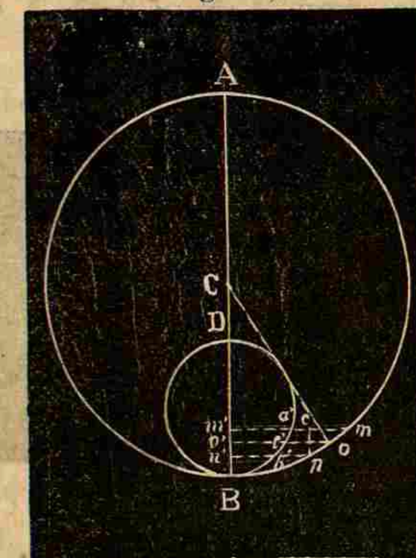
39. Péndulo. Dáse este nombre á un aparato formado de un cordón ó una barra, una de cuyas extremidades se fija á un punto ó eje de modo que pueda oscilar libremente, en la otra se le pone un cuerpo pesado. El péndulo constituido de este modo se llama péndulo compuesto, para distinguirlo del simple ó ideal que estaria formado de una línea geométrica y un punto también geométrico.

Dáse el nombre de movimiento pendular al de vaivén que ejecuta un péndulo compuesto y está sugeto á la fórmula siguiente: (1.)

Sea m n (fig. 28) un arco muy pequeño tal que se pueda considerar como una línea recta; si se proyecta sobre el diámetro AB en m' n' lo mismo que su medio o y se traza el radio Co y la línea nc paralela á AB, los triángulos

(1) Véase Jariez, Mecánica industrial tomo 1° página 64.

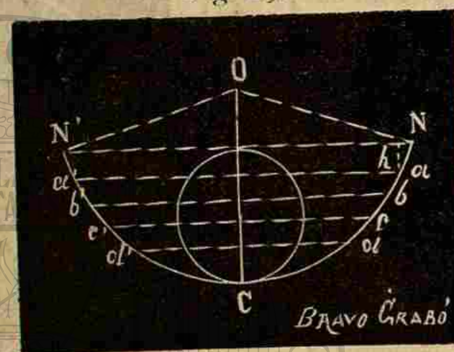
fig. 28.



Coo' y mnc dán: $\frac{mn}{nc} = \frac{Co}{oo'}$; si para simplificar hacemos $mn = a$, $Co = r$, $nc = m'n' = p$ y $oo' = y$, se tiene: $\frac{a}{p} = \frac{r}{y}$ y $a = \frac{pr}{y}$.

Supongamos $DB = f$ una flecha muy pequeña con relación al diámetro AB y describamos sobre ella como diámetro una circunferencia, es claro que al arco mn corresponde en la pequeña circunferencia un arco $a'b' = a'$, si llamamos r' su radio y $c'o' = y'$, tendremos para este arco una relación semejante á la anterior, $a' = \frac{pr'}{y'}$; pero como $r' = \frac{f}{2}$, $a' = \frac{pf}{2y'}$ dividiendo los valores de a y a' tenemos: $\frac{a}{a'} = \frac{2r}{f} \times \frac{y'}{y}$ elevando al cuadrado $\frac{a^2}{a'^2} = \frac{4r^2}{f^2} \times \frac{y'^2}{y^2}$. Las lineas y é y' son ordenadas al diámetro y se tiene: $\frac{Ao'}{y} = \frac{y}{o'B}$ é $y^2 = Ao' \times o'B$; pero o'B es muy pequeña con relación á Ao' y puede tomarse en lugar de Ao' á AB ó 2r, lo que dá: $y^2 = 2r \times o'B$; para la otra ordenada se tiene: $\frac{Do'}{y'} = \frac{y'}{o'B}$ ó $y'^2 = Do' \times o'B$. Dividiendo la segunda por la primera se tiene: $\frac{y'^2}{y^2} = \frac{DO'}{2r}$; haciendo $Do' = h$ y sustituyendo en la relación de los arcos: $\frac{a^2}{a'^2}=\frac{4r^2}{f^2}\times\frac{h}{2r}=\frac{2rh}{f^2}$, despejando á a^2, $a^2=\frac{2a'^2rh}{f^2}$.

Fig. 29.



Supongamos ahora un péndulo OC[fig. 29] y busquemos el tiempo que emplea en hacer una oscilación esto es, el tiempo que emplea en ir de N á N' en el supuesto de ser muy pequeña. Es claro que si se eleva la molécula C á N y se abandona á la acción de la gravedad, al cabo de cierto tiempo llegará á a adquiriendo una velocidad debida á la altura h y dada por la fórmula $v^2=2gh$. Sea $Na=a$ un arco muy pequeño; se puede considerar el movimiento como uniforme y el espacio será dado por la fórmula $a=vt$, $t=\frac{a}{v}$, elevando al cuadrado: $t^2=\frac{a^2}{v^2}$, sustituyendo por v^2 su valor: $t^2=\frac{a^2}{2gh}$ y poniendo en lugar de a^2 su valor encontrado antes: $t^2=\frac{2a'^2rh}{2ghf^2}=\frac{ra'^2}{gf^2}$; $t=\frac{a'}{f}\sqrt{\frac{r}{g}}$; este es el tiempo empleado en recorrer el arco Na; para otro arco $ab=b'$ será: $t'=\frac{b'}{f}\sqrt{\frac{r}{g}}$; y así sucesivamente hasta llegar á N'; sumando todos los valores de t, t', t''....& y llamando T esta suma: $T=\sqrt{\frac{r}{g}}\left[\frac{a'}{f}+\frac{b'}{f}+\frac{c'}{f}+\ldots\right]=\sqrt{\frac{r}{g}}\left[\frac{a'+b'+c'+\ldots}{f}\right]$; pero $a'+b'+c'+\ldots$ es la longitud de la pequeña circunferencia cuyo diámetro es f, luego:

$a'+b'+c'+\ldots=\pi f$ y $T=\sqrt{\frac{r}{g}}\times\frac{\pi f}{f}=\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$; y como r es la longitud del péndulo que se representa por l, $T=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, tiempo de una oscilación.

CAPITULO VI.

MAQUINAS.

40. Dáse el nombre de máquinas á los aparatos que sirven para utilizar la mayor cantidad de una fuerza ó bien para cambiar su dirección trasmitiéndola á distancia.

Las máquinas se dividen en simples y compuestas, las simples están formadas de una sola pieza sólida, compuestas las que están formadas de dos á mas simples.

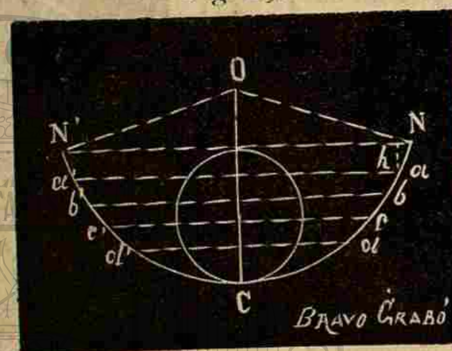
Las máquinas simples son tres: Cuerdas, Palanca y Plano inclinado; sin embargo algunos autores consideran siete, agregando á las anteriores la Polea, Cuña, Torno y Tornillo; pero en realidad las cuatro últimas son derivadas de las primeras.

41. Cuerdas. Estas como se sabe, están formadas de un conjunto de fibras vegetales ó animales torcidas entre sí en hacesillos; y un conjunto de estos forman la cuerda mas ó menos gruesa según los usos á que se la destina.

Si una cuerda está atada en una de sus extremidades á un cuerpo resistente y en la otra extremidad se aplica una fuerza siguiendo su dirección, la cuerda se tiende y su tensión se mide por la misma fuerza que la tiende.

Si á las extremidades de una cuerda se aplican dos fuerde los arcos: $\frac{a^2}{a'^2} = \frac{4r^2}{f^2} \times \frac{h}{2r} = \frac{2rh}{f^2}$, despejando á a^2, $a^2 = \frac{2a'^2 rh}{f^2}$.

Fig. 29.



Supongamos ahora un péndulo OC[fig. 29] y busquemos el tiempo que emplea en hacer una oscilación esto es, el tiempo que emplea en ir de N á N' en el supuesto de ser muy pequeña. Es claro que si se eleva la molécula C á N y se abandona á la acción de la gravedad, al cabo de cierto tiempo llegará á a adquiriendo una velocidad debida á la altura h y dada por la fórmula $v^2 = 2gh$. Sea Na = a un arco muy pequeño; se puede considerar el movimiento como uniforme y el espacio será dado por la fórmula $a = vt$, $t = \frac{a}{v}$, elevando al cuadrado: $t^2 = \frac{a^2}{v^2}$, sustituyendo por v^2 su valor: $t^2 = \frac{a^2}{2gh}$ y poniendo en lugar de a^2 su valor encontrado antes: $t^2 = \frac{2a'^2 rh}{2ghf^2} = \frac{ra'^2}{gf^2}$; $t = \frac{a'}{f}\sqrt{\frac{r}{g}}$; este es el tiempo empleado en recorrer el arco Na; para otro arco ab = b' será: $t' = \frac{b'}{f}\sqrt{\frac{r}{g}}$; y así sucesivamente hasta llegar á N'; sumando todos los valores de t, t', t''....& y llamando T esta suma: $T = \sqrt{\frac{r}{g}}\left[\frac{a'}{f} + \frac{b'}{f} + \frac{c'}{f} + \ldots\right] = \sqrt{\frac{r}{g}}\left[\frac{a' + b' + c' + \ldots}{f}\right]$; pero $a' + b' + c' + \ldots$ es la longitud de la pequeña circunferencia cuyo diámetro es f, luego:

$a' + b' + c' + \ldots = \pi f$ y $T = \sqrt{\frac{r}{g}} \times \frac{\pi f}{f} = \pi\sqrt{\frac{r}{g}}$; y como r es la longitud del péndulo que se representa por l, $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, tiempo de una oscilación.

CAPITULO VI.

MAQUINAS.

40. Dáse el nombre de máquinas á los aparatos que sirven para utilizar la mayor cantidad de una fuerza ó bien para cambiar su dirección trasmitiéndola á distancia.

Las máquinas se dividen en simples y compuestas, las simples están formadas de una sola pieza sólida, compuestas las que están formadas de dos á mas simples.

Las máquinas simples son tres: Cuerdas, Palanca y Plano inclinado; sin embargo algunos autores consideran siete, agregando á las anteriores la Polea, Cuña, Torno y Tornillo; pero en realidad las cuatro últimas son derivadas de las primeras.

41. Cuerdas. Estas como se sabe, están formadas de un conjunto de fibras vegetales ó animales torcidas entre sí en hacesillos; y un conjunto de estos forman la cuerda mas ó menos gruesa según los usos á que se la destina.

Si una cuerda está atada en una de sus extremidades á un cuerpo resistente y en la otra extremidad se aplica una fuerza siguiendo su dirección, la cuerda se tiende y su tensión se mide por la misma fuerza que la tiende.

