

IX

LA ARITMÉTICA COMO ARTE

Objeto de la aritmética.—Antes de preguntar cómo se enseña la aritmética, bueno será saber para qué se enseña. Dos objetos se han de tener al enseñar una materia. (1) Que la cosa enseñada sea necesaria ó útil, y pueda ser aplicada á usos prácticos. (2) Que el efecto incidental de la enseñanza sea poner en juego y ejercitar ciertas facultades y capacidades, para que sirva á un fin real de la educación. Como lo hemos visto, entre las materias que enseñamos las unas tienen el primero de estos objetos, y las otras satisfacen á la segunda condición. Importa mucho, cualquiera que sea la materia que enseñemos, que nos proponamos uno de estos dos objetos, porque si las lecciones ó el asunto no tienen valor ni por utilidad práctica ni por el efecto que producen sobre las facultades generales y la capacidad del alumno, su enseñanza es del todo injustificable.

Arte y ciencia á un mismo tiempo.—Con respecto á la aritmética podemos decir que si se enseña como se debe cumplirá ambos fines. Sus reglas nos sirven mucho para ayudarnos á resolver los problemas de la vida real; y sus leyes y principios, siempre que se investiguen rectamente, sirven para poner en ejercicio las facultades mentales y para el adelanto y desarrollo ulterior

del que aprende. Esta es una de las materias más importantes de la instrucción escolar, y la que tiene más amplias aplicaciones, pues sus ideas y procedimientos pueden ser aplicados con provecho á otros ramos del saber. No se puede medir su utilidad intelectual atendiendo sólo á sus fines inmediatos. Es á un tiempo un arte y una ciencia: arte, porque supone un trabajo efectivo para llegar á resultados definidos y útiles; ciencia, porque investiga principios, y porque el que descubre las verdades que encierran las leyes de la aritmética se ejercita no sólo en el logro de un género particular de verdades acerca de los números sino en los procedimientos por los cuales se investiga y se alcanza la verdad de muchos otros géneros.

Considérase ordinariamente como un arte.—Es innecesario recordar que de estos dos aspectos ó usos de la aritmética, tan sólo asociamos el primero al nombre de ésta. En las escuelas se cree que estudiar aritmética es usar cifras para calcular y hacer sumas, y no razonar sobre los números, y así los textos de la materia no contienen otra cosa que ejercicios y problemas.

La enseñanza de la aritmética tal como se dió en las escuelas de Atenas ó de Alejandría á los contemporáneos de Sócrates ó de Alcibíades, ó más tarde en la Edad Media cuando compartió con la lógica, la geometría, la gramática, la retórica y la música la distinción de formar una de las materias principales de una educación cumplida, fué enseñada desde el punto de vista de sus principios, como disciplina lógica, como algo distinto de mera serie de reglas para resolver problemas. Se quiso, sin embargo, apoyar en ella algunas inútiles é insostenibles teorías acerca de las propiedades místicas de ciertos números, y se supuso que las relaciones numéricas suministraban la clave de ciertas cuestiones

morales y espirituales, con las que no tienen nada que hacer.

El lugar de la aritmética en un curso escolar.—Estamos tan acostumbrados á oír hablar de la aritmética como una de las partes indispensables en todo plan de enseñanza, que se excita la curiosidad hasta el punto de preguntar la razón de esto. Tienen siempre una misma categoría en esos planes la lectura, la escritura y la aritmética, y ocurre averiguar si hay coordinación entre ellas, y en qué sentido se relacionan. Pero el arte de la lectura ocupa el primer lugar en este moderno *trivium*, y no hay duda que con razón, porque es el instrumento de todas nuestras adquisiciones y se hace indispensable. No hay momento en la vida en que no constituya una gran diferencia para el individuo el saber leer ó no. Lo mismo sucede con el arte de la escritura, que es el instrumento principal de la comunicación, y que viene á ser de utilidad diaria, en una ú otra forma. ¿Pero ocurre con la misma frecuencia en la vida el ejercicio de contar, y hacer sumas? Fuera de la ejecución de sencillas adiciones y de lo que se necesita saber para revisar las partidas de una factura ó de una cuenta, son muy limitados los conocimientos de aritmética que necesita en la vida privada una persona. Para usos prácticos, no sirve más, como no sea al hombre de negocios, lo que aprenda sobre la historia de su propio país, ó sobre algunos principios elementales de física, que lo que pueda haber aprendido en la escuela sobre quebrados ó proporciones. Lo cierto es que, consideradas como *artes* prácticas, la lectura, la escritura y la aritmética no pueden ser clasificadas como elementos coordinados de educación; porque la última de ellas es bastante menos útil á la generalidad de los individuos, no sólo que las otras dos, sino que muchas otras que

