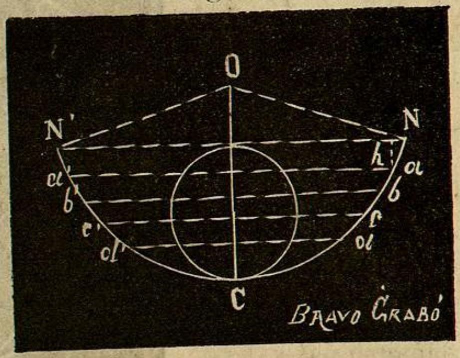
de los arcos: $\frac{a^2}{a'^2}=\frac{4r^2}{f^2}\times\frac{h}{2r}=\frac{2rh}{f^2}$, despejando á a^2, $a^2=\frac{2a'^2\,rh}{f^2}$.

Fig. 29.



Supongamos ahora un péndulo OC[fig. 29] y busquemos el tiempo que emplea en hacer una oscilación esto es, el tiempo que emplea en ir de N á N' en el supuesto de ser muy pequeña. Es claro que si se eleva la molécula C á N y se abandona á la acción de la gravedad, al cabo de cierto tiempo llegará á a adquiriendo una velocidad debida á la altura h y dada por la fórmula $v^2=2gh$. Sea $Na=a$ un arco muy pequeño; se puede considerar el movimiento como uniforme y el espacio será dado por la fórmula $a=vt$, $t=\frac{a}{v}$, elevando al cuadrado: $t^2=\frac{a^2}{v^2}$, sustituyendo por v^2 su valor: $t^2=\frac{a^2}{2gh}$ y poniendo en lugar de a^2 su valor encontrado antes: $t^2=\frac{2a'^2\,rh}{2ghf^2}=\frac{ra'^2}{gf^2}$; $t=\frac{a'}{f}\sqrt{\frac{r}{g}}$; este es el tiempo empleado en recorrer el arco Na; para otro arco $ab=b'$ será: $t'=\frac{b'}{f}\sqrt{\frac{r}{g}}$; y así sucesivamente hasta llegar á N'; sumando todos los valores de $t, t', t''\ldots$ & y llamando T esta suma: $T=\sqrt{\frac{r}{g}}\left[\frac{a'}{f}+\frac{b'}{f}+\frac{c'}{f}+\ldots\right]=\sqrt{\frac{r}{g}}\left[\frac{a'+b'+c'+\ldots}{f}\right]$; pero $a'+b'+c'+\ldots$ es la longitud de la pequeña circunferencia cuyo diámetro es f, luego:

$a'+b'+c'+\ldots=\pi f$ y $T=\sqrt{\frac{r}{g}}\times\frac{\pi f}{f}=\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$; y como r es la longitud del péndulo que se representa por l, $T=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, tiempo de una oscilación.

CAPITULO VI.

MAQUINAS.

40. Dáse el nombre de máquinas á los aparatos que sirven para utilizar la mayor cantidad de una fuerza ó bien para cambiar su dirección trasmitiéndola á distancia.

Las máquinas se dividen en simples y compuestas, las simples están formadas de una sola pieza sólida, compuestas las que están formadas de dos á mas simples.

Las máquinas simples son tres: Cuerdas, Palanca y Plano inclinado; sin embargo algunos autores consideran siete, agregando á las anteriores la Polea, Cuña, Torno y Tornillo; pero en realidad las cuatro últimas son derivadas de las primeras.

41. Cuerdas. Estas como se sabe, están formadas de un conjunto de fibras vegetales ó animales torcidas entre sí en hacesillos; y un conjunto de estos forman la cuerda mas ó menos gruesa según los usos á que se la destina.

Si una cuerda está atada en una de sus extremidades á un cuerpo resistente y en la otra extremidad se aplica una fuerza siguiendo su dirección, la cuerda se tiende y su tensión se mide por la misma fuerza que la tiende.

Si á las extremidades de una cuerda se aplican dos fuerzas iguales y de sentido contrario, la cuerda queda en equilibrio tendida por las dos fuerzas, y su tensión es igual á una de las fuerzas. Si las fuerzas aplicadas á sus extremidades son desiguales no habrá equilibrio, se gastará parte de una y de otra en vencer el peso de la cuerda y luego se moverá en el sentido de la fuerza mayor. Si suponemos que la cuerda no pesa, la resultante es igual á la diferencia de las fuerzas, y su tensión queda medida por la fuerza menor.

Un conjunto de cuerdas unidas entre sí por medio de nudos formando una red, constituye lo que se llama una máquina *funicular.*

42. Palanca. Esta máquina está formada de una barra recta ó curva, que se apoya sobre un punto ó eje al rededor del cual gira y que se llama eje ó punto de apoyo.

