á cuyo fin reemplazaremos: 1º, cada mixto por el quebrado impropio que le es igual, esto es, $12+{}^{2}/_{3}$ por ${}^{38}/_{3}$ y $7+{}^{8}/_{9}$ por ${}^{71}/_{9}$: 2º, cada quebrado impropio por su igual reducido á un común denominador, esto es, ${}^{38}/_{3}$ por ${}^{342}/_{27}$, y ${}^{71}/_{9}$ por ${}^{213}/_{27}$, y en vez de restar los números mixtos, restaremos los últimos quebrados que son iguales á ellos. Nuestra operación se dispone y ejecuta como sigue:

$$\overset{\text{cuartillos}}{(12+\tfrac{2}{3})}-\overset{\text{cuartillos}}{(7+\tfrac{8}{9})}=\tfrac{38}{3}-\tfrac{71}{9}=\tfrac{342}{27}-\tfrac{213}{27}=\tfrac{129}{27}$$

$$\tfrac{129}{27}=4+\tfrac{21}{27}=4 \text{ cuartillos y } \tfrac{7}{9}.$$

Regla.—*Para restar los números mixtos se reducen los enteros á la forma de quebrados que los acompañan y se restan los quebrados impropios que resulten.*

Ejemplos.—Una persona tiene 32 años ${}^{2}/_{3}$ de edad y otra tiene 24 años ${}^{3}/_{4}$. ¿Cuál es la diferencia entre las dos edades?

$$\left(32+\frac{2}{3}\right)-\left(24+\frac{3}{4}\right)=\frac{98}{3}-\frac{99}{4}=\frac{392}{12}-\frac{297}{12}$$

$$\frac{392}{12}-\frac{297}{12}=\frac{95}{12}=7 \text{ años } 11 \text{ meses.}$$

En una bodega había 42 cargas ${}^{1}/_{3}$, y habiéndose sacado 20 cargas $\frac{6}{8}$ se quiere saber cuánto ha quedado.

$$\left(42+\frac{1}{3}\right)-\left(20+\frac{6}{8}\right)=\frac{127}{3}-\frac{166}{8}=\frac{1016}{24}-\frac{498}{24}$$

$$\frac{1016}{24}-\frac{498}{24}=\frac{518}{24}=21 \text{ cargas } \frac{7}{12}$$

Multiplicación de los quebrados.

89.—Casos de la multiplicación de los quebrados.—En esta operación se presentan tres casos: *1º, multiplicar un quebrado por un entero, y recíprocamente; 2º, multiplicar un quebrado por otro, y 3º, multiplicar un mixto por otro.*

90.—Reglas para multiplicar las fracciones.—Se quiere determinar cuánto valdrán 7 varas á razón de ${}^{3}/_{4}$\$ la vara.

Para obtener el resultado tendremos que multiplicar el quebrado ${}^{3}/_{4}$ por 7; pero como hemos visto (70) que un quebrado se multiplica multiplicando su numerador, tendremos:

$$\tfrac{3}{4}\$\times 7^{v}=\tfrac{21}{4}=5\$+\tfrac{1}{4}, \text{ valor de 7 varas.}$$

Recíprocamente si buscamos el valor de ${}^{5}/_{8}$ de vara á 6\$ la vara, tendremos que multiplicar estos dos números, y como el orden de los factores no altera el producto, tendremos:

$$6\$\times\tfrac{5^{v}}{8}=\tfrac{30}{8}=3\$+\tfrac{6}{8}, \text{ valor de } \tfrac{5}{8} \text{ de vara.}$$

1er. Caso.—Regla.—*Para multiplicar un quebrado por un entero y recíprocamente, se multiplica el numerador por el entero, y al producto se le da por denominador el del quebrado.*

Ejemplos.—¿Cuánto se le ha de pagar á un peón que gana 5 reales diarios, habiendo trabajado ${}^{3}/_{4}$ de día?

$$5\times\frac{3}{4}=\frac{15}{4}=3+\frac{3}{4} \text{ reales.}$$

¿Cuántas leguas recorrerá una locomotora en ${}^{5}/_{6}$ de hora, andando 8 leguas por hora?

$$\frac{5}{6}\times 8=\frac{40}{6}=6 \text{ leguas } \frac{2}{3}$$

Se quiere determinar cuánto valdrán $^7/_8$ de vara á razón de $^3/_4$ de peso la vara. Acabamos de ver que á $^3/_4$\$ valen 7 varas, \$$^{21}/_4$. Esto es

$$\frac{3}{4}\$\times 7^{v.}=\frac{3\times 7}{4}\$$$

pero como no buscamos el valor de 7 varas, sino el de $^7/_8$ de vara, número 8 veces menor que 7, el producto verdadero será 8 veces menor que $\frac{3\times 7}{4}$. Ahora bien, como para hacer este quebrado 8 veces menor se tiene que multiplicar su denominador por 8, (70, 2º) el resultado que buscamos será:

$$\frac{3}{4}\$\times\frac{7}{8}^{v.}=\frac{3\times 7}{4\times 8}=\frac{21}{32}\$$$

luego para multiplicar los quebrados se deben multiplicar numerador por numerador, y denominador por denominador.

2º Caso.—Regla.—*Para multiplicar un quebrado por otro, se multiplica numerador por numerador, y denominador por denominador.*

Ejemplos.—¿Cuánto valen $^2/_3$ de una carga de cal á razón de $^6/_8$ de peso la carga?

$$\tfrac{6}{8}\times\tfrac{2}{3}=\tfrac{12}{24}=0\$—4 \text{ reales.}$$

¿Cuánto costarán $^7/_{12}$ de carga á razón de $^4/_6$ de peso la carga?

$$\tfrac{4}{6}\times\tfrac{7}{12}=\tfrac{28}{72}=3\tfrac{1}{9} \text{ reales.}$$

Se quiere determinar cuánto hay que pagarle á un artesano que ha trabajado 6 días y $^1/_2$, ganando 3 pesos y $^5/_8$ por cada día. El problema se resolvería multiplicando los números mixtos:

$$\overset{\text{pesos.}}{(3+\tfrac{5}{8})}\times\overset{\text{días.}}{(6+\tfrac{1}{2})}$$

pero en vez de formar el producto con estos números lo haremos con sus iguales, con los quebrados impropios que resultan de la incorporación de los enteros con los quebrados. Así:

$$(3+\tfrac{5}{8})\times(6+\tfrac{1}{2})=\tfrac{29}{8}\times\tfrac{13}{2}=\tfrac{377}{16}=23\$+\tfrac{9}{16}$$

al artesano se le deben pagar 23 pesos y $^9/_{16}$ de peso.

3er. Caso.—Regla.—*Para multiplicar números