podrían nombrarse; pero la escritura, la lectura y el ejercicio matemático ó lógico que pueda adquirirse en el trato con los números, sí tienen derecho á constituir los elementos primarios de la enseñanza. Y creo que de merecer la aritmética el alto lugar que convencionalmente se le ha señalado en nuestro sistema de educación, debe ser principalmente si se la considera como ejercicio lógico. Este es el único ramo de las matemáticas que ha hallado cabida en la educación elemental, pues otras partes de las ciencias exactas han sido reservadas para lo que se llama enseñanza superior ó universitaria; pero todos los argumentos que se aducen para enseñar álgebra ó trigonometría á los estudiantes de clases elevadas, pueden aplicarse igualmente á la enseñanza de los principios ó teoría de la aritmética á los niños de una escuela, porque el mismo objeto que se proponen con aquélla se trata de conseguir con ésta: poner en ejercicio ciertas facultades que no pueden ejercitarse con la misma propiedad en otros ramos de la enseñanza. En suma, la aritmética como ciencia sirve tanto á las necesidades del principiante, esto es, viene á serle completamente ininteligible, como las matemáticas superiores á los estudiantes universitarios.

La aritmética tiene con la educación de una niña la misma relación que con la de un niño.—La razón para que el estudio de la aritmética no haya sido favorito en las escuelas de niñas, habrá sido probablemente por haber sido mirado desde un punto de vista puramente práctico. Las maestras, por regla general, no toman mucho interés en él, ni tratan de despertar el entusiasmo de sus alumnas. Si no se desanima á las niñas ó jóvenes, por lo menos ellas llegan á comprender que el estudio de la aritmética no es propio de las mujeres, que es innecesario y vulgar; y no hay que negar

que están en su derecho las que así proceden, si se fundan en la noción que tienen de la aritmética. Si el estudio de esta ha de reducirse á un conjunto de artificios para hacer sumas ; si la enseñanza del arte no tiene otro objeto que formar personas hábiles para desempeñar un oficio en tiendas ó en casas de comercio, entonces va bien guiada la tendencia de las maestras y discípulas contra la aritmética ; pero si tal estudio ha de dar fruto intelectual, si ayuda á ejercitar y á concentrar la atención, á poner bajo dominio la facultad razonadora, á mostrar de qué manera se pasa de lo conocido á lo desconocido, á hacernos capaces de percibir la naturaleza del sofisma y de distinguir las dos partes que separan la línea divisoria de la verdad y de lo falso ; si, en suma, el estudio de la aritmética ha de ayudar principalmente á hacer conocer la verdad y la manera de llegar á ella, entonces se relaciona tanto con las necesidades de la mujer como con las del hombre, porque ella también tiene problemas intelectuales que resolver, libros que leer y opiniones que formar, y alcanzará tanto éxito en todo esto como buena educación y disciplina lleve á su trabajo.

El lado práctico de la aritmética.—Baste esto al presente para que se conozcan los fines primordiales que deben considerarse en la enseñanza de la aritmética, y hablemos de los subordinados, que no deben ser perdidos de vista. No es cosa despreciable el ser buen calculador y el saber aplicar las reglas de aritmética, diestra y seguramente, á la administración de una renta, á la dirección de los negocios, á la estadística, á los promedios, á los cálculos científicos y políticos y al gran número de problemas que se presentan en la vida. Y aunque debe mirarse siempre á los objetos principales del estudio de la aritmética, no es perdido el tiempo

que se emplea en conseguir los secundarios. Los conocimientos aritméticos que forman al buen calculador, al que ejecuta las operaciones pronta y exactamente, son muy dignos de adquirirse ; pero no debe exagerarse su importancia hasta el punto de creer que todo haya de ser estudio de matemáticas.

La aritmética tiene, pues, dos usos muy distintos : 1º su uso práctico y directo como instrumento para la solución de los problemas ; y 2º, su uso indirecto ó científico como medio de desarrollar las facultades de razonamiento. Los dos objetos pueden separarse prácticamente, pero como asunto de hecho deben ser tratados en conjunto. No se puede conseguir el uno sin el auxilio del otro, pues no puede enseñarse aritmética práctica, ni aun su más sencillo ejercicio, prescindiendo absolutamente de la disciplina mental ; y las leyes de la aritmética no pueden explicarse al niño con claridad sin darle algunas reglas de uso práctico. Sin embargo, se pueden tratar con ventaja los dos objetos separadamente, y al presente trataremos de la manera de enseñar la aritmética como *arte*.

Computación.—Tres cualidades caracterizan al buen calculador. La prontitud, la seguridad completa, y aquella destreza ó flexibilidad de entendimiento que le permite apoderarse al instante del sentido real de una cuestión, y aplicar el mejor método para resolverla. ¿Cómo se consiguen estas tres cualidades ?