Si á las extremidades de una cuerda se aplican dos fuerzas iguales y de sentido contrario, la cuerda queda en equilibrio tendida por las dos fuerzas, y su tensión es igual á una de las fuerzas. Si las fuerzas aplicadas á sus extremidades son desiguales no habrá equilibrio, se gastará parte de una y de otra en vencer el peso de la cuerda y luego se moverá en el sentido de la fuerza mayor. Si suponemos que la cuerda no pesa, la resultante es igual á la diferencia de las fuerzas, y su tensión queda medida por la fuerza menor.

Un conjunto de cuerdas unidas entre sí por medio de nudos formando una red, constituye lo que se llama una máquina *funicular*.

42. Palanca. Esta máquina está formada de una barra recta ó curva, que se apoya sobre un punto ó eje al rededor del cual gira y que se llama eje ó punto de apoyo.

En toda palanca hay tres puntos importantes: el punto de apoyo, el en que se aplica la fuerza que se quiere utilizar, que generalmente se llama potencia, y el punto en que se quiere producir el efecto de la potencia sobre otra fuerza que se opone á ella y por esto se le llama resistencia. Según la pocisión que estos tres puntos tienen entre sí, la palanca toma distintos nombres y sus efectos son diferentes. Se llama palanca de primer género, cuando el punto de apoyo está entre la potencia y la resistencia, por ejemplo: en el juego que se llama *sube* y *baja;* la biga es la palanca y la potencia y resistencia que en este caso son alternativas, son los jóvenes que están en las extremidades, el punto de apoyo está en medio. Ejemplos semejantes nos ofrecen las tijeras que son palancas combinadas, las balanzas comunes de cordones ó cadenas y la romana.

Se dice que la palanca es de segundo género, cuando la resistencia está entre el punto de apoyo y la potencia, por ejemplo: las que se usan en algunas bombas, el uso que se hace de las puertas cerca de los goznes ó bisagras para romper las nueces, el remo cuyo apoyo es el agua, la resistencia la canoa y la potencia está aplicada en el punto donde se agarra.

La carretilla ó polea puede considerarse tambien como una palanca de segundo género, cuyo apoyo es el eje y la potencia se aplica en la extremidad del diámetro.

La palanca es de tercer género, cuando la potencia está entre el punto de apoyo y la resistencia, ejemplos: las tenazas de la cocina para cojer el carbón, las tenacillas de fumar, las palancas para mover las piedras de amolar y la mayor parte de pedales. En el organismo se encuentran muchas palancas de tercer género en todas las articulaciones.

Para que haya equilibrio en ésta máquina, es necesario que la resultante pase por el punto de apoyo y que la suma algebraica de los momentos de la potencia y resistencia sea nula, ó bien que los brazos de la potencia y resistencia estén en razón inversa de sus intensidades. Esta condición debe satisfacerse en la balanza, romana y báscula.

Si la palanca no ha de estar en equilibrio sino en movimiento, como pasa en las bombas y otros aparatos para ponerlos en movimiento, debe elegirse el género de palanca que mas convenga según el caso. Cuando funciona una palanca obsérvese que hay dos puntos móviles, los de la potencia y resistencia, y uno fijo el de apoyo; y es claro que si con una fuerza dada se quiere producir el mayor efecto posible; es necesario dar á la fuerza un brazo de palanca, lo mas largo posible con respecto al de la resistencia; pero entonces el punto de aplicación de la potencia tiene que moverse en un espacio muy grande, mientras el de la resistencia en un espacio muy chico.

Este principio lo vemos aplicado en las máquinas compuestas, movidas por palancas, por ejemplo: en la máquina de coser, la palanca que mueve el volante está aplicada muy cerca del eje de rotación y describe un círculo muy pequeño, mientras la palanca en que se aplica la potencia es larga y describe un gran círculo.

Si por el contrario, se cuenta con una gran potencia y se quiere producir á resistencias pequeñas, grandes desalojamientos, entonces hay que tomar pequeño el brazo de la potencia y muy largo el de la resistencia, por ejemplo: la articulación del codo nos presenta este caso; el músculo biceps que levanta el ánte-brazo y la mano, está aplicado al rádio muy cerca de la arculación, que es el punto de apoyo de la palanca de tercer género, y vemos que la mano describe un gran arco al rededor del codo.

En la palanca de primer género puede hacerse equilibrio á pesos muy grades, con solo aumentar el brazo de la potencia, ó á pesos muy pequeños aumentando el brazo de la resistencia.

En la de segundo género, casi siempre sucede que el brazo de la potencia es mayor que el de la resistencia, mientras pasa lo contrario en la de tercer género.

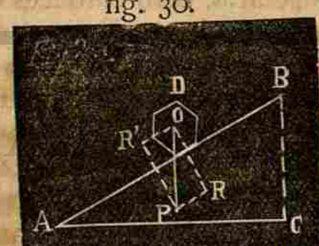
En general, pueden aplicarse á la palanca los teoremas demostrados para las fuerzas parelelas, y la teoría de los momentos.

Todas las balanzas no son más que aplicaciones de palancas combinadas.

PLANO INCLINADO.

43. Se dá este nombre á toda superficie que forma un ángulo agudo con un plano horizontal.

fig. 30.



Sea A. B. el plano inclinado (fig. 30), A. C. el horizontal, la perpendicular BC á AC se llama altura del plano inclinado. Supongamos que D sea un cuerpo que resbala á lo largo del plano, si este no existiera el cuerpo seguiría ladireccion de la vertical OP, y la intensidad de la fuerza con que caeria seria igual al peso del cuerpo; existiendo el plano, esta fuerza puede descomponerse en dos; en efecto sea o P el

peso, puede descomponerse en o R' paralela al plano y o R perpendicular; ésta última queda destruida por la resistencia del plano y solo queda o R' que es la que hace que resbale el cuerpo ó sea la componente útil; ésta puede determinarse cuando se conoce el peso del cuerpo, la y longitud y altura del plano. En efecto, los triángulos semejantes PoR' y ABC dan: $\frac{Po}{oR'}=\frac{AB}{BC}$. Si se llama l la longitud AB, h la altura BC, P el peso del cuerpo oP, y f la componente útil oR'; la fórmula se convierte en $\frac{P}{f} = \frac{l}{h}$ esto es, que el peso y la componente útil están en la misma relación que la longitud y la altura del plano inclinado.

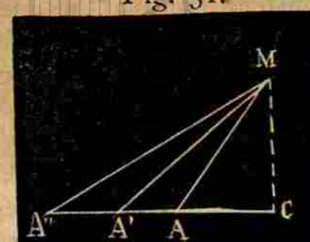
La componente útil f puede variar según el ángulo que el plano hace con el horizontal: en efecto, si hace un ángulo recto, f es igual á la gravedad del lugar. Si el ángulo es menor que un recto, como la componente oR se destruye, la aceleración f, es menor que la gravedad, y á medida que el ángulo disminuye f es más pequeña hasta ser nula cuando el plano es paralelo al horizontal, pues entonces todo el peso del cuerpo queda destruido por la resistencia del plano y el cuerpo puesto en cualquier punto queda en equilibrio. De todo esto se deduce, que pudiendo variar la componente útil f, puede hacerse de modo que sea suficientemente pequeña, para seguir al cuerpo en su caida y medir los espacios recorridos, y los tiempos empleados en recorrerlos; propiedad que utilizó Galileo para comprobar las leyes de la caida de los cuerpos.

44. Propiedades mecanicas de plano inclinado. La fuerza aceleratriz f puede expresarse en función del ángulo que hace el plano inclinado con el horizontal. Si a es este ángulo, el triángulo oR'P dá: $f=P$ sen a y si llamamos g' la aceleración y g la aceleración normal, esto es la gravedad del lugar, $g'=g$ sen a; y el triángulo ABC dá: $h=l$ sen a.

La velocidad adquirida por el cuerpo al acabar el plano, es independiente de su longitud y solo depende de su altura. En efecto, puesto que es un movimiento uniformemente acelerado, tiene por fórmulas: $l=\frac{g't^2}{2}$ y $v=g't$; eliminando á t entre estas ecuaciones: $t=\frac{v}{g'}$, y $l=\frac{v^2}{2g'}$, si en lugar de g' se pone su valor $g'=g$ sen á $=\frac{gh}{l}$, $l=\frac{v^2 l}{2gh}$ y $v^2=2gh$, $v=\sqrt{2gh}$, como se vé, la velocidad es la que adquiriría un cuerpo cayendo de una altura h.

Corolario I. Si se dejan caer desde un mismo punto varios cuerpos sobre planos de distinta inclinación MA, MA' y MA" (fig. 31,) todos adquieren la misma velocidad al llegar al plano horizontal y ésta sería para todos $v=\sqrt{2gh}$.

Fig. 31.



II. La velocidad adquirida al fin del plano, es también independiente de su inclinación.

La duración de la caida depende de la longitud. En efecto, la longitud y tiempo están ligados por la fórmula $l=\frac{g't^2}{2}$, si en lugar de g' se pone $g'=\frac{gh}{l}$; $l=\frac{ght^2}{2l}$, de donde $t^2=\frac{2l^2}{gh}$ y $t=l\sqrt{\frac{2}{gh}}$ Si ésta la comparamos con otra $t'=l'\sqrt{\frac{2}{gh'}}$, tenemos: $\frac{t}{t'}=\frac{l}{l'}\frac{\sqrt{h'}}{\sqrt{h}}$; si $h=h'$, $\frac{t}{t'}=\frac{l}{l'}$ lo que quiere decir que á igualdad de alturas los tiempos son proporcionales á las longitudes; y si $l=l'$, $\frac{t}{t'}=\frac{\sqrt{h'}}{\sqrt{h}}$; á igualdad de longitudes, los tiempos están en razón inversa de las alturas.

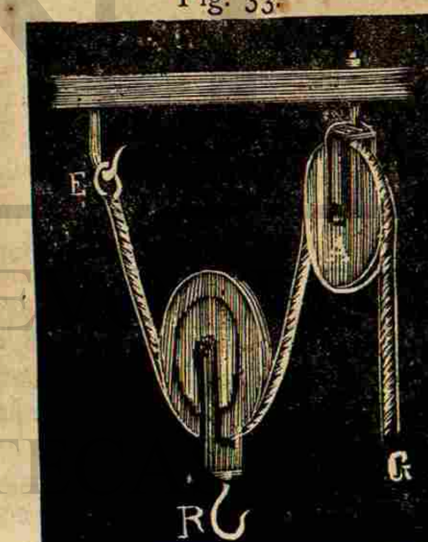
POLEA.

Fig. 32.

45. La polea ó carretilla (fig. 32,) está formada de una rueda de madera ó de metal, AB, en cuya circunferencia lleva una garganta ó ranura por la que se hace pasar una cuerda FG. Por el centro o de la rueda, pasa sin ajuste, es decir olgado, un eje resistente de fierro cuyos extremos se fijan sólidamente á dos placas B y D que abrazando la rueda vân á juntarse fuera de ella á un gancho ó perno E, que sirve para fijar el aparato; el conjunto de las placas y gancho toma el nombre de armadura.

