29.—¿Por qué deben ser homogéneas las cantidades que se restan? 30.—¿Qué sucede con la diferencia entre dos cantidades cuando á ambas se les agrega ó quita un mismo número?—¿Cuál es la regla para restar los números enteros? 33.—¿Qué se hace cuando alguno de los guarismos del minuendo es menor que el correspondiente del sustraendo? 33.—¿Cómo se comprueba la resta? 34.

PROBLEMAS.

17.—Restar de 208.865,401 el número 99,683,582 y hacer la prueba.

18.—Restar de 10.000,574 el número 9.998,632 y hacer la prueba.

19.—Una persona compró una hacienda de campo en 309,000 pesos, y habiendo pagado en diversas partidas 175,458 pesos, se quiere saber ¿cuánto debe?

20.—La población total de un Estado es de..... 1.745,860 habitantes, de los cuales hay 962,778 mujeres y niños; se quiere determinar ¿cuántos hombres habrá?

Multiplicación.

35.—Se quiere determinar cuánto se ha de pagar por 4 quintales de cobre valiendo cada quintal 24 pesos.

Para encontrar el resultado se repetiría 24 pesos 4 veces, se sumarían estas cantidades, y la suma sería el valor del cobre. Aquí se observa que todos los sumandos son iguales, y esta operación por medio de la cual se suma un número tantas veces como unidades tiene otro, se llama multiplicación. Nuestro problema se ejecutará como sigue:

$$\$24+\$24+\$24+\$24=96$$

y se indica $24\times4=96$, que se lee 24 multiplicado por 4 igual á 96. La cantidad 24 que se ha de multiplicar se llama *multiplicando;* la que indica las veces que se ha de sumar ó multiplicar, [4 en nuestro caso] se llama *multiplicador*; y el resultado, 96, *producto.* Al multiplicando y multiplicador se les llama *factores* del producto.

El producto es de la misma especie que el multiplicando; y el multiplicador, que en rigor puede considerarse como abstracto, las más veces es de una especie diferente á la de las unidades del multiplicando.

36.—Definición.—*Multiplicación es la operación por medio de la cual se suma ó se toma un número tantas veces como unidades tiene otro.*

Debemos hacer notar: 1º, que *el valor del producto no se altera invirtiendo el orden de los factores.* Por ejemplo: $8\times3=24$ y $3\times8=24$.

2º *Si uno de los factores se hace cierto número de veces mayor, el producto resultará aumentado el mismo número de veces.* Por ejemplo, si sabemos que $8\times3=24$ y hacemos uno de los factores 8, diez veces mayor, el primer producto 24 se hará diez veces mayor, esto es, $80\times3=240$; siendo $240=24\times10$.

3º *Si uno de los factores se hace cierto número de veces menor, el producto resultará disminuido el mismo número de veces.* Por ejemplo, si sabemos que $8\times3=24$ y hacemos á 8, que es uno de los factores, 4 veces menor, el producto 24 se hará 4 veces menor y se reducirá á 6, esto es, $2\times3=6$. Así como 2 es 4 veces menor que 8, así 6 será 4 veces menor que 24.

37.—Para ejecutar la multiplicación de los números enteros, los niños deben aprender de memoria la siguiente

TABLA DE MULTIPLICAR

1 por	1	1	4 por	1	4	7 por	1	7
1	2	2	4	2	8	7	2	14
1	3	3	4	3	12	7	3	21
1	4	4	4	4	16	7	4	28
1	5	5	4	5	20	7	5	35
1	6	6	4	6	24	7	6	42
1	7	7	4	7	28	7	7	49
1	8	8	4	8	32	7	8	56
1	9	9	4	9	36	7	9	63
1	10	10	4	10	40	7	10	70
2 por	1	2	5 por	1	5	8 por	1	8
2	2	4	5	2	10	8	2	16
2	3	6	5	3	15	8	3	24
2	4	8	5	4	20	8	4	32
2	5	10	5	5	25	8	5	40
2	6	12	5	6	30	8	6	48
2	7	14	5	7	35	8	7	56
2	8	16	5	8	40	8	8	64
2	9	18	5	9	45	8	9	72
2	10	20	5	10	50	8	10	80
3 por	1	3	6 por	1	6	9 por	1	9
3	2	6	6	2	12	9	2	18
3	3	9	6	3	18	9	3	27
3	4	12	6	4	24	9	4	36
3	5	15	6	5	30	9	5	45
3	6	18	6	6	36	9	6	54
3	7	21	6	7	42	9	7	63
3	8	24	6	8	48	9	8	72
3	9	27	6	9	54	9	9	81
3	10	30	6	10	60	9	10	90

1er. caso.—La multiplicación de dos números *dígitos, que son los que constan de una sola cifra*, se hace á la memoria recordando los resultados de la tabla anterior. Por ejemplo: $4 \times 6 = 24$; $8 \times 5 = 40$.