En toda palanca hay tres puntos importantes: el punto de apoyo, el en que se aplica la fuerza que se quiere utilizar, que generalmente se llama potencia, y el punto en que se quiere producir el efecto de la potencia sobre otra fuerza que se opone á ella y por esto se le llama resistencia. Según la pocisión que estos tres puntos tienen entre sí, la palanca toma distintos nombres y sus efectos son diferentes. Se llama palanca de primer género, cuando el punto de apoyo está entre la potencia y la resistencia, por ejemplo: en el juego que se llama *sube* y *baja;* la biga es la palanca y la potencia y resistencia que en este caso son alternativas, son los jóvenes que están en las extremidades, el punto de apoyo está en medio. Ejemplos semejantes nos ofrecen las tijeras que son palancas combinadas, las balanzas comunes de cordones ó cadenas y la romana.

Se dice que la palanca es de segundo género, cuando la resistencia está entre el punto de apoyo y la potencia, por ejemplo: las que se usan en algunas bombas, el uso que se hace de las puertas cerca de los goznes ó bisagras para romper las nueces, el remo cuyo apoyo es el agua, la resistencia la canoa y la potencia está aplicada en el punto donde se agarra.

La carretilla ó polea puede considerarse tambien como una palanca de segundo género, cuyo apoyo es el eje y la potencia se aplica en la extremidad del diámetro.

La palanca es de tercer género, cuando la potencia está entre el punto de apoyo y la resistencia, ejemplos: las tenazas de la cocina para cojer el carbón, las tenacillas de fumar, las palancas para mover las piedras de amolar y la mayor parte de pedales. En el organismo se encuentran muchas palancas de tercer género en todas las articulaciones.

Para que haya equilibrio en ésta máquina, es necesario que la resultante pase por el punto de apoyo y que la suma algebraica de los momentos de la potencia y resistencia sea nula, ó bien que los brazos de la potencia y resistencia estén en razón inversa de sus intensidades. Esta condición debe satisfacerse en la balanza, romana y báscula.

Si la palanca no ha de estar en equilibrio sino en movimiento, como pasa en las bombas y otros aparatos para ponerlos en movimiento, debe elegirse el género de palanca que mas convenga según el caso. Cuando funciona una palanca obsérvese que hay dos puntos móviles, los de la potencia y resistencia, y uno fijo el de apoyo; y es claro que si con una fuerza dada se quiere producir el mayor efecto posible; es necesario dar á la fuerza un brazo de palanca, lo mas largo posible con respecto al de la resistencia; pero entonces el punto de aplicación de la potencia tiene que moverse en un espacio muy grande, mientras el de la resistencia en un espacio muy chico.

Este principio lo vemos aplicado en las máquinas compuestas, movidas por palancas, por ejemplo: en la máquina de coser, la palanca que mueve el volante está aplicada muy cerca del eje de rotación y describe un círculo muy pequeño, mientras la palanca en que se aplica la potencia es larga y describe un gran círculo.

Si por el contrario, se cuenta con una gran potencia y se quiere producir á resistencias pequeñas, grandes desalojamientos, entonces hay que tomar pequeño el brazo de la potencia y muy largo el de la resistencia, por ejemplo: la articulación del codo nos presenta este caso; el músculo biceps que levanta el ánte-brazo y la mano, está aplicado al rádio muy cerca de la arculación, que es el punto de apoyo de la palanca de tercer género, y vemos que la mano describe un gran arco al rededor del codo.

En la palanca de primer género puede hacerse equilibrio á pesos muy grades, con solo aumentar el brazo de la potencia, ó á pesos muy pequeños aumentando el brazo de la resistencia.

En la de segundo género, casi siempre sucede que el brazo de la potencia es mayor que el de la resistencia, mientras pasa lo contrario en la de tercer género.

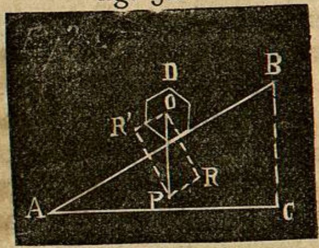
En general, pueden aplicarse á la palanca los teoremas demostrados para las fuerzas parelelas, y la teoría de los momentos.

Todas las balanzas no son más que aplicaciones de palancas combinadas.

PLANO INCLINADO.

43. Se dá este nombre á toda superficie que forma un ángulo agudo con un plano horizontal.

fig. 30.



Sea A. B. el plano inclinado (fig. 30), A. C. el horizontal, la perpendicular BC á AC se llama altura del plano inclinado. Supongamos que D sea un cuerpo que resbala á lo largo del plano, si este no existiera el cuerpo seguiría ladireccion de la vertical OP, y la intensidad de la fuerza con que caeria seria igual al peso del cuerpo; existiendo el plano, esta fuerza puede descomponerse en dos; en efecto sea o P el

peso, puede descomponerse en o R' paralela al plano y o R perpendicular; ésta última queda destruida por la resistencia del plano y solo queda o R' que es la que hace que resbale el cuerpo ó sea la componente útil; ésta puede determinarse cuando se conoce el peso del cuerpo, la y longitud y altura del plano. En efecto, los triángulos semejantes PoR' y ABC dan: $\frac{Po}{oR'} = \frac{AB}{BC}$. Si se llama l la longitud AB, h la altura BC, P el peso del cuerpo oP, y f la componente útil oR'; la fórmula se convierte en $\frac{P}{f} = \frac{l}{h}$ esto es, que el peso y la componente útil están en la misma relación que la longitud y la altura del plano inclinado.