Hay dos modos de usar esta máquina, el primero consiste en fijarla por el gancho ó perno á un punto fijo y entonces se llama polea fija [fig. 32.] El segundo, en fijar la cuerda por uno de sus extremos E (fig. 33,) y despues de sostenerla pasarla por una polea fija A. En este caso se llama polea móvil. En el primer caso á los extremos F y G se aplican: en uno la potencia y en el otro la resistencia. En la polea fija, la

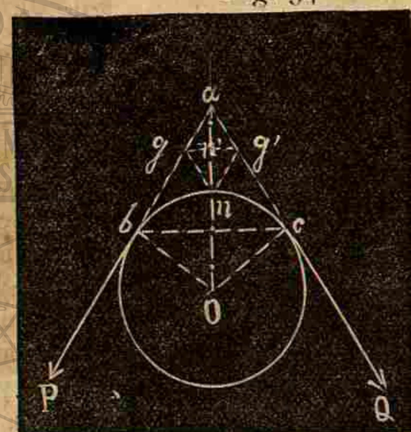
Fig. 33.



potencia y la resistencia se hacen equilibrio siendo iguales, pues si son desiguales la mayor lleva consigo á la otra.

Para demostrarlo reduzcámos la polea á un círculo y

Fig. 34

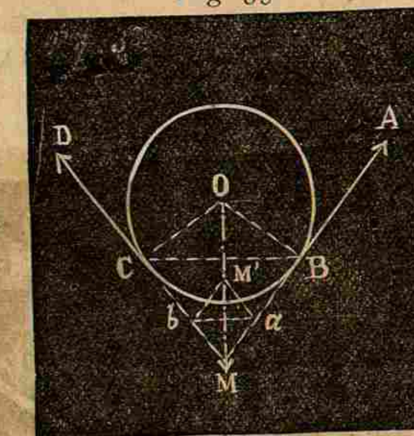


sean Pb y Qc (fig. 34) la potencia y la resistencia; si las prolongámos hasta que se corten en el punto a, este es un punto de la resultante y para que el sistema quede en equilibrio es necesarto que la resultante sea destruida por el eje o de de la polea; por consiguiente debe pasar por él, y como los triángulos a o b y a o c son iguales, el ángulo b a c queda dividido en partes iguales por la resultante a o. Por otra parte, según lo demostrado (23) se tiene: $Pb \times ob = Qc \times oc$; pero $ob = oc$ por rádios, luego: $Pb = Qc$; así en esta máquina hay equilibrio, cuando la potencia es igual á la resistencia.

Si trasportamos las fuerzas á a tomando ag y ag' iguales y se construye el paralelógramo, la resultante es an y los triángulos semejantes ang y obc dan: $\frac{an}{ag} = \frac{bc}{bo}$, esto es, la resultante ó carga sobre el eje de una polea fija es á la potencia ó resistencia, como la cuerda subtendida por el arco que rodea el cordón es al rádio de la polea.

Por otra parte; si llamamos 2u el ángulo de las fuerzas, se puede calcular el valor de la resultante en función del ángulo; para ésto, tracémos gg' y tenémos: $an' = ag \cos u$ y $nn' = gn \cos u$; pero $gn = ag$ sumando las dos ecuaciones: $an' + nn'$ ó $an = 2ag \cos u$, que es el valor de la carga sobre el eje de la polea.

Fig. 35.



46. Polea móvil. Sea (fig. 35) A el punto fijo del cordón, en el extremo D del mismo, es donde se ejerce la potencia y en M la resistencia, luego se puede considerar la polea como un cuerpo sujeto á tres fuerzas: una según AB, otra según CD y la tercera según OM. Para que exista el equilibrio es necesario que OM sea igual y directamente opuesta á la resultante de AB y CD; luego aquí como en la polea fija, es necesario que la potencia y la tensión del cordón sean iguales. Si tomamos Ma y Mb iguales á AB y CD y construimos el paralelógramo, tenemos MM' resultante de AB y CD y los triángulos OBC y MaM' dan: $\frac{Ma}{MM'} = \frac{OB}{BC}$, lo que quiere decir, que en la polea móvil, la potencia es á la resistencia como el rádio de la polea es á la cuerda subtendida por el arco que abraza el cordón.

En el caso en que los cordones sean paralelos, la cuerda es igual al diámetro y $\frac{Ma}{MM'} = \frac{1}{2}$ en cuyo caso la potencia es la mitad de la resistencia; y si la cuerda es menor que el rádio la polea móvil es desventajosa.

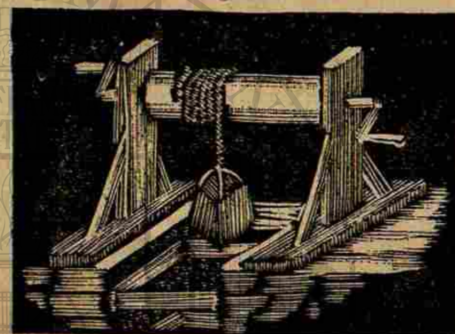
Pueden también combinarse varias poleas móviles y se tienen muy buenos resultados, pero son poco usados porque ocupan un gran espacio.

47. Polea diferencial. Se emplea también una combinación que consiste en dos poleas fijas sobre el mismo eje, pero de rádios diferentes y una polea móvil, y ambas son abrazadas por una cadena. Es muy empleada para levantar pesos.

TORNO.

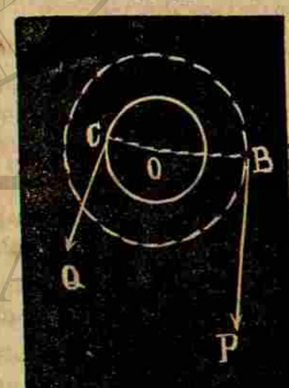
48. El torno [fig. 36] está constituido por un cuerpo sólido generalmente cilíndrico obligado á girar al rededor de su eje. Una cuerda, fija en un punto del cilindro se arrolla en él y su otro extremo se une á la resistencia; el cilindro lleva un manubrio en cada uno de sus extremos para moverlo.

Fig. 36



Para deducir las condiciones de equilibrio en esta máquina, basta hacer un corte perpendicular al cilindro y queda representada por un círculo OC [fig. 37] y la recta OB que es el manubrio. La resistencia obra según QC y la potencia aplicada al manubrio, según BP. Como OC y OB son los brazos de palanca de las fuerzas, para que haya equilibrio se necesita que los momentos de las fuerzas con relación al punto O sean iguales, esto es: $QC \times oC = BP \times OB$; si r es el rádio del círculo y R el del círculo que describe el manubrio, P y Q la potencia y resistencia: $Q \times r = P \times R$, luego para que haya equilibrio es necesario, que la potencia sea á la resistencia, como el rádio del cilindro á la longitud del manubrio.

Fig. 37



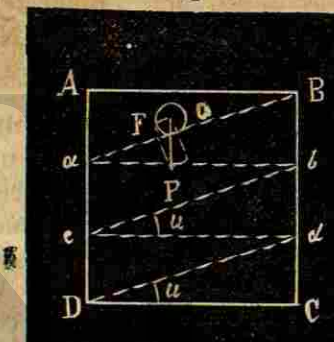
TORNILLO.

49. Esta máquina está formada de dos piezas: un cilindro en cuya superficie lleva una ranura en espiral en el sentido de su longitud, á la que vulgarmente se llama rosca; y una tuerca que consiste en una pieza de forma variable, en cuya masa hay un cilindro hueco cuya superficie interna lleva también una rosca, que es el molde de la que lleva el cilindro.

En su uso, ó se fija la tuerca y se mueve el cilindro por medio de una palanca, ó se fija el tornillo y se mueve la tuerca.

Sea (fig. 38.) ABCD un rectángulo; si dividimos sus lados AD y BC en partes iguales por las líneas ab, cd &., y trazamos las diagonales a B, cb y Dd de los rectángulos, es claro, que estas serán paralelas entre sí. Si formamos con este rectángulo un cilindro recto, cada una de las diagonales formará una vuelta de espira, pues los puntos a c y D, y b d y C coincidirán y por consiguiente tendremos sobre este cilindro una espiral desde D hasta B. Como las diagonales son paralelas forman un mismo ángulo u con las líneas paralelas á las bases DC y AB y si llamamos r el rádio del cilindro podemos calcular el ángulo u. En efecto, $DC = 2\pi r$ y como $Bb = db = dC = h$, el triángulo A a B dá: $h = 2\pi r \tan u$ y $\tan u = \frac{h}{2\pi r}$, á la constante h se llama paso del tornillo.

Fig. 38.



Las condiciones de equilibrio de esta máquina se deducen de las de un plano inclinado; en efecto, la tuerca es el cuerpo que baja por el plano y si es P la resistencia que opone, se la puede descomponer en dos y los triángulos Bab y FoP dán: $\frac{F}{P}=\frac{Bb}{ab}=\frac{h}{2\pi r}$. Pero la fuerza F que se emplea se aplica á una palanca cuyo brazo es mayor que el rádio del cilindro, sea l, entónces la fórmula es $\frac{F}{P}=\frac{h}{2\pi l}$ esto es, la potencia empleada es á la resistencia, como el paso del tornillo es á la longitud de la circunferencia descrita por el brazo de palanca.

Las aplicaciones de esta máquina son muy conocidas, especialmente en los tornillos comunes.

CUÑA.

50. Esta máquina está constituida por un prisma triangular que se hace entrar por una de sus aristas en los cuerpos y permite dividirlos; la arista que penetra se llama el corte de la cuña y la cara opuesta á ella es la cabeza, las otras caras son lados de la cuña.

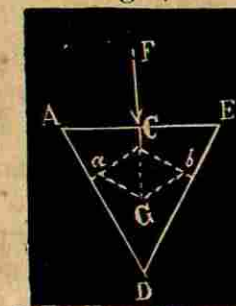
Para servirse de ella hay que hacer una ranura en el cuerpo que se quiere dividir y meter en ella, el corte de la cuña, luego por medio del mazo ó el martillo se golpea sobre la cabeza.

Sea ABCDEF (fig. 39) la cuña, es claro que al golpear sobre la cabeza ABFE para hacerla entrar, las caras ABCD y EDCF tienden á separarse para abrirse paso entre las moléculas del cuerpo que se quiere romper y esta fuerza es contrarestada por la cohesión; y como ésta varía con los cuerpos, no es posible determinar la relación de la potencia á la resistencia en es-

Fig. 39

ta máquina; así es, que se busca solamente la relación de la potencia á las presiones ejercidas por las caras ABCD y EDCF. Esto supuesto, el corte de la cuña paralelo á sus caras triangulares es generalmente un triángulo isósceles; sea AED (fig. 40) el corte del prisma, FC la potencia perpendicular á AE, si la descomponemos en dos perpendiculares á AD y DE, estas serán las potencias trasmitidas á las caras y los triángulos AED y CaG dán: CG : Ca : a G : : AE : AD : ED; pero aG = Cb luego: CG : Ca: Cb : : AE : AD : ED. Si se multiplican los términos de la segunda razón por una misma cantidad el lado EF [fig. 39] tenemos: CG : Ca : Cb : : AE × EF : AD × EF : ED × EF; y como estos tres productos no son otra cosa que las áreas de la cabeza y las caras ADCB y EDCF y CG es la potencia, se dice: que la potencia es á los esfuerzos sobre los lados de la cuña, como la área de la cabeza á las áreas de los lados.