Los primeros ejercicios deben ser concretos, no abstractos.—Lo primero que debe tenerse en cuenta es la verdad familiar de que las primeras nociones del niño sobre los números son concretas y no abstractas. El niño sabe lo que significan tres rosas ó tres sillas, antes de que pueda hacer abstracción del número 3 como entidad separada, y así, para enseñarle á contar debe

comenzarse con ejercicios sobre objetos, para lo cual es de mucha utilidad el *ábaco*. Hágasele contar también los objetos que haya en el cuarto, las partes de que se componen las vidrieras de la ventana, un puñado de guijarros, los cuadros que están sobre la pared, y el número de niños de la clase. No se le critique porque al principio cuente con los dedos; déjesele proceder como á bien tenga. En unos niños se desarrolla más pronto que en otros la facultad de concebir los números abstractos y de aprender á combinarlos sin ilustraciones visibles ó tangibles. Mientras adquieren dicha facultad válganse de los medios que ellos prefieran para responder correctamente á lo que se les pregunte, pues lo demás vendrá luego. Las primeras cuestiones ó problemas sencillos que se presenten á los niños pueden referirse á manzanas, naranjas ó aquellos objetos que les sean más familiares; pero no se continúe usando mucho tiempo de estos artificios. No se les muestre ábaco ni se les hable de nueces ni de naranjas cuando ya no necesiten de auxiliares para comprender el sentido abstracto de $6+5$. El buen maestro debe conocer cuándo ha llegado este tiempo, para prescindir entonces de las ilustraciones concretas de que ha venido sirviéndose.

Necesidad de una disciplina rigurosa.—Recuérdese también que las lecciones de aritmética son de las que más disciplina necesitan. El método y el ejercicio que exige una clase de lectura ó de geografía no serían suficientes para otra de aritmética. En esta es donde los alumnos pueden más fácilmente copiar el trabajo ajeno y servirse unos á otros de *apuntadores*; y si eso no se evita sus verdaderos adelantos serán muy pocos. Es muy importante que un alumno aprenda á confiar en la exactitud de sus cálculos. Si tiene algún indicio del resultado y hace como que lo busca conociéndolo ya;

si le dicen al oído alguna palabra ó cifra que le sirva de guía, la situación á que llegue no la debe á esfuerzos propios, y poco ó nada aprenderá. Es, pues, esencial que en la clase haya tanta disciplina, que se haga imposible el que los alumnos se auxilien unos á otros con indebidas sugerencias, ó el que puedan copiar los resultados. Se perderá el tiempo si para impedir esto se habla de honor á los niños y de que es indigno acudir á dichos medios para contestar, pues ellos no entenderán de eso y tratarán siempre de copiarse unos á otros sin que les ocurra el menor escrúpulo de que están obrando mal; tal arbitrio podrá ser mejor para usarlo con estudiantes de facultad mayor. Lo que debe hacerse es evitar de otro modo dichos peligros; lo que podrá conseguirse dando á cada uno ejercicios diferentes, y así los que están juntos no buscarán un mismo resultado, ó colocándolos en posiciones convenientes, distantes unos de otros, y teniéndolos bajo rigurosa vigilancia.

Los ejercicios deben proponerse de palabra, no en guarismos.—Soy de parecer que muchas cantidades debieran darse de palabra y no en cifras. Recuérdese que las cuestiones en la vida no se nos presentan en forma de sumas, sino en otra que necesitamos traducir en sumas; y que este trabajo de trasladar la cuestión de la forma ordinaria á la adoptada en los libros de aritmética es frecuentemente más pesado que el mismo de ejecutar la suma; v. g.: Réstese 3,018 de 10,000. En una escuela mal dirigida el niño pregunta primero qué regla debe aplicarse y después cómo deben colocarse los datos, preguntas que él debiera saber contestar.

Desde el momento en que un niño encuentra dificultad en reconocer un ejercicio en una regla dada, bajo cualquier disfraz, por poco familiar que le sea, debe es-

tarse seguro de que no entiende la regla y de que no se le debe enseñar otra más avanzada.

Antes de pasar de una operación á otra es muy útil, para ayudar á esta clase de versatilidad ó de expedición, no sólo el que los mismos maestros se ejerciten en la formación de nuevos ejercicios, sino que estimulen á sus alumnos para inventar nuevas cuestiones. El hábito de trabajar en la formación de nuevos ejemplos hará que el niño se poseione bien del verdadero sentido de una operación aritmética, y además, con esta clase de ejercicios, habrá más animación en la clase.

Las respuestas deben apartarse de la vista.—Mientras se trabaja no debe permitirse que se haga referencia alguna á la respuesta. Deben ocultarse á los alumnos las respuestas impresas á las cuestiones aritméticas, aunque sea muy difícil conseguirlo. De todos modos el maestro debe estar en guardia contra la tendencia de los niños á mirar furtivamente la respuesta, antes de haber terminado la operación, para trabajar como buscando un resultado que ya conocen. Si el que obtienen no está de acuerdo con éste, alteran las cifras, ó introducen nuevos factores para arreglarlo todo á su modo y llegar al resultado conocido; y una suma ó una resta así obtenida no es de ninguna utilidad.