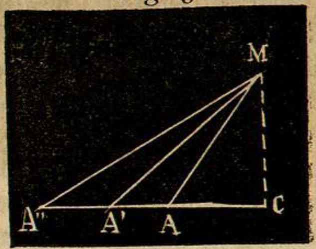
La componente útil f puede variar según el ángulo que el plano hace con el horizontal: en efecto, si hace un ángulo recto, f es igual á la gravedad del lugar. Si el ángulo es menor que un recto, como la componente oR se destruye, la aceleración f, es menor que la gravedad, y á medida que el ángulo disminuye f es más pequeña hasta ser nula cuando el plano es paralelo al horizontal, pues entonces todo el peso del cuerpo queda destruido por la resistencia del plano y el cuerpo puesto en cualquier punto queda en equilibrio. De todo esto se deduce, que pudiendo variar la componente útil f, puede hacerse de modo que sea suficientemente pequeña, para seguir al cuerpo en su caida y medir los espacios recorridos, y los tiempos empleados en recorrerlos; propiedad que utilizó Galileo para comprobar las leyes de la caida de los cuerpos.

44. Propiedades mecanicas de plano inclinado. La fuerza aceleratriz f puede expresarse en función del ángulo que hace el plano inclinado con el horizontal. Si a es este ángulo, el triángulo oR'P dá: $f = P$ sen a y si llamamos g' la aceleración y g la aceleración normal, esto es la gravedad del lugar, $g' = g$ sen a; y el triángulo ABC dá: $h = l$ sen a.

La velocidad adquirida por el cuerpo al acabar el plano, es independiente de su longitud y solo depende de su altura. En efecto, puesto que es un movimiento uniformemente acelerado, tiene por fórmulas: $l=\frac{g't^2}{2}$ y $v=g't$; eliminando á t entre estas ecuaciones: $t=\frac{v}{g'}$, y $l=\frac{v^2}{2g'}$, si en lugar de g' se pone su valor $g'=g$ sen á $=\frac{gh}{l}$, $l=\frac{v^2 l}{2gh}$ y $v^2=2gh$, $v=\sqrt{2gh}$, como se vé, la velocidad es la que adquiriría un cuerpo cayendo de una altura h.

Corolario I. Si se dejan caer desde un mismo punto varios cuerpos sobre planos de distinta inclinación MA, MA' y MA" (fig. 31,) todos adquieren la misma velocidad al llegar al plano horizontal y ésta sería para todos $v=\sqrt{2gh}$.

Fig. 31.

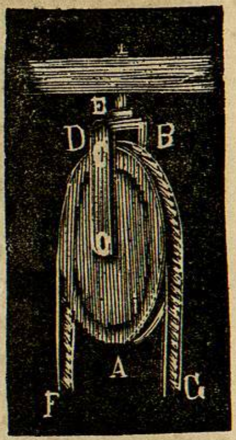


II. La velocidad adquirida al fin del plano, es también independiente de su inclinación.

La duración de la caida depende de la longitud. En efecto, la longitud y tiempo están ligados por la fórmula $l=\frac{g't^2}{2}$, si en lugar de g' se pone $g'=\frac{gh}{l}$; $l=\frac{ght^2}{2l}$, de donde $t^2=\frac{2l^2}{gh}$ y $t=l\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{gh}}$ Si ésta la comparamos con otra $t'=l'\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{gh'}}$, tenemos: $\frac{t}{t'}=\frac{l}{l'}\frac{\sqrt{h'}}{\sqrt{h}}$; si $h=h'$, $\frac{t}{t'}=\frac{l}{l'}$ lo que quiere decir que á igualdad de alturas los tiempos son proporcionales á las longitudes; y si $l=l'$, $\frac{t}{t'}=\frac{\sqrt{h'}}{\sqrt{h}}$; á igualdad de longitudes, los tiempos están en razón inversa de las alturas.

POLEA.

Fig. 32.



45. La polea ó carretilla (fig. 32,) está formada de una rueda de madera ó de metal, AB, en cuya circunferencia lleva una garganta ó ranura por la que se hace pasar una cuerda FG. Por el centro o de la rueda, pasa sin ajuste, es decir olgado, un eje resistente de fierro cuyos extremos se fijan sólidamente á dos placas B y D que abrazando la rueda ván á juntarse fuera de ella á un gancho ó perno E, que sirve para fijar el aparato; el conjunto de las placas y gancho toma el nombre de armadura.

Hay dos modos de usar esta máquina, el primero consiste en fijarla por el gancho ó perno á un punto fijo y entonces se llama polea fija [fig. 32.] El segundo, en fijar la cuerda por uno de sus extremos E (fig. 33,) y despues de sostenerla pasarla por una polea fija A. En este caso se llama polea móvil. En el primer caso á los extremos F y G se aplican: en uno la potencia y en el otro la resistencia. En la polea fija, la

Fig. 33.