38.—Si queremos multiplicar 6,573 por 2, la operación se ejecutará como sigue:

$$\begin{array}{r} 6{,}573 \\ 2 \\ \hline 13{,}146 \end{array}$$

se dice 2 por 3 son 6, cuyo número se escribe en la columna de las unidades: 2 por 7 son 14 decenas, se escribe el 4 á la izquierda del 6 y se retiene 1 centena para reunirla al producto siguiente: 2 por 5 son 10 y 1 retenida son 11, se escribe 1 y se retiene 1; 2 por 6 son 12 y 1 son 13, cuyo producto, siendo el último, se escribe tal como sale, siendo $6{,}573 \times 2 = 13{,}146$.

39.—2º caso.—Regla.—*Para multiplicar un número compuesto de varias cifras por un dígito, se escribe este debajo y se tira una línea horizontal. En seguida se forma el producto del multiplicador por las unidades del multiplicando. Si este producto no pasa de 9 se escribe debajo de las unidades, pero si excede de 9 se escriben las unidades y se retienen las decenas para reunirlas al producto del multiplicador por las decenas del multiplicando, y así se continúa la operación hasta formar el producto de la última cifra de la izquierda, cuyo resultado se escribe tal como sale.*

40.—Sea por multiplicar 42,728 por 543. La operación se dispone como se ve al lado y se ejecuta como

```
   42728
     543
  ------
  128184
 170912
213640
--------
23201304
```

vamos á explicarlo. El producto 128184 del multiplicando por 3, que son las unidades del multiplicador, se forma aplicando la regla del párrafo anterior.

En seguida se multiplican las decenas 4 del multiplicador por todas las cifras del multiplicando; pero para que este producto parcial exprese decenas, se tiene cuidado de colocar el primer guarismo 2, de este producto, (4 por 8 son 32), en la columna de las decenas y todos los demás á su izquierda. Luego, multiplicaremos 5 centenas del multiplicador por todas las cifras del multiplicando, teniendo cuidado de colocar la primera cifra 0 de este producto, (5 por 8 son 40), en la columna de las centenas y las demás á su izquierda. Por último, se suman los productos parciales, resultando que

$$24{,}728 \times 543 = 23.201{,}304.$$

41.—3er. caso.—Regla.—*Para multiplicar dos números compuestos de varias cifras, se escribe comunmente el menor debajo y se tira una línea horizontal.*

Conforme á la regla correspondiente (39) *se forma el producto del multiplicando por las unidades del multiplicador; en seguida se forma el producto del multiplicando por las decenas del multiplicador, colocando el primer guarismo de este producto en la columna de las decenas; luego, se forma el producto del multiplicando por las centenas del multiplicador, teniendo cuidado de colocar la primera cifra de este producto en la columna de las centenas, y así se continúa la operación. Por último, se suman los productos parciales.*

42.—Sirviéndonos del ejemplo siguiente vamos á explicar cómo puede fácilmente comprobarse si no se ha

cometido algún error en la práctica de la multiplicación.

```
 25303      4
   233      8
 -----     ----
 75909     32=5
75909
50606
-------
5895599    50=5
```

Se suman los guarismos que representan el multiplicando.

$$2+5+3+0+3=13$$

en seguida, sumamos los de la suma 13 que resultó hasta obtener unidades:

$$1+3=4$$

Después por separado, y de la misma manera, sumamos los guarismos del multiplicador.

$$2+3+3=8$$

Así como los del producto

$$5+8+9+5+5+9+9=50; \qquad 5+0=5$$

Así es que resultó del		multiplicando	el número	4
,,	,,	multiplicador	,,	8
,,	,,	producto	,,	5

Ahora multiplicamos los números que procedieron de los factores, $4 \times 8 = 32$, las cifras de este producto las sumarémos hasta obtener unidades simples; $3+2$

=5, y, si no se ha cometido error, este guarismo 5 debe ser igual al que resultó de la suma de los guarismos del producto 5.895,599.