Fig. 40.



Las aplicaciones de esta máquina las tenemos en el hacha, el cuchillo, navajas y tijeras.

APENDICE.

TEORIAS FISICAS.

1. Desde el orígen de la Física experimental se ha procurado buscar la razón de los fenómenos, y cuando no se ha encontrado una que pueda satisfacer según los hechos conocidos, se ha supuesto una hipótesis, que basada en ciertos principios hipotéticos también pudiese dar más ó menos cuenta del fenómeno.

Los resultados fructuosos que se han obtenido por medio de hipótesis para cada fenómeno, han venido á constituir una de las fases de la ciencia moderna.

Las principales hipótesis supuestas, se pueden dividir en dos clases muy diferentes, que à su vez se subdividen cada una en otras dos.

CUADRO SINOPTICO DE LAS HIPOTESIS.

Los fenómenos de Calor, Luz, Magnetismo y Electricidad, ó fuerzas en general se refieren:	1ª clase.	A sustancias distintas de la materia. Principios imponderables.	1ª subdivisión.	*A la presencia de estas sustancias en cantidades variables en los cuerpos y en el espacio. Teoría de la Emisión.*
			2ª subdivisión.	*A simples movimientos de estas sustancias presentes por todo en cantidades invariables Teoría de las Ondulaciónes.*
	2ª clase.	A la materia misma	3ª subdivisión.	*A movimientos variados de la materia determinados por otros movimientos anteriores. A cambio perpétuo de movimientos de la materia.*
			4ª subdivisión.	*A movimientos variados de la materia determinados en su orígen por una fuerza única, la Gravedad.*

El órden en que se encuentran es ciertamente el histórico y han tenido lugar en los siglos XVIII y XIX y nos dán una idea de la marcha de las Ciencias Físicas.

SISTEMA DE LA EMISION O NEWTONIANO.

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES.

2. Primero.—Suponer la existencia de partículas materiales infinitamente pequeñas, llenando el Universo y teniendo una existencia independiente del movimiento que

las anima sin estar sometidas á la acción de la gravedad; sino constituyendo una materia diferente de la materia pesada.

Segundo.—Que estas partículas que constituyen el calor ó la luz, reciben de los cuerpos caloríficos ó luminosos, una impulsión que las arroja en todos sentidos á manera de pequeños proyectiles animados de una velocidad prodigiosa.

APLICACION DE ESTA TEORIA.

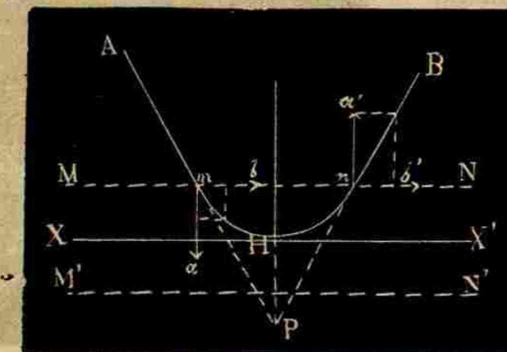
3. Propagación. Para explicarla, se suponía que los dichos corpúsculos ó partículas, eran lanzados con una velocidad de 300000 kilómetros por segundo, y que eran proyectados con la misma velocidad por los cuerpos llevados al más alto grado de incandescencia; los astros, por ejemplo, y lo mismo para aquellos dotados, como los gusanos luminosos del más débil poder luminoso.

Tal hipótesis es inadmisible, porque la violencia de impulsión; debe ser proporcional á la intensidad del movimiento de que están animados los cuerpos, y no puede suponerse igual en todos.

4. Reflexión. Para la explicación de este fenómeno Newton admitía una atmósfera repulsiva al rededor de los cuerpos, que suponía emanar de las moléculas de su superficie, la cual combinada con el movimiento de las partículas caloríficas ó luminosas, dá por resultado el cambio de dirección del rayo reflejado formando con la normal un ángulo igual al de incidencia.

Sea x x' [fig. 41] una superficie especular; MNM'N' la atmósfera repulsiva, Am el camino que sigue en el aire una molécula luminosa; al llegar á m en que encuentra la atmósfera ya no puede seguir la misma dirección; si descomponemos su velocidad en dos fuerzas una vertical m a y otra horizontal m b; ésta última no cambia, pero m a dis-

Fig. 41.

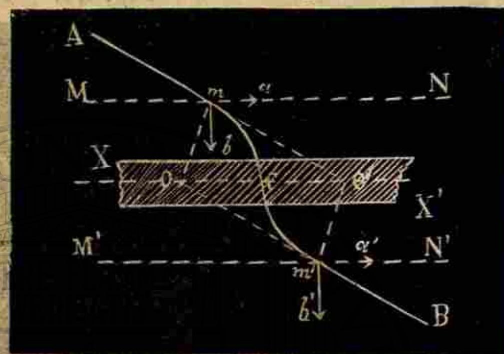


minuye por la repulsión, hasta venir á ser nula en H, y la trayectoria que sigue la molécula, tiene que ser la curva m H; continuando experimenta la misma repulsión del medio, y recorre el arco H n simétrico de m H, y vuelve á tomar poco á poco una velocidad vertical n a' igual y contraria á la que tenia en m; saliendo del medio, se combina con la horizontal n b' y sigue la dirección n B habiéndose reflejado según las leyes conocidas.

5. Refracción.—Para explicarla era preciso suponer: primero, que los medios diáfanos dejan entre sus moléculas espacios bastante grandes, para que las moléculas luminosas ó caloríficas puedan atravesarlos prontamente; segundo, que las moléculas ponderables ejerzan una potencia atractiva, inversa á la que suponía para la reflexión; y creia era mil billones de veces más fuerte que la gravedad, quien combinándose con los movimientos de las moléculas luminosas ó caloríficas como en la reflexión, produce la desviación que se observa en el rayo refractado; resultando por consiguiente que la velocidad de éste sería mayor á medida que las sustancias fuesen mas refringentes, lo que es contrario á la experiencia.

Sea x x' (fig. 42) el medio en el cual se refracta la luz, M N M' N' la atmósfera atractiva. A m el rayo luminoso, si descomponemos la velocidad de la molécula m en dos, una vertical m b y otra horizontal m a y aplicamos un razonamiento semejante al de la reflexión, veremos que la

Fig. 42.



componente m b, vá aumentando por efecto de la atracción hasta llegar á un máximo, y despues vuelve á decrecer en la misma relación; por consiguiente la molécula m describirá la curva m C m' de dos centros, uno en o, otro o', y al llegar á m' límite de la atmósfera atractiva, saldrá siguiendo la tangente m' B á la curva.

Si llamamos V la velocidad de la molécula ántes de entrar al medio, será V' en su interior, y las componentes horizontales tendrán por valor V sen i y V' sen r y puesto que no aumentan ni disminuyen serán iguales y tendremos: $V \text{ sen } i = V' \text{ sen } r$ y $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{V'}{V} = n$; lo que quiere decir que V' es mayor que V, lo que es contrario á la experiencia.

6. Difracción.—Para darse cuenta de los fenómenos observados por Grimaldi, invocaba fuerzas repulsivas especiales, y aún en este caso daba á éstas la facultad de ejercer su acción á cierta distancia de los cuerpos; y con una especie de alternativa rítmica, esta hipótesis era necesaria para explicar como las franjas pueden existir en número de tres, y desarroyarse fuera de los cuerpos con la ley de alternancia. Admitia semejantes oscilaciones con el nombre de *accesos de fácil reflexión y fácil trasmisión*, para explicar los colores presentados por las láminas delgadas y estaba dispuesto á atribuir estos accesos á vibraciones caloríficas de los cuerpos.

7. Polarización.—La sagacidad del sábio físico hizo un último esfuerzo, cuando trata de explicar, como un rayo luminoso se desdobla ó permanece simple, atravezando un cristal de Spato de Islandia puesto sobre otro de la misma sustancia; á este fin supone: primero, los rayos limitados por verdaderas caras, segundo, las moléculas luminosas dotadas de polos semejantes á los de los imanes, y favoreciendo su paso al travèz de las sustancias ú oponiéndose á él.

En resúmen, dice el P. Sechi: "*la teoría de la Emisión tal como la expone su autor, puede compararse á una máquina que no puede funcionar mas que en manos de su inventor, pues solo ese poderoso génio podia adaptarla á la explicación de tan múltiples fenómenos con ayuda de hipótesis ingeniosas.*"

El gran número de fuerzas particulares necesarias para explicar cada nuevo fenómeno es el lado débil del sistema.

SISTEMA DE LAS ONDULACIONES O KARTECIANO.

8. Esta teoría supone primero: la existencia de un fluido material llamado Eter, que llena el Universo. Segundo, un movimiento propio de las moléculas de la materia, el cual varía de forma y de velocidad y se trasmite al Eter.

En esta hipótesis la luz es análoga al sonido, al menos en este sentido: que el sonido es un movimiento vibratorio en el aire, ó en general en la materia ponderable; mientras la luz ó el calor, son un movimiento de vibración en la sustancia Eter.

Por todo donde el sonido se propaga hay materia, por todo donde la luz se propaga hay Eter.

El Eter llena el espacio, porque no hay un punto de él que no sea accesible á la luz; se encuentra entre el Sol y la Tierra, entre los cuerpos todos de nuestro sistema planetario, y en el espacio indefinido que nos separa de las estrellas mas lejanas, pues no hay de esa extensión, un solo punto que no sea atravesado en cada instante por una infinidad de rayos luminosos, y no es solamente el vacio de los cielos donde el Eter está esparcido, sino penetra en todos los cuerpos llenando los intervalos que dejan entre sì los átomos ponderables.

Si el Eter no existiera en toda la extensión del Universo, la luz de los astros no llegaría á nosotros; si no existiese en los cuerpos diáfanos, no se dejarían atravesar por las ondas; si no existiese en los intersticios que separan los átomos de nuestra envoltura material, la luz no podria afectarnos; las ondulaciones no pasarían á los humores del ojo y las fibras nerviosas de la retina, último término donde nuestra razón puede seguirlas. Así pues, el sistema de las ondulaciones nos conduce á admitir la existencia de una materia, en el seno de la cual se encuentran dispersados según leyes eternas, los diversos fragmentos de materia ponderable que constituyen el Universo.