Los ejercicios cortos y numerosos son preferibles á los extensos en número reducido.—Es mejor dar al alumno numerosos ejercicios cortos formados con irregularidad, que usar aquellos de largas series de cifras que contienen los textos de las escuelas, los cuales son más inconvenientes para el maestro por cuanto le ocupan mucho tiempo para revisarlos. Una larga suma en que todos los sumandos tengan una misma extensión y lleguen todos á centenas de millón, es de menos utilidad que sumar diez y siete, ciento veinte, mil trescientos veinti-

séis, veintisiete y cinco, etc. Muchos niños incapaces de ejecutar la primera, podrán hacer la segunda. Sin embargo, de cuando en cuando es bueno dar un ejercicio largo para poner á prueba la atención sostenida y la continuidad del pensamiento y asegurar la atención.

Recapitulación.—Antes de pasar á una nueva operación dícense unos cuantos ejercicios que sirvan no sólo para practicar la inmediata anterior sino las precedentes. No hay verdadero adelanto si se permite perder de vista alguna de las reglas elementales.

Es imperiosa la necesidad de que no se dé paso adelante sin que se haya entendido y sin que se sepa bien lo anterior. Todos los ejercicios deben ser graduales, y los ejemplos han de formarse con tanto cuidado, que en cada uno se ejercite lo enseñado anteriormente y se fijen más y más las reglas ya dadas. No conozco texto alguno en que se haya atendido lo suficiente á estas indicaciones, y así el maestro debe completarlos con ejercicios varios, arreglados en su libro de notas para que de allí los dicte á los alumnos sin que estos sepan la regla que trata de ilustrarse con ellos ni la operación á que se refieren.

Aritmética oral ó mental.—Consideremos ahora el uso que el alumno hace de la pizarra ó del papel cuando está ejecutando algún cálculo. El objeto de las reglas es, por supuesto, mostrar cómo un largo ó complicado problema, que no puede ser resuelto por un solo esfuerzo de la mente, puede resolverse en un número de problemas separados y lo bastante sencillo cada uno de ellos para que pueda trabajarse en él. Obtenida así cada suma, multiplicación ó división, la escribimos para auxiliar la memoria, y podemos pasar al ejercicio siguiente. Es evidente que el mérito y la exactitud del resultado general depende de la corrección con que se hayan re-

suelto los problemas parciales. Antes de poner á trabajar á un niño en un problema es bueno darle ejercicios orales sobre números sueltos.

La aritmética oral ó mental ha sido por largo tiempo un ejercicio favorito en las escuelas elementales, pero muy descuidado en las superiores; lo cual depende del uso técnico y restringido que se ha hecho de los ejercicios. En los manuales de aritmética mental se saca ventaja de las menores facilidades accidentales ó semejanzas que ofrecen números particulares, y se fundan las reglas sobre ellas.

Su abuso.—Cada una de estas reglas puede facilitar los cálculos, pero son muy raras las ocasiones en que ocurren casos iguales, y estas reglas ayudan poco al estudiante que tiene la memoria ocupada con ellas; más bien le perjudican cuando necesitan resolver problemas que difieran algo de los propuestos en el libro. Tales reglas parecen más útiles de lo que son, y cuando los niños que las han aprendido son examinados en público por personas que están en el secreto, los resultados dejan de ser satisfactorios. Asistí no hace mucho á un examen de cálculo oral en una escuela intermedia de algunas pretensiones, y el maestro de aritmética trataba como de probar la habilidad de los alumnos, mas los ejercicios propuestos eran la aplicación de algunas de esas reglas. También les propuso algunos ejercicios de adición rápida que eran respondidos con una prontitud y rapidez que admiraban: v. g.

$$73+27+65=\text{Respuesta, } 165$$

$$18+82+37+63+15=\text{Respuesta, } 215.$$

Después de que habían sido presentados seis ó siete ejemplos de esta clase, observé que las dos primeras cantidades de cada grupo sumaban ciento, y lo mismo las dos siguientes; y que todos los demás ejemplos es-

taban formados sobre la misma base. Muchos de los del auditorio no descubrieron esto, pero por supuesto que los niños estaban en el secreto y de acuerdo con el maestro en la impostura. Conocedores muchos buenos maestros de que lo que se llama aritmética mental es una farsa, han desacreditado justamente su enseñanza.

Su utilidad.—Pero la aritmética mental que realmente es útil no consiste en el ejercicio de algunas reglas, sino en el de problemas rápidos, variados é irregulares en todas las formas que puede tomar el cálculo. Difiere de la aritmética escrita en el uso de cifras de poco valor en vez de grandes cantidades. Antes de presentar ejercicios escritos para ilustrar una regla, deben hacerse varios orales para familiarizar á los alumnos con la naturaleza de una operación. Esclareceré esto con algunos ejemplos:

Ejemplos de ejercicios orales.—(1) *Adición y Substracción.* Tómese el número 3, agrésele á 1 y hágase lo mismo con cada una de las sumas que resulten, hasta 50.

1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, etc.
Lo mismo con 7: 1, 8, 15, 22, 29, 36, 43, 50, 57, 64, 71.
Tómese luego 50 ó 100, y váyase restando, sucesiva y rápidamente, 3 ó 7 ú 11 cada vez.

Se observará que hay algunas combinaciones menos fáciles que otras. Se emplea, v. g., más tiempo para decir el número que resulta al quitar 3 de 32, ó para decir 21 después de 18 que para dar otras respuestas. Observando esto se puede proponer una larga serie de ejercicios así: $28+3$, $48+3$; $42-3$; $21-3$, etc., en que entran esas combinaciones ú otras semejantes.

Si se van eligiendo ciertos números para hacer ejercicios de suma y resta con cada uno de los nueve dígitos, se obtendrán casi todas las combinaciones posibles

de estos dígitos. No se pierda de vista que cuando se ha cometido un error al formar por suma una serie de cifras, se puede buscar en ciertos números como el 8 y el 7 ó el 9 y el 5, que son los que habitualmente presentan más dificultad que los otros. Sólo la práctica puede evitar errores y dificultades, y por tanto desde que se observe que se encuentra alguna en combinaciones ó subtracciones especiales, es bueno trabajar en ellas hasta que vengan á sernos familiares, hasta que la sola vista de 8 y 7 sugiera instantáneamente 15 como la unidad de la suma, y la subtracción de 6 de cantidades que terminen en 3 sugiera 7.

(2) Son interesantes y no requieren pizarra ni papel los ejercicios que pueden hacerse sobre monedas, como sumar centavos y pesos, hacer reducciones de unos á otros, y de la moneda del país á la extranjera y viceversa. Como en las naciones hispano-americanas, por ejemplo, hay para la moneda nombres y subdivisiones legales y otros sistemas que se usan en el trato ordinario, debe también procurarse que los alumnos se ejerciten en las reducciones de pesos á reales, á medios y á cuartillos y viceversa.

(3) *Cálculos de tiempo.* Con las horas, como 3, 8, 12, 24; con la fecha y el día de la semana, y tres días, cuatro semanas, diez y siete horas, dos meses después; y de un modo semejante, cálculos sencillos sobre las medidas de longitud y sobre pesos, pueden ser muy buenos como preliminares de los ejercicios escritos.

(4) *Fraciones.* Los primeros ejercicios orales deben versar sobre cantidades familiares referentes á monedas, y sobre productos ya conocidos en la tabla de multiplicación, y pueden graduarse así:

(a) 1 cuarto, 1 tercio, 1 quinto de peso, de peseta, de franco, ó de chelín.

(b) $\frac{2}{3}$ de 6 reales, $\frac{3}{4}$ de 1 peso, $\frac{5}{6}$ de peseta.

(c) ¿Cuál es el número cuya quinta parte es $\frac{5}{6}$; cuya cuarta parte es $\frac{2}{3}$; cuya décima parte es $\frac{5}{6}$, etc.?

(d) Hallar otros quebrados iguales á $\frac{2}{3}$, á $\frac{4}{6}$, á $\frac{1}{2}$, á $\frac{5}{6}$, etc.

(e) $\frac{7}{12}$ de 1 pie, $\frac{3}{4}$ de 1 libra, $\frac{2}{7}$ de 1 semana, $\frac{3}{15}$ de una hora, etc.

Si se eligen ejemplos de fracciones que no presenten complicaciones ni residuos, y que puedan hacerse variados, se puede adelantar mucho en los quebrados antes de hablar de numeradores y denominadores ó de dar regla alguna.

(5) *Ejercicios sobre números especiales.* (a) Mitad, tercera, cuarta, quinceava, décimasexta parte, etc., del número 60.

(b) Hallar dos, tres, cuatro números que sumen sesenta; 24 y 36, 18 y 42, etc.; 11, 14 y 35; 21, 19 y 20; 12, 20, 18 y 10, etc.

(c) Restar de 60, rápida y sucesivamente, 4, 7, 11, 8, 3, etc.

(d) Hallar $\frac{3}{4}$ de 60, y $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{13}{10}$, $\frac{17}{10}$, etc.

(e) Dense los componentes de sesenta pesetas, de sesenta reales, de sesenta onzas, de sesenta horas, de sesenta varas.

(f) De cuántas maneras puede hacerse un pago de sesenta reales.

(6) *Proporción.* (a) Qué otras cifras representan la misma relación que 5 : 7, 3 : 8, 15 : 21, etc.

(b) Hallar una cuarta proporcional á 2 : 3 :: 4; á 5 : 6 :: 10; á 7 : 12 :: 6; \$4 : \$3 :: \$8; 2c. : 9c. :: 4c.

(c) Hallar dos pares de factores cuyos productos sean iguales, y arreglarlos de modo que formen proporción: v. g., $5 \times 24 = 8 \times 15$; $5 : 15 :: 8 : 24$; $6 : 24 ; 15 :: 8 : 5$, etc.

Un buen maestro podrá formar por sí mismo centenares de ejemplos semejantes sin ayuda de texto. En ellos no hay engaño ni artificio, y contribuirán á los progresos de los alumnos en el cálculo; adquirirán ligereza, versatilidad y exactitud, y se prepararán muy bien para los problemas escritos. Recuérdese el principio general de que la naturaleza de cada procedimiento debe hacerse familiar por ejercicios orales antes de recurrir á la pluma ó al lápiz, y que en los ejercicios orales debe exigirse la misma exactitud que en los problemas escritos, pues no difieren sino en la extensión y en el hecho de que cada problema requiere solamente uno ó á lo más dos esfuerzos mentales y que da por resultado números que pueden ser recordados sin ayuda de la vista. El maestro que dirige tales ejercicios necesita una mente muy activa, y cuando los dirige bien desarrolla las facultades pensadoras del niño, concentra su atención y suministra excelente disciplina para la prontitud y flexibilidad de pensamiento.

Uso de objetos cercanos y familiares como unidades de medida.—Al comenzar las lecciones sobre monedas, pesos y medidas, debe hacerse uso de la moneda corriente, tomando algunas de ellas para dárselas á contar al alumno. En las escuelas de Francia y en las de Bélgica no sólo hay un diagrama que muestra la forma y proporción de los pesos y medidas legales, sino que cada escuela posee un juego de pesos y de medidas, para que el niño las tome y las use, y se ejercite en medir y pesar y escribir los resultados de sus operaciones. Deben conocerse bien las dimensiones de la sala de clases y las de los muebles de la escuela, y debe marcarse en la pared la longitud de un metro para que sirva de modelo cuando se trate de medir ó de hablar de la extensión. El maestro ha de conocer muy bien el área del patio de

recreo, la longitud y anchura de las calles ó caminos que están en la vecindad de la escuela; la distancia de ésta á la iglesia ó algún otro edificio notable y conocido, y la altura de alguna torre, para referirse á ellas cuando tenga que hablar de distancias. Ha de mostrarse á los niños que el quinto de peso ó la peseta tiene un diámetro de tantos milímetros y que puede medirse con ella la extensión de un escritorio ó las dimensiones de un cuaderno de escritura. Sucede frecuentemente que un niño no sabe trazar una línea de tres centímetros de largo, ni decir cuánto ha andado desde la iglesia hasta su casa, ni cuánto pesa el libro que tiene entre sus manos, ni qué distancia hay de su casa al río, ni cuál es la altura aproximada de un edificio, ni la longitud de sus dos brazos, ni tiene, en fin, noción elemental alguna sobre el sistema de pesos y medidas.

Pesos y medidas.—Los pesos y medidas son siempre el tropiezo que se encuentra en la enseñanza. Los libros nos dan una formidable lista de tablas, y se hace que los niños las aprendan de memoria, cuando ellos sólo necesitan aprender aquellas que son de uso constante, v. g. los pesos del comercio, las medidas de longitud y el número de metros cuadrados que tiene el área; pero no los pesos de farmacia, ni las medidas que no sean de uso diario ni legal. Trábase por desterrar del todo las medidas antiguas y no se recargue la memoria de los niños sino con lo que sea absolutamente necesario.

Rapidez en el cálculo.—Los ejercicios de cálculo rápido ayudan mucho á concentrar la atención. Las competencias entre los alumnos convienen mucho, pues cuando se fija, v. g., media hora para ver qué alumno resuelve más casos, se avivan mucho sus facultades y se fijan notablemente en el asunto. En aritmética no sucede lo que en otras materias, en las que perjudica la

ligereza y viene á ser causa de error ; por el contrario, la lentitud y la deliberación son las que deben evitarse. Los intervalos son en estos casos de poco ó de ningún valor y sólo sirven para extraviar al pensamiento. Los mejores calculadores son los que proceden con tanta rapidez que se abstraen de lo que les rodea y no piensan sino en el problema que están resolviendo.

Exactitud.—No debe olvidarse que la aritmética, como todas las otras ciencias exactas, tiene la ventaja de no dar sino resultados que son absolutamente ciertos, lo que no pueden reclamar otras ciencias. Cuando llegamos á un resultado en deducción matemática y puramente lógica sabemos si es exacto ó inexacto, pues en la exactitud no hay grados ; si una respuesta es correcta, todas las otras posibles no lo son. De esta suerte, si buscamos en la aritmética la precisión y la exactitud que está destinada á darnos en sus resultados, no debemos contentarnos con los que se acerquen á la exactitud. Es esencial la entera corrección en la respuesta, y el maestro debe dar mucha importancia á la exactitud del residuo y de lo que parezca ser más insignificante en las respuestas. En matemáticas no hay detalle insignificante : todo es esencial.

Respuestas aproximadas.—Algunas veces se obtendrán resultados no sólo erróneos, sino descabellados y absurdos ; se pregunta, v. g., qué tanto por ciento se ha ganado, y el alumno responde con una suma de millares de pesos ; ó se hace una pregunta que exige por respuesta una expresión de tiempo, y se contesta con un número de pesos ó centavos. Es bueno para prevenir esto solicitar del alumno que diga aproximadamente, y antes de que resuelva el problema, qué espera le resulte y cuánto ; por qué sabe, por ejemplo, que el número no puede pasar de un millón ni bajar de veinte, y

cómo ha averiguado el género de lo que de busca. De su respuesta se puede deducir si el alumno progresa ó no, y si sucede lo último debe buscarse el remedio que ha de ponerse.

Ingenio.—Cuando se enseña el arte de calcular, es del caso destinar algunos ejercicios al cultivo del ingenio, los cuales suelen estar en relación con los diferentes métodos de comprobar la solución de un problema. Hallada esta, pueden cambiarse de lugar los datos y lo que se pedía para que los estudiantes formen nuevos problemas, de tal modo que cada uno de los factores en el problema primitivo venga á formar á su vez el resultado. Otro método es el de trabajar fuera de la clase en la solución de un largo problema, é invitar después á los estudiantes á que digan cuál ha sido el procedimiento seguido, y cuáles de las cifras colocadas no son esenciales para obtener el resultado. El estudiante debe siempre buscar los métodos más abreviados para trabajar, sirviéndose de su propia experiencia.

Reglas comerciales.—Estimo como un error el que se mida la utilidad práctica de los ejercicios aritméticos por su visible relación con el comercio, y con los negocios de la vida. Por supuesto que es importante el que muchos de los problemas que se propongan se asemejen en lo posible á los que se presentan en el comercio. Los meros acertijos inventados por los autores parecen muy ilusorios á los niños, y estos se encuentran más dispuestos á hacer frente á las cuestiones prácticas con que hayan de tropezar al salir de la escuela. Los maestros deben ejercitar á los alumnos en operaciones sobre ganancias, rentas y gastos de las familias á cuya clase pertenezcan ellos. Deben formar problemas basados en los datos que ofrezcan los periódicos del día, como precios corrientes, nacimientos y defunciones, produc-

tos de las diferentes empresas é industrias del país, jornales de obreros, etc. Serían de mucho provecho también para ellos ejemplos sencillos referentes á recibos, y al uso de libros usados en la teneduría, pero en relación con los cambios al por menor, que son los que están más al alcance de ellos.

Pero no se crea que los ejercicios que no tienen relación ostensible con los negocios de la vida real sean de valor inferior para los fines prácticos. Lo que toma generalmente el nombre de reglas comerciales, como los descuentos, y las taras, etc., es modificado al aplicarlo en las casas de comercio y en los bancos, y son menos útiles de lo que parecen en su inmediata aplicación á los negocios. Un conocido banquero de Londres me decía una vez: "Lo primero que exijo de un dependiente, después de una buena conducta y de que no tenga malos amigos, es su buena forma de letra y que haya sido enseñado inteligentemente, con especialidad en aritmética, y que no haya aprendido teneduría de libros. Tenemos nuestro método especial de llevar cuentas, y los sistemas de teneduría enseñados en las escuelas contienen gran número de términos técnicos que no usamos, y que retardan mucho y perjudican el aprendizaje de aquel método. Si él posee solamente buenos conocimientos generales sobre los principios aritméticos, en menos de una semana podemos enseñarle todo lo relativo á los libros de nuestra casa." Tal vez sea un caso excepcional, pero estoy convencido de que es un error el pretender anticipar la aplicación de la aritmética á los negocios particulares á que un alumno pueda luego dedicarse.

Otras formas de aplicación práctica.—La aplicación de la aritmética á la solución de los problemas se limita en los libros á lo que se llama los negocios; pero el

comercio, después de todo, no es sino uno, aunque muy importante, de los usos á los cuales la aritmética se destina en la vida, pues hay muchos interesantes y variados asuntos á los que podrá aplicarse con ventaja: v. g.

La computación del tiempo con relación á la caída de los cuerpos.

La conversión de los pesos y medidas de un sistema á otro.

Hallar la longitud de la circunferencia y del radio, y el área de los círculos y de los cuadrados.

Medir el sitio de recreo de los niños, ó un campo vecino, ó algún otro espacio de terreno que no ofrezca gran dificultad.

El uso exacto de las tablas de seguros.

El uso de las tablas logarítmicas, y la resolución de los triángulos por medio de ellas; su aplicación á determinar la altura de las montañas, ó de las torres, y la anchura de los ríos.

La diferencia de hora entre varias ciudades cuyas longitudes se conozcan.

La medida de distancias en un mapa que tenga una escala de millas ó de kilómetros adjunta.

Conocer la temperatura por medio del termómetro y reducir grados del de Fahrenheit á los del centígrado y viceversa.

La estadística sobre asistencia á la escuela y el método de computar el término medio de ella.

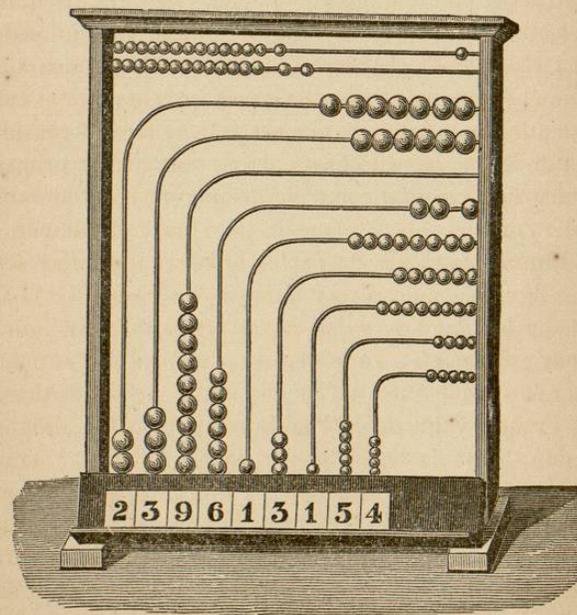
Estas varias aplicaciones de la aritmética son de gran utilidad, pero no debe estimarse su valor por el uso más ó menos práctico que tenga cada una de ellas. El verdadero objeto de los ejercicios de la aritmética práctica es cultivar la facultad general, la abundancia de recursos intelectuales, y la rapidez en el manejo de los números; el hábito de comprender en su conjunto un

nuevo problema, de entender sus relaciones y de aplicar la mejor regla para su solución. La facultad de este género es valiosa no sólo en negocios y en cosas semejantes sino en la vida práctica é intelectual de aquellos niños que no están destinados al comercio. Esta ligereza y versatilidad lo mismo se alcanzan familiarizándose con la solución de problemas de sentido abstracto que con la de aquellos en los cuales se use ostensiblemente la fraseología de la tiendas ó de la lonja ó bolsa.

Geometría práctica.—Hay otro ramo de las matemáticas que ha tenido cabida en las escuelas, que se asemeja á la aritmética por ser un arte de útiles aplicaciones prácticas, y por suministrar ejercicios de pura disciplina intelectual. Desde los tiempos de Platón y Arquímedes se ha reconocido el valor de la geometría demostrada, desde el último punto de vista, pero creo que por el lado de su utilidad práctica la geometría debe ser más considerada de lo que ha sido hasta ahora, tanto en la primera enseñanza elemental como en la superior. Á todo niño debiera enseñársele á manejar la regla y el compás, el cuadrante y la escala de partes iguales; á dibujar sencillas figuras geométricas y á dar la explicación de ellas; á medir los ángulos y las rectas, y á construir figuras planas ordinarias. Todo esto se enseña á los alumnos como parte del curso en las mejores escuelas de Alemania, Francia y Suiza. El maestro dicta á los alumnos los datos para la construcción de las figuras: "Trace una recta de 15 centímetros de largo, otra que forme con ella un ángulo de 35° , otra de una longitud dada á la derecha y á la izquierda etc., hasta que ellos construyen dichas figuras cuyas cualidades y dimensiones son explicadas y discutidas en la clase. La reglas principales de geometría práctica son comparativamente pocas; el ejercicio es interesante, y sirve como para aliviar al

alumno de las tareas pesadas, para familiarizarle con las propiedades del círculo, de los triángulos, ó de los paralelógramos, y para hacer más inteligible el futuro estudio científico de la geometría. Para aquellos que no puedan nunca aprender á Euclides ni aun el sistema moderno de la geometría demostrada que parece destinado á reemplazarlo, el dibujo geométrico será de gran valor para permitirles juzgar mejor de las alturas y distancias, y conocer al menos las principales propiedades de las figuras sólidas y planas.

Nota sobre la forma del ábaco.—El ábaco reformado que se usa en las escuelas francesas ofrece ventajas



sobre el cuadrado chino de varillas horizontales que se usa en las escuelas inglesas. Se construye como lo

manifiesta el grabado que aparece en la página precedente.

Por medio de este instrumento pueden hacerse muchos ejercicios sobre sumas y combinación de números; y las rectas verticales pueden ser útiles para explicar el principio de nuestra numeración, y la necesidad de formar en columnas las centenas, las decenas y las unidades.



X

LA ARITMÉTICA COMO CIENCIA

DESPUÉS de haber establecido las reglas que deben guiar al maestro en su tarea de hacer que el arte de calcular y de medir vengan á formar parte de la educación, se hace necesario considerar más detenidamente el lado científico de la aritmética y las razones para enseñarla como disciplina intelectual aun con preferencia á lo que se merece por su utilidad práctica.

Ciencia.—Debemos convenir en que uno de los fines principales de nuestra vida intelectual es la adquisición de la verdad, y en que á una de las cosas á que vamos á la escuela es á aprender á adquirirla. La mera acumulación de hechos y de informes no es bastante á satisfacerlos. La diferencia entre el sabio y el que no lo es consiste menos en las cosas que sabe que en el modo de saberlas. Llamamos ciencia á la aritmética, y ciencia, puede decirse, significa conocimiento; pero hay un gran número de conocimientos que no constituyen ciencia. La ciencia propiamente dicha viene á ser los conocimientos ordenados; el conocimiento de las cosas, de los hechos y de los acontecimientos en su verdadera relación y coordinación, sus antecedentes y consecuencias; el conocimiento de cada fenómeno separado en el variable panorama de la vida como ilustración de algún principio ó ley, más vasto, más elevado y más duradero que él