En las pruebas de la multiplicación y división de enteros entendemos por *reducir una cantidad á unidades simples, sumar unas con otras sus cifras significativas; las cifras de la suma, cuando consta de decenas, centenas*, etc., *y si fuere necesario las de la nueva suma y las de las siguientes hasta obtener como resultado un guarismo solo que represente unidades simples.*

43.—Prueba.—*Para hacer la prueba de la multiplicación de los números enteros, se reducen á unidades simples el multiplicando, el multiplicador y el producto. Se forma el producto de la cifra que resultó del multiplicando por la del multiplicador, reduciendo, si fuese necesario este producto pequeño á unidades simples; debiendo obtenerse, cuando no ha habido error, un guarismo igual al que resultó de reducir á unidades simples el producto del multiplicando por el multiplicador.*

44.—Se llaman *casos las diferentes maneras de presentarse los datos de una operación*, y se distinguen con el objeto de facilitar su ejecución.

45.—Casos.—Distinguiremos en la multiplicación de los números enteros siete casos.

1º *Cuando ambos factores son números dígitos.* Por ejemplo: 5×8

2º *Cuando uno de los factores es número dígito y el otro compuesto.* Por ejemplo, 3428×5.

3º *Cuando ambos factores tienen varias cifras.* Por ejemplo, 328×345.

4º *Cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros.* Por ejemplo, 328×100.

5º *Cuando uno ó ambos factores terminan en ceros.* Por ejemplo: 3500×146, ó 4800×320.

6º *Cuando entre las cifras del multiplicador hay uno ó varios ceros.* Por ejemplo, 4697×8006.

7º *Cuando la primera ó la última cifra del multiplicador es la unidad.* Por ejemplo, 865×14; ó 796×71.

46.—Reglas para resolver los casos.—El 1er. caso se resuelve á la memoria, el 2º por la regla del número 39, y el 3º por la del número 41.

4º Caso.—Cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros, *se obtiene el producto agregando al otro factor tantos ceros como son los que acompañan á la unidad:* 4325×100=432500.

```
 4325
  100
 ------
 432500
```

5º Caso.—Cuando uno ó ambos factores terminan en ceros, *solamente se multiplican las cifras significativas, y al producto se le agregan tantos ceros como sean los que tengan los factores.* En el ejemplo adjunto, al producto 25272 de las cifras significativas se le agregan á la derecha tres ceros: uno del multiplicando y dos del multiplicador.

```
  4680
  5400
  ----
  1872
 2340
 -------
 25272000
```

6º Caso.—Cuando entre las cifras del multiplicador hay uno ó varios ceros, *se omite la multiplicación por los ceros del multiplicador; pero se tiene cuidado de colocar el primer guarismo del producto parcial, formado por la cifra significativa que sigue á los ceros, en la columna del orden de esta cifra.* En el ejemplo adjunto, después de haber obtenido el producto por 8 unidades, se omite la multiplicación por los ceros; pero el primer guarismo del producto parcial formado por 3 millares del multiplicador, se coloca debajo del 9 que en el producto anterior expresa millares.

```
   4967
   3008
  -----
  39736
 14901
 --------
 14940736
```

7º Caso Cuando la primera ó la última cifra del

```
385×16
2310
6160
```

multiplicador es la unidad, *se escribe este factor á la derecha del multiplicando separado por el signo; se deja el multiplicando como primer producto parcial, y se multiplica sucesivamente por las demás cifras del multiplicador, teniendo cuidado de colocar la primera de cada producto parcial en la columna del orden del guarismo del multiplicador que sirve como factor.* En el primero de los ejemplos adjuntos, expresando el 1 del multiplicador decenas, se ha colocado el producto parcial formado por 6 un lugar á la derecha para que indique unidades. En el segundo ejemplo, expresando el 1 del multiplicador unidades, el producto formado por 7 decenas se ha colocado de manera que indique decenas, y la primera cifra del producto formado por 2 centenas se ha colocado en la columna de las centenas.

```
425×271
2975
850
115175
```

Ejemplos.—Un navío recorre 142 leguas al día, ¿cuántas recorrerá en un año? esto es, en 365 días. Para encontrar el resultado multiplicaremos 142 por 365 de acuerdo con la regla anterior, y se obtiene que el navío recorrerá 51,830 leguas.

```
142
365
710
852
426
51830
```

Una persona paga su deuda con 27 billetes de banco de á 100 pesos cada uno. ¿Cuánto debía?

```
27
100
2700
```

Debía 2700 pesos.

¿Cuántas varas son 30 leguas, teniendo cada legua 5000 varas?

```
5000
  30
150000
```

150000 varas.