Sin embargo, si el Eter está por todo, no es por todo idéntico á sí mismo; es probable que en el vacío estelar como en el de nuestras máquinas pneumáticas, no haya diferencia en su distribución, y por consiguiente tampoco la habrá en la marcha de la luz y el calor; pero en el interior de los cuerpos se mueve diversamente, las ondulaciones cambian de velocidad y de longitud, y por consiguiente el Eter toma elasticidades diferentes.

Si la masa de Eter que llena el Universo estuviera en reposo, el mundo estaria en las tinieblas; pero si se mueve en un punto cualquiera, al instante aparece la luz, y se propaga indefinidamente en todos sentidos, como en una atmósfera tranquila, la vibración de una cuerda hace nacer un sonido.

La luz que es el movimiento debe distinguirse de la sustancia Eter, en la cual este movimiento se verifica, como el movimiento vibratorio que constituye un sonido debe distinguirse del aire ó en general, de la materia en la cual se verifican las vibraciones.

Hablando de las ondas sonoras se dice, que el movimiento de las moléculas, se hace en el sentido del rayo sonoro, es decir, que se separa y aproxima alternativamente del centro de vibración; pero en la luz debemos considerarlo de una manera general, esto es, en todos sentidos.(1)

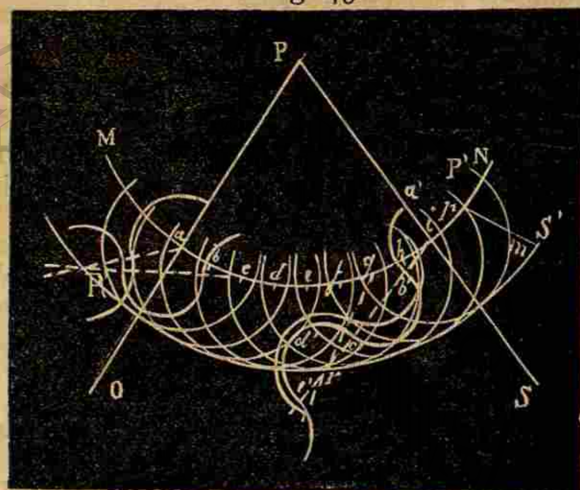
OBJECION DE NEWTON, SU REFUTACION Y PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LAS ONDULACIONES.

9. La objeción de Newton á la teoría ondulatoria era ésta: *¿Cómo la luz solar, penetrando en una cámara oscura por un orificio circular puede formar un hacesillo cilíndrico? . . . . Si consiste en ondulaciones debe esparcirse en todos sentidos como el sonido.* Huyghens refuta esta objeción y sienta el principio fundamental de las ondulaciones conocido con el nombre de principio de Huyghens y es éste: *Toda vez que un punto pone en vibración un medio elástico homogéneo, desarroya á su rededor una onda esférica; pero en realidad una onda no es capáz de producir en nosotros la sensación de la luz, la cual siempre es producida por varias ondas sucesivas, producidas por varios puntos que vibren simultáneamente.* La dirección del rayo es la de la resultante de todos estos movimientos y se determina de la manera siguiente: Sea P [fig. 43] un punto en vibración y consideremos la onda MN compren-

[1.] Pouillet tomo II páginas 121 y 122 edición Mexicana.

dida entre los rayos PO y PS, se pueden considerar todos los puntos a b c d e f & de la superficie de esta onda en una posición cualquiera, como otros tantos centros de vibra-

Fig. 43.



ción produciéndo ondas esféricas secundarias, que se propagan con igual velocidad, éstas tendrán una superficie que las envuelve RS', que será la resultante de todas las otras y representará la onda primitiva MN llegando á RS', á cierta distancia del punto de partida P. Así, las ondas parciales figuran otras tantas esferas teniendo cada una su centro en puntos diferentes y cuyas superficies se separan rápidamente las unas de las otras y cesan pronto de ser tangentes á una misma superficie, como se vé fácilmente en pm. Un plano tangente simultáneamente á varias ondas elementales no puede existir entónces, sino en un punto infinitamente próximo á la línea recta que une el punto luminoso P, al nuevo punto luminoso como centro.

Los elementos determinados con ésta condición, serán pues paralelos á la superficie sobre la cual están colocados todos los centros de vibración a b c. . . . y siendo esta superficie esférica, la R S' lo será también.

Se sigue de allí, que la porción de onda comprendida entre PO y PS, conservará toda su intensidad suponiendo sus efectos de una manera concordante, mientras que para las partes de onda situadas fuera de estas líneas, serán, primero, muy dilatadas y muy aisladas para impresionar la retina, y segundo, se destruirán recìprocamente; porque las partes en movimiento en un sentido, por ejemplo, positivas, se sobrepondrán á las partes que hacen su excursión en sentido negativo; por consiguiente las ondas se destruirán mútuamente.

En efecto, cada una de las ondas teniendo una cara positiva y otra negativa, sucederá que un punto cualquiera m situado fuera del cono O P S, tendrá el movimiento positivo de la primera onda que parte de i y el movimiento negativo que parte de g, por consiguiente las dos velocidades se destruirán.

Pero se vé que esta destrucción mútua de las ondas luminosas no será completa y que en las inmediaciones de las sombras geométricas O y S, se observará alternativamente reforzamiento y neutralización que nos explica el orígen de las franjas. Estas serán tanto menos sensibles, cuanto mayor sea el número de centros luminosos primitivos, tales como P, porque las ondas emanadas de un sistema numeroso de puntos, destruirá el efecto de las emanadas por el otro.

10. Para comprender lo que son caras positivas y negativas de una onda y al mismo tiempo su destrucción mútua ó parcial, se necesita en mi concepto, (pués nada dicen los autores á cerca de esto, ó si alguno lo dice no ha llegado á mis manos) dar á la ónda su verdadero valor, esto es, considerarla compuesta y no simple; pués aún cuando la representamos por medio de una línea curva, así como el rayo de luz por una recta, éstas no son sino sus direcciones generales simplificadas. En efecto, sabemos que el rayo luminoso está formado de los siete colores

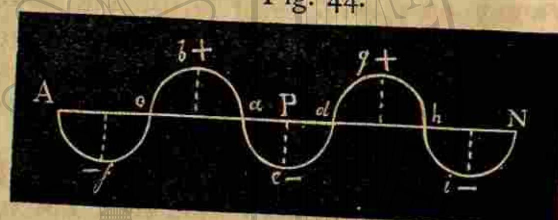
que constituyen la luz blanca, de aquí su composición, la onda luminosa blanca debe serlo también.

Veamos si podemos darnos cuenta de lo que se llaman caras de la onda, aunque sea de una manera aproximada.

Supongámonos á la orilla de un lago cuya agua esté en reposo, si producimos un movimiento cualquiera, veremos que al rededor del punto movido se forman círculos concéntricos que no son otra cosa que las ondulaciones, ondas ú olas que se separan del centro de vibración á medida que se propaga el movimiento.

Examinemos una ola como la llamamos, esta está representada por a b c, (fig. 44,) siendo A N la línea de nivel y P el punto en que se produjo el movimiento; de manera que al rededor de P veremos un alzamiento que en la figura que es un corte vertical, queda representado por los árcos a b c, y d g h; observemos lo que sucede al propagarse el movimiento à la derecha de P; es evidente que si una sola ola se produgese d g h por ejemplo, esta se trasportaría en toda la extensión de la superficie de nivel hasta los bordes del lago; pero es imposible producir una sola, porque el punto e que antes del movimiento coincidía con P, para volver á su estado de equilibrio, tiene que hacer varias oscilaciones, y cada una engendra necesariamente una nueva ola que sigue á la primera, á ésta sigue otra, y así sucesivamente hasta que termine el movimiento de e.

Fig. 44.



El conjunto de las olas dará por resultado al rededor de P un alzamiento d g h. . . . a b c, luego una depresión h i N. . . . c f A, luego otro alzamiento, al que seguiría una depresión y así sucesivamente; estos alzamientos y depre-

siones son los que observamos al rededor del punto P, siendo verdaderas superficies esféricas. Como se vé, el movimiento es perpendicular á la superficie de nivel, y es claro que todos los alzamientos se encuentran sobre esta superficie, así como todas las depresiones debajo, teniendo presente, que no son las moléculas líquidas quienes se trasportan desde el punto de vibración hasta los bordes, sino el movimiento, y que las moléculas solo experimentan oscilaciones arriba y abajo de la línea de nivel.

Comparando estos movimientos con las oscilaciones de de un péndulo, vemos que se verifican de la misma manera á uno y otro lado de su posición de equilibrio; en el péndulo se llama amplitud de oscilación el espacio comprendido entre dos posiciones extremas, de manera que P e, sería una semioscilación; además, si convenimos en que todas las distancias contadas sobre la línea de nivel sean positivas, las que queden debajo serán negativas, y si además no nos limitamos al punto e solamente, sino consideramos todos los puntos que constituyen el arco d e a, éste constituirá una semionda negativa, así como a b c una semionda positiva. La onda completa está pues formada de dos semiondas, una positiva y otra negativa, y su longitud es d e a b c.

De aquí podemos deducir: que cuando las ondas van en el mismo sentido, tales como abcde y ab'cd'e (fig. 45) y llegan á encontrarse, se unirán sus efectos, como dos fuerzas que obran en el mismo sentido, para dar un efecto igual á su suma, y aumentará la luz dando una resultante de mayor amplitud a a' c e' e, y cuando vayan á encontrarse en sentido contrario, tales como a b c d e y a b' c d' e, (fig. 46) si son

Fig. 45

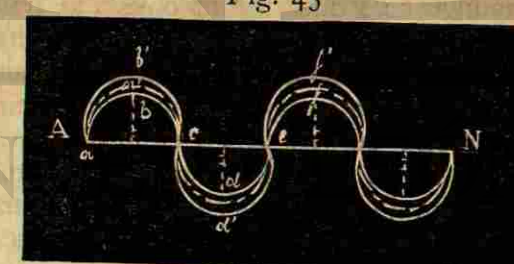
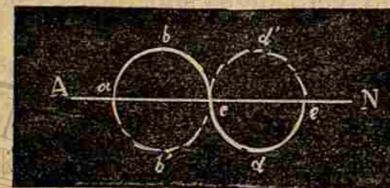


Fig. 46.



iguales se destruirán sus efectos por ser contrarios sus movimientos, ó darán una resultante igual á su diferencia si son desiguales, si se destruyen no habrá luz, si se destruyen solo en parte disminuirá la luz.

Desde luego se habrá comprendido que las líneas rectas AN (fig. 44, 45 y 46) representan lo que llamamos rayo luminoso, y como se vé, el movimiento se verifica en un sentido perpendicular al rayo, por esto se dice que en la luz, las vibraciones son trasversales.

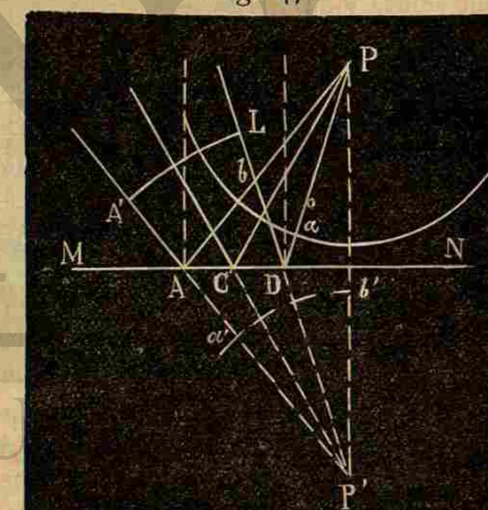
Según lo que hemos dicho resulta, que si consideramos en la (fig. 43) lo que debe suceder fuera del cono, tenemos, que el movimiento que parte del punto i engendra la serie de ondas elemetales a' b' c' d' e', & arriba y abajo del rayo i r, lo mismo sucede con el movimiento de g que engendra ondas arriba y abajo de g r; pero aunque todas parten ó comienzan en el mismo instante, no es el mismo el espacio que recorren, y por consiguiente un sistema de ondas se atraza respecto del otro, y esto hace que las semiondas unas se encuentren en el mismo sentido y unan sus efectos, otras en sentido contrario y se neutralizan en parte ó totalmente; de aquí la explicación de las franjas en la difracción y su alternancia, como tambien la de la sombra y penumbra; pero si consideramos lo que debe suceder entre las líneas PO y PS, veremos que todas las semiondas tienden á unir sus efectos, y por consiguiente su intensidad tiene que ser mayor; con lo que queda refutada la objeción de Newton.

APLICACIONES DE ESTA TEORIA.

11. Propagación. En esta teoría la propagación de la luz es semejante á la del sonido en el aire, su velocidad depende únicamente de la elasticidad y no tiene ninguna relación con la intensidad de la vidración, siendo ésta determinada por la amplitud, más ó menos grande de las oscilaciones de la molécula vibrante, y por consiguiente de las partículas del medio ambiente; luego la luz que provenga de orígen débil ó intenso debe propagarse con igual velocidad, lo mismo que los sonidos débiles ó graves.

12. Reflexión.—Esta teoría explica este fenómeno de la manera siguiente: Según el principio de Huyghens cada punto de la onda esférica, está en movimiento, y dá lugar á un conjunto de ondas elementales que vienen á constituir la onda á cierta distancia. Sea P (fig. 47) el punto en movimiento ó luminoso y ab, el movimiento ú onda que se propaga, es claro, que al llegar á la superficie especular MN, y encontrarla en los puntos A, C y D, éstos entrarán en movimiento y cámbian el sentido del primero, y como los puntos de la onda que se propaga no encuentran en el mismo ins-

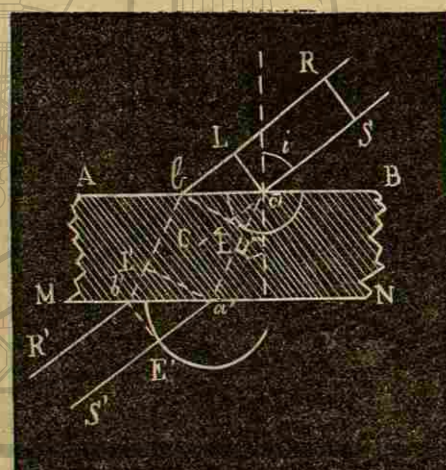
Fig. 47.



tante la superficie, sus movimientos dán lugar á otro movimiento representado por a'b' ó mejor dicho, el primero se cámbia en este, cuyo centro corresponde al punto P' simétrico de P, por consiguiente las ondas pueden suponerse que parten de P' y se propagan según a'b' y A'L, que será la onda reflejada; y así como todas las líneas que parten de P, las llamamos rayos insidentes, las que parten de P' serán rayos reflejados, tales como P'A' y P'D que satisfacen las leyes de la reflexión.

13. Refración.—Para mayor sencillez supondremos una onda plana SR (fig. 48) lo que supone que el punto que la produce está muy lejos, y su rádio tan grande, que el arco se confunde con la línea SR. Sea AB la línea de separación entre dos medios, aquel en que viene moviéndose la luz y el en que se vá á refractar; es claro que el punto S,

Fig. 48.



encontrará primero al medio en el punto a, en este momento el punto R llegará á L; el punto a se mueve dentro del medio con una velocidad diferente de la que traia, mientras L sigue con la misma hasta llegar á b; si llamamos v esta velocidad y t el tiempo que emplea en recorrer el espacio Lb tenemos: $Lb = vt$, en el mismo tiempo el punto a, con una velocidad diferente v,' habrá recorrido un espacio menor ó mayor que Lb, si es menor v' que v, llegará á E, y tendremos; $aE = v't$, si dividimos esta e-

cuación por la primera, tenemos: $\frac{aE}{Lb} = \frac{v'}{v}$ de donde: $aE = \frac{Lbv'}{v}$, que quiere decir, que para el punto E hay que describir un arco con el rádio a E dado por la fórmula anterior, y la onda en el interíor del medio será la tangente bE á este arco en el punto E, de esto resulta, que la onda en el interior del segundo medio, ya no es perperpendicular á a C prolongación de S a, sino á a E, quien se ha acercado á la perpendicular al medio ABNM, además, los triángulos abL y abE nos dán: $Lb = ab$ sen i y $aE = ab$ sen r, de donde $\frac{Lb}{aE} = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v}{v'}$ que nos indica una relación constante y la demuestra la experiencia.

En cuanto á la segunda ley se deduce de la misma construcción.

De manera que en esta teoría, el cámbio de velocidad trae consigo el cambio de dirección ó la refracción.

14 Difracción.—Se explica perfectamente con el principio de Huyghens, pues hemos visto que las ondas elementales fuera del cono se presentan sus caras de signos contrarios, y que no siendo directamente opuestas ni teniendo la misma intensidad, no se destruyen completamente, luego donde sean directamente opuestas é iguales se destruirán dando una franja oscura, y donde no lo sean habrá una franja más ó menos luminosa.

15 Interferencia.—Esta no es otra cosa sino la acción mútua de las ondas entre sí y su principio es: *dos rayos homogéneos emanados de un mismo orígen unen su brillo, cuando se encuentran bajo una pequeña oblicuidad, despues de haber recorrido caminos cuya diferencia sea* o, $\frac{2d}{2}$, $\frac{4d}{2}$, $\frac{6d}{2}$, &, es decir, *un número par de semivalores* de d, siendo éste el de una ondulación; al contrario se destruyen y producen oscuridad, *cuando se encuentran des-*

pués de haber recorrido caminos cuya diferencia sea $\frac{d}{2}$, $\frac{3d}{2}$, $\frac{5d}{2}$, &., *es decir, un número impar de semiondulaciones.*

Como se vé; este principio se deduce tambien del de Huighens.

16. Doble refracción.—Cuando un rayo de luz al atravesar un medio diáfano se divide en dos rayos emergentes, se dice que el rayo primitivo experimenta doble refracción; á la sustancia que produce esta acción se le llama *birefringente.* Multitud de sustancias cristalinas producen este fenómeno, pero son exceptuadas aquellas cuya forma primitiva es un cubo ó un octaedro regular.

Las sustancias birefringentes se dividen en dos grupos muy distintos; primero, cristales de un eje; segundo, cristales de dos ejes; he aquí la causa de esta división: En todo cristal birefringente se nota siempre una ó dos direcciones en las cuales la luz no sufre la doble refracción, esto es, no se divide en dos el hacesillo incidente al atravesar el cristal, estas direcciones se llaman ejes ópticos, ejes de doble refracción, ó simplemente ejes, y guardan simetria con relación á las caras naturales de la forma primitiva; de aquí resulta que se llaman cristales de un eje, aquellos que presentan una dirección en la cual no se divide la luz y sigue las leyes de la refracción simple; y cristales de dos ejes, aquellos que presentan dos direcciones en que tampoco se divide.

Parece que hasta ahora no se han encontrado cristales regulares que tengan más de dos ejes.

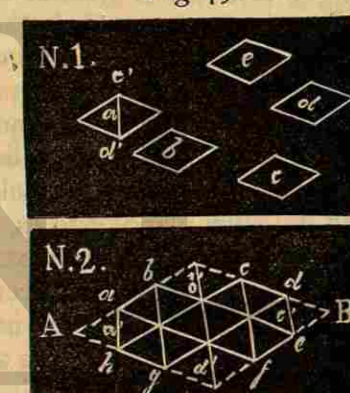
Se dá el nombre de forma primitiva, á aquella que se atribuye á las moléculas consideradas como elementos, y así se dice: la forma primitiva es un romboedro, ó un prisma, lo que quiere decir, que las formas de las moléculas es un romboedro ó un prisma; ahora bien, si todas las moléculas se yustaponen sobre las caras homólogas de una primera que consideraremos como el centro hácia el cual se diri-

gen las demás, claro es, que sobre cada cara de la primera se colocará otra, quedando unidas caras iguales y el conjunto constituirá un cristal de la misma forma que la de las moléculas elementales, esto es, un romboedro, un prisma &.

17. Cristales de un eje.—Consideremos el carbonato de cal ó spato de Islandia, que es cristal de un eje, su forma primitiva es un romboedro, por consiguiente si consideramos un fragmento de esta sustancia cualquiera que sea su forma, lo podemos considerar como formado de una multitud de moléculas romboidales dispuestas paralelamente las unas al lado de las otras; la línea que une los vértices obtusos de cada molécula, se llama su eje cristalográfico. [1.]

Sean a,b,c,d, (fig. 49 n. ° 1,) varias moléculas romboidales; si tomamos la molécula a, y en cada una de sus caras colocamos otra molécula, resultará la (fig. 49 n. ° 2) b,c,d,e,f,g,h, y si en cada uno de los huecos a,'b,'c',d' colocamos una molécula, tendremos el nuevo rombo AB resultado de la agrupación de moléculas.

Fig 49.



Pues bién, en una molécula tal como a [fig, 49 n. ° 1,] la línea c'd', se llama su eje, por consiguiente en AB los ejes de las distintas moléculas son paralelos, y bastará saber cual es la dirección de uno y á éste llamarle

[1.] Se llama eje cristalográfico á una línea ideal, al derredor de la cual se suponen colocadas las moléculas, y se ha podido comprobar que en los cristales de un eje, coincide éste con el cristalográfico.

eje del cristal, aunque en rigor un cristal tiene tantos cuantas sean las moléculas que lo forman, pero todos son paralelos.

Hemos dicho que al atravesar un hacesillo un cristal birefringente se divide en dos, de ellos uno sigue las leyes de la refracción simple y se llama rayo ordinario; el otro no las sigue y por esto se llama rayo extraordinario; puesto que el ordinario no presenta ninguna diferencia, estudiaremos el extraordinario.

Para esto necesitamos considerar ciertas secciones en los cristales, en las cuales el rayo de que vamos á tratar es muy notable, estas secciones son dos, la sección principal y la perpendicular al eje.

18. Sección principal.—Se llama así al plano que pasando por el eje es perpendicular á una cara ya sea natural ó artificial, así es que, la sección principal pertenece más bien á una cara que al cristal entero; porque si las caras están inclinadas entre sí, cada una tendrá su sección principal.

La experiencia demuestra que el rayo extraordinario se encuentra en el plano de incidencia lo mismo que el ordinario, cuando la sección principal, coincide con la prolongación de aquel plano, esto es, sigue una de las leyes de la refracción simple, y hace excepción á la otra.

Para demostrarlo basta hacer girar en su propio plano un cristal birefringente, y se verá que en el círculo que describe la imágen extraordinaria al rededor de la ordinaria, hay dos posiciones en que coincide con el plano de incidencia; lo cual sucede cuando la sección principal coincide con ese plano.

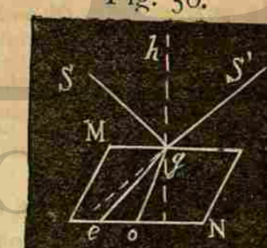
19. Sección perpendicular al eje.—Se llama así todo plano concebido en el interior del cristal perpendicular al eje. La experiencia demuestra, que cuando el rayo luminoso tiene esta sección por plano de incidencia, el rayo extraordinario y ordinario siguen las dos leyes de la refracción simple; y la relación entre el seno del ángulo de

incidencia y el seno del áugulo de refracción del rayo extraordinario, se llama índice de refracción extraordinario.

En el sistema de la emisión los cristales se llamaban repulsivos y atractivos; repulsivos, aquellos en que el índice de refracción del rayo ordinario es mayor que el del extraordinario; y atractivos, aquellos en que ese mismo índice es menor que el extraordinario; la razón es, porque en tal sistema la refracción se explicaba por la atracción que se suponía ejercen los cuerpos sobre las moléculas luminosas, y así decian: *las moléculas luminosas del rayo extraordinario son menos atraidas que las del rayo ordinario, en el primer caso que en el segundo;* pero en el sistema de las ondulaciones, la refracción explicándose por el cámbio de velocidad que experimenta la luz, por la diversa densidad del medio que atraviesa, y la velocidad siendo tanto menor cuanto mayor es el índice de refracción, Frísnel, ha llamado cristales negativos á los que llamaban repulsivos, y positivos á los atractivos; porque en efecto, la diferencia de velocidades ordinaria y extraordinaria, es negativa en el primer caso y positiva en el segundo.

Pongamos un ejemplo para aclarar lo anterior: sea MN (fig. 50) un cristal birefringente, S'g un rayo incidente, gh la normal á la superficie del cristal, gs el rayo reflejado, go el refractado ordinario y ge el extraordinario.

Fig. 50.



Supongamos que el seno del ángulo de incidencia vale 20, el de refracción extraordinario 10, el índice de refracción ordinario estará medido por $\frac{20}{5}=4$; el de refracción extraordinario por $\frac{20}{10}=2$; ahora bien, puesto que la velocidad de la luz está en razón inversa del índice de refracción, claro es que la velocidad del rayo ordinario es menor que la del extraordinario, por consiguiente supongamos la velocidad del rayo ordinario como 12, la del extraordinario será mayor, 20 por ejemplo, si de la velocidad ordinaria restamos la extraordinaria, tendremos: $12-20=-8$, resultado negativo, de aquí, que el cristal seria negativo; una consideración análoga nos daría cuenta de los cristales positivos, bastaría cambiar el rayo ordinario en extraordinario y recíprocamente en la figura anterior, lo que haría también cambiar los índices y la diferencia seria entonces: $20-12=8$, resultado positivo que corresponderia á un cristal positivo, de donde resulta la división de los cristales de un eje en positivos y negativos.

Tabla de los cristales de un eje

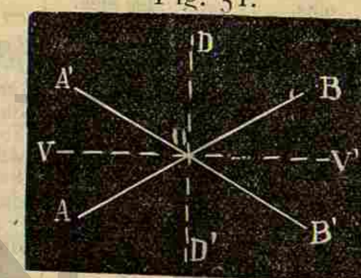
Negativos.		Positivos.
Carbonato de cal [Espato de Islandia.]	*Molibdato de plomo.*	*Zircon.*
Carbonato de cal y de magnesia.	*Beryl.*	*Cuarzo.*
Carbonato de cal y de fierro	*Apatita.*	*Oxido de fierro.*
Turmalina.	*Idocrasa (Vesuviana.)*	*Tongstato de zinc.*
Rubelleta.	*Vernerita.*	*Stanita.*
Corindón.	*Mica (de Kariat)*	*Boracita.*
Zafiro.	*Fosfato de plomo.*	*Apofilita.*
Rubi.	*Fosfato de plomo arseniado*	*Sulfato de potasa y fierro.*
Esmeralda.	*Hydrato de estronciana.*	*Subacetato de cobre y cal.*
Hydroclorato de cal.	*Octhoedrita.*	*Hydrato de magnesia.*
Id. de estronciana,	*Prusiato de potasa.*	*Hielo.*
Subfosfat de Potasa.	*Fosfato de cal.*	*Hiposulfato de cal.*
Sulfato de Nikel y cobre.	*Arseniato de plomo.*	*Dioptasa.*
Cinabrio	*Id id. cobre.*	*Plata roja.*
Melita.	*Nefelina.*	
	Arseniato de potasa.	

20. Cristales de dos ejes.—Estos están caracterizados por tener dos direcciones en las cuales el rayo incidente no se divide en dos. Estas direcciones se llaman ejes y no guardan relación con el eje cristalográfico; pero es claro que conocida la posesión de los ejes para un punto cualquiera del cristal, para determinar su posición en otro punto cualquiera, bastará tirar por éste paralelas á aquellos y éstas serán los ejes del nuevo punto.

Fresnel ha demostrado que en este caso no hay rayo ordinario, esto es, que los dos hacesillos en que se divide el incidente, ninguno sigue las leyes de la refracción simple; la marcha de la luz, es por consiguiente, mas complicada que en los cristales de un eje. Aquí lo mismo que en los cristales de un eje, hay necesidad de buscar aquellas secciones del cristal en que los rayos obedecen las leyes de la refracción simple; estas secciones son dos, una perpendicular á la línea media y la otra perpendicular á la línea suplementaria.

21. Sección perpendicular á la línea media.—Supongamos que las líneas AB, A'B' (fig. 51) sean los ejes del cristal y AOB' el ángulo de estos ejes, la línea DD' que divide este ángulo en dos partes iguales, se llama línea media, si por la línea VV' perpendicular á la media, hacemos pasar un plano que le sea también perpendicular, éste determinará en el cristal una sección, que se llama perpendicular á la línea media y en la cual uno de los rayos sigue las leyes de la refracción simple y el otro nó.

Fig. 51.



22. Sección perpendicular á la línea suplementaria.—Se llama línea suplementaria, aquella que divide en dos partes iguales el suplemento del ángulo de los dos ejes, así, siendo AOB' el ángulo y AOA' su suplemento, la línea VV' que divide en dos partes este ángulo, será la suplementaria, la sección hecha en un cristal perpendicular á esta línea se llama sección perpendicular á la línea suplementaria, tal es DD', y en ésta, el rayo que en el caso anterior no seguia las leyes de la refracción las sigue ahora.

Si la bisectriz de un ángulo es perpendicular á la de su suplemento, resultará que esta sección coincidirá con la línea media, por consiguiente podremos decir, reasumiendo lo anterior: que en una sección perpendicular á la línea media, uno de los rayos sigue las leyes de la refracción simple, y el otro, en una sección que divida en dos partes iguales el ángulo de los ejes.

CRISTALES DE DOS EJES.

Nombres de las sustancias.	Angulo de los ejes.
Sulfato de Níchel [algunos pedazos]	3° 0'
Sulfo-carbonato de plomo	,, ,,
Carbonato de estronciana	6 56
Carbonato de barita	,, ,,
Nitrato de potasa	5 20
Mica [algunos pedazos]	6 20
Talco	7 24
Perla	11 28
Hydrato de Barita	13 18
Mica [algunos pedazos]	14 ,,
Aragonita	18 18
Prusiato de potasa	19° 24'
Mica [algunos pedazos]	25° 24'
Cimophana	27° 51'
Anhydrita	28° 7'
Borax	28° 42'
Mica (algunos pedazos) examinados por Biot.	30° / 31° / 32° / 34° / 37°
Apofilito	35° 8'
Sulfato de magnecia	37° 40'
Espermaceti (próximamente)	37° 42'
Borax nativo	38° 48'
Nitrato de zinc	40'
Estilvita	41° 42'
Sulfato de níckel	42° 4'
Carbonato de amoniaco	43° 24'
Sulfato de zinc	44° 28'
Anhydrita[examinada por Biot	44° 21'
Mica	45°

Nombres de las sustancias.	Angulo de los ejes.
Lepidolita	45°
Benzoatode amoniaco	45° 8'
Sulfato de sodio y magnesio	46° 49'
Sulfato de amoniaco	49° 42'
Topacio del Brasil de	49° á 50°
Azucar	50°
Sulfato de estronciana	50°
Sulf.-hydroclorato de magnesia y fierro	51° 16'
Sulfato de magnesia y amoniaco	51° 22'
Fosfato de Sodio	55° 20'
Comptonita	56° 6'
Sulfato de cal	60°
Oxi-nitrato de plata	62° 16'
Yolita	62° 50'
Feldespato	63°
Topacio (Aberdeeshire)	65°
Sulfato de potasa	67°
Carbonato de Sodio	70° 1'
Acetato de plomo	25'
Acido cítrico	70° 29'
Tartrato de potasa	71° 20'
Acido tártico	79°
Tartrato de potasio y sodio	80°
Carbonato de potasa	80° 30'
Cyanita	81° 48
Clorato de potasa	82°
Epidota	84° 19
Hydroclorato de cobre	84° 30
Peridota	87° 56
Acido sucínico	90° ,,
Sulfato de fierro	90° ,,

23. Polarización.—Se consideran habitualmente en mecánica, dos géneros de movimientos oscilatorios de los medios contínuos, los primeros determinando variaciones de densidad en la masa y proceden por vibraciones longitudinales paralelas á la dirección de los rayos: citaremos como ejemplo las vibraciones sonoras en el aire y en el agua; las segundas se producen sin variación de densidad del medio y son entonces trasversales y perpendiculares á la dirección de los rayos, ejemplo, las que se desarroyan en la superficie de una agua tranquila bajo la influencia de la pesantéz. Así es, que un mismo fluido puede propagar los dos sistemas de movimiento según las fuerzas puestas len juego.

Investigando á cual de estos géneros de pulsaciones se deben referir las ondas luminosas, se ha encontrado que deben ser trasversales y se ha llegado á este resultado por el estudio del fenómeno llamado por Newton polarización de la luz, y en la teoría ondulatoria se ha explicado la diferencia entre los dos géneros de hacesillos, diciendo que las vibracíones de las moléculas de Eter se hacen perpendicularmente á la dirección de los rayos, y que en los rayos polarizados, todos los movimientos moleculares son orientados en cierta dirección y según una série de líneas paralelas, mientras que los rayos naturales están dirigidos en todos sentidos, como los rayos de una rueda; el rayo polarizado puede ser representado por esta figura ≣ ó por esta otra ||||, mientras que el rayo natural debería ser figurada así ✳. Huyghens considerando la onda desdoblada en el interior del cristal, en ondas esféricas y elipsoidales, daba la explicación geométrica del fenómeno sin saber la verdadera causa del desdoblamiento.

24. Se explica la polarización por otra nueva teoría.—Consiste en suponer á los átomos etéreos un movimiento de rotación, por consiguiente, encontrando una superficie reflejante, la percusión deberá descomponerse en dos, una normal y la otra paralela á la superficie; la primera se tras-

mitirá al medio, la otra resbalará sobre la superficie; si el átomo estaba sin rotación, en virtud de ésta, su eje oscilaría en el plano de reflexión; pero como está en rotación, se desviará en ángulo recto y oscilará perpendicularmente à este plano de reflección.

La otra componente siendo normal á la precedente, producirá una oscilación normal y por lo mismo en el plano de refracción. En los cristales de doble refracción, la onda se divide en dos ramas y se demuestra teóricamente que sobre estas ramas las oscilaciones son en ángulo recto.

La vibración luminosa podrá muy bien consistir, en sinples oscilaciones de los ejes de los átomos etéreos, al rededor de su centro de gravedad sin traslación absoluta y por consiguiente sin condensación del medio; pero uno de éstos movimientos no excluye al otro.

TEORIA QUE ATRIBUYE LOS FENOMENOS Á SIMPLES MOVIMIENTOS DE LA MATERIA MISMA.

25. En ésta hipótesis desde luego no hay que suponer más que movimiento en la materia pesada, en cuyo caso, el sonido será un movimiento de cierta intensidad, el Calor mas intenso que el del sonido y así sucesivamente el Magnetismo, la Electricidad, la Luz. Cambio perpétuo de movimiento y nada más.

TEORIA QUE ATRIBUYE LOS FENOMENOS A MOVIMIENTOS DE LA MATERIA DEBIDOS A LA ATRACCION UNIVESSAL.

26. En esta hipótesis se acepta la atracción universal como un hecho que se puede examinar. Bajo la acción de esta fuerza supuesta única, es visible que todos los átomos de un cuerpo se pondrán en contacto los unos con los otros y todos los cuerpos ocuparán el volúmen mínimun que corresponde al cero absoluto de temperatura.

Si esto no tiene lugar, dice nuestra hipótesis, si todos

los cuerpos en las condiciones en que los encontramos ocupan volúmenes aparentes á menudo superiores al volúmen mismo, es únicamente porque sus átomos léjos de estar en reposo como los creemos, oscilan los unos frente á los otros y no están mas que temporalmente en contacto, para separarse de nuevo: el volúmen que ocupan los cuerpos se compone del de los átomos más de la suma de todos los espacios que recorren oscilando; son estos movimientos oscilatorios quienes de hecho constituyen los fenómenos de Calor, tan largo tiempo atribuidos á un principio especial.

En general, todos los fenómenos atribuidos á los imponderables no son otra cosa que movimientos de los átomos y de las moléculas ó grupos de átomos. Es la especie de movimiento quien determina la especie de manifestación, la Luz, la Electricidad, el Calor [y la vida con todos sus atributos, el pensamiento, la voluntad, la memoria.... & & agrega una escuela entera, quien tiene al menos el mérito de ser consecuente consigo misma.]

Llevemos desde luego nuestra atención sobre los fenómenos de Calor, estos no siendo debidos más que á oscilaciones de cierta especie, ejecutadas por los átomos ó las moléculas [grupos de átomos.] El estado de los cuerpos gaseosos podrá explicarse de este modo: concibamos dos planos paralelos perfectamente rígidos, separados por un intervalo enteramente vacio de materia, entre los cuales se mueve perpendicularmente una molécula perfectamente elástica animada de cierta velocidad; cada vez que la molécula toca á uno de los planos, vuelve en sentido contrario y sin cámbio de velocidad vá á chocar al otro plano y así sucesivamente; en el momento del choque cada plano experimenta, pues, alternativamente cierta presión y tiende por consiguiente á moverse por intermitencias, si el intervalo que trascurre entre dos choques consecutivos sobre el mismo plano, es muy pequeño y si desde luego en lugar de una molécula, suponemos un gran número moviéndose de la misma manera y en líneas paralelas entre sí, y normales á los planos, es evidente, que en lugar de una tendencia intermitente al movimiento, nuestros dos planos experimentarán una tendencia contínua, quien constituirá una presión real y tambien contínua.

A las moléculas marchando paralelamente las una á las otras, podemos sustituir otras que marchen cada una en dirección diferente, siempre que á nuestros dos planos unamos otros cuatro paralelos de dos en dos y perpendiculares á los primeros; nuestras moléculas determinarán sobre las seis paredes de este vaso cerrado, una presión, por todo igual sobre la unidad de superficie, tendremos así constituido un gas.

Veamos ahora lo que va á pasar cuando disminuimos el volúmen de este gas, ejerciendo sobre una de las páredes supuesta móvil, una presión mas fuerte que la del gas. Ocupémonos de nuevo de nuestra molécula única y de los dos planos entre los cuales va y viene normalmente.

Aproximemos lentamente estos planos de manera que su distancia se reduzca á la mitad, por ejemplo, es evidente, que si la velocidad de la molécula no varìa, los planos recibirán en el mismo tiempo un número de choques doble; por consiguiente, su tendencia al retroceso será tambien doble; pero tal no será el caso que discutimos: supongamos estos planos rígidos, la velocidad de la molécula no tiene desde este momento nada que dependa del estado molecular de los planos mismos á medida que se aproximan; su velocidad se unirá doblándose, á la molécula; he allí, en efecto, la ley de la reflexión de los cuerpos elásticos, ley que puede verificarse diariamente en el juego de billar; por ejemplo, es fácil ver que la esfera movida parte con una velocidad mayor que la de este martillo elástico, es además visible, que el aumento de velocidad tendrá lugar cuando uno de los planos se aproxima al otro, será la misma cualquiera que sea la velocidad de este plano, porque si este marcha, por ejemplo, muy lentamente, comunicará

á cada choque más débil aumento de velocidad á la molécula que si fuese mas vivo; pero habrá también mas choques dados, mientras que, si marcha muy vivo, la impulsión dada á cada choque será mayor, pero habrá menos choques dados sobre el mismo trayecto.

El incremento absoluto de velocidad de la molécula es pues, independiente del tiempo que emplea uno de los planos en aproximarse al otro y no depende más que del valor mismo de esta aproximación. Es fácil asegurarse que el exceso de fuerza viva que recibe la molécula, es directamente proporcional al producto de esta longitud por la presión ejercida sobre el plano.

Se vé, pues, con que facilidad se explica en esta hipótesis el aumento de temperatura de un cuerpo por la compresión. La temperatura absoluta de un cuerpo, no siendo otra cosa que la velocidad absoluta de las moléculas, el aumento mismo de temperatura no es otra cosa que el aumento de esta velocidad y se vé que el cuadrado de ésta es necesariamente proporcional al producto de la presión y del camino recorrido por nuestro plano, en otros términos, á la cantidad de acción gastada.

En lo que precede: 1.° hemos supuesto implicitamente los espacios recorridos por las moléculas, muy grandes con relación al radio de actividad donde sus atracciones recíprocas no pueden ser consideradas mas que procediendo según la ley de Newton. No tenemos, pues que ocuparnos más que de la velocidad uniforme que les hemos dado, desde el principio hemos así costituido un gas, cuyas moléculas son temporalmente independientes las unas de las otras. 2.° hemos supuesto rígidos los planos recibiendo los choques de cada molécula de manera que la velocidad de estas no podria de ninguna manera comunicarse á la materia misma de los planos; hemos en una palabra, supuesto las paredes impermeables al calórico.

Modifiquemos esta última condición y admitamos que por una ú otra razón, la velocidad de las moléculas permanece constante, mientras disminuimos sin cesar el volúmen del recipiente que contiene el gas. Las moléculas se aproximarán más y más, llegará un momento donde su atracción mútua no podrá ser despreciada, por cosiguiente la velocidad de una de ellas no podrá ser un instante uniforme. Desde entonces una parte de las moléculas cesarán de ser independientes, y se aproximarán, en la misma relación que la disminución del vaso aunque oscilando aún las unas con relación á las otras.

El gas para nosotros vendrá á ser parcialmente un cuerpo líquido, este puede ser considerado como una reunión de moléculas cuyas longitudes liniales de oscilación tocan exactamente el límite de su esfera de atracción recíproca; el gas exedente no es modificado en ningun sentido por su contacto con el líquido, puesto que la velocidad media de las moléculas no ha variado.

En lugar de disminuir el volúmen del gas restante, permitamos en adelante á la velocidad de las moléculas del líquido y del gas, disiparse demasiado al travéz de las paredes del vaso. Las moléculas del líquido por medio de este enfriamiento se aproximarán más y más, una nueva parte de las moléculas del gas se unirán perdiendo su velocidad y llegará un momento en que la extensión de sus oscilaciones será inferior al rádio de la esfera de atracción sensible, el líquido entonces se solidificará, tomará cohesión y formará él mismo pared. Un sólido no será pues otra cosa que una reunión de moléculas retenidas por la atracción en una posesión media determinada; pero oscilando al rededor de esta posesión con velocidades variables, quienes fijan precisamente el lìmite.

Tal es la hipótesis de Clausius para la interpretación de los fenómenos de calor.

Erratas importantes.

Página 2,	línea 21	dice:	"y una de otra.	léase:	"y uno de otro."
" 6,	" 31	,,:	"delgados."	":	"delgadas."
" 7,	" 31	,,:	"Agente sobre."	":	"Agente obre sobre."
" 8,	" 10	,,:	"Hidrosdinámica."	":	"Hidrodinámica."
" 17,	" 24	,,:	"enconmos."	":	"encontramos."
" 40,	" 23	,,:	"$\frac{G}{G'}=\frac{D^2}{D'^2}$"	":	"$\frac{G}{G'}=\frac{D'^2}{D^2}$"
" 41,	" 25	,,:	"g=-94,^{ms}13."	,,:	"h=-94,^{ms}13."
" 51,	" 5	,,:	"la y longitud."	,,:	"y la longitud."
" 52,	" 6	,,:	"g'=g sen á"	,,:	,,g=g sen a."
" 54,	,, 13	,,:	"necesarto."	,,:	"necesario."