La manutención y equipo de un soldado cuesta 289 pesos al año, ¿cuánto costará la de 607? Multiplicando estos dos números se ve que costaría 175,423 pesos.

```
  289
  607
 2023
1734
175423
```

Un carro conduce 279 fardos con peso de 18 kilógramos cada uno. ¿Cuál es el peso total de la carga?

```
279×18
2232
5022
```

El peso total es de 5022 kilógramos.

Multiplicar 375.196,842 por 257 y hacer la prueba.

```
375196842   45....9
      257   14....5
 2626377894      45=9
1875984210
750393684
96425588394      63=9
```

47.—Usos.—Con el objeto de facilitar la resolución de los problemas numéricos se determina de una manera general las clases de cuestiones que con cada una de las operaciones fundamentales pueden resolverse, atendiendo al modo peculiar con que en cada una de ellas se forma el resultado.

Usos de una operación son las clases de cuestiones á cuya resolución puede aplicarse.

Los usos de la multiplicación son dos:

1.º Conocido el valor de una unidad determinar el de muchas.

2.º Reducir unidades de especie mayor á menor.

PREGUNTAS.—¿Qué cosa es multiplicación? 36.—¿Cómo se indica la multiplicación? 35.—¿Qué nombre se da á los datos y al resultado de la multiplicación?—¿Cuál de los dos factores es el de la especie del producto?—¿Qué sucede con el valor del producto cuando se invierte el orden de los factores? 36.—¿Qué sucede con el valor del producto cuando uno de los factores se hace mayor, y qué cuando se disminuye?—¿Cómo se ejecuta la multiplicación de dos números dígitos? 37.—¿Cómo se multiplica un número compuesto por un dígito? 39.—¿Cómo se multiplican dos números compuestos? 41.—¿Cómo se ejecuta la prueba de la multiplicación? 43.—¿A qué se llaman casos? 44.—Cuáles son los casos de la multiplicación? 45.—¿Cómo se multiplica una cantidad por la unidad seguida de ceros? 46.—¿Cómo se ejecuta la multiplicación cuando uno ó ambos factores terminan en ceros?—¿Cómo se hace la multiplicación cuando entre las cifras del multiplicador hay ceros?—¿Cómo se simplifica la multiplicación cuando la primera ó la última cifra del multiplicador es la unidad?—¿A qué se llaman usos de una operación? 47.—¿Cuántos y cuáles son los usos de la multiplicación? 47.

PROBLEMAS.

25.—Determinar los productos de 5×3; de 7×8; de 5×9 y de 9×7.

26.—Id. de 9.876,543×4; de 23.456,789×6; de 24.638,570×8.

27.—Id. de 98.765,432×753; de 23.456,789×846 haciendo la prueba.

28.—Multiplicar 5,820×1,000.

29.—Id. 24.683,579×9,200; id. 48,600×7,900.

30.—Id. 9.753,123×62,004.

31.—Id. 86,725×751; id. 24,068×18.

32.—Los gastos de una nación importan 62,550 pesos al día, se quiere saber á cuánto ascenderán en el año, que consta de 365 días.

33.—Queremos reducir 875 pesos á tlacos, sabiendo que un peso tiene 64 tlacos.

División.

48.—Juan debe á Pedro $40 y no pudiendo pagarlos en junto conviene en hacerlo en 4 abonos mensuales. Se quiere saber ¿cuánto ha de recibir Pedro cada mes?

Para determinar el resultado bastará dividir 40 en 4 partes iguales, ó buscar el número de veces que 40 contiene á 4. Esta operación, recíproca de la multiplicación, se llama *división*, la cantidad 40, que se ha de dividir se nombra *dividendo*, aquella, 4, por la cual se ha de dividir se llama *divisor*, y el resultado, 10, se denomina *cociente*. Esta operación se indica por el signo ÷ que se lee *dividido por*. Nuestro problema se escribiría así:

40$÷4=10$

y se leería 40$ divididos por 4 igual á 10$. Esto es, Pedro debería recibir 10$ cada mes para quedar pagado de 40 en 4 meses.

La especie de las unidades del cociente, no siempre es de la especie del dividendo ni de la del divisor, sino que la determina la pregunta.

Por ejemplo, si se quiere saber *cuántos pesos* son 48 reales, dividiremos 48 reales entre 8 reales, que tiene un peso, y el cociente 6 expresará pesos; siendo en este caso de una especie diferente á la de las unidades del dividendo y del divisor.

49.—DEFINICIÓN.—*La división es la operación por medio de la cual se determina cuántas veces un número contiene á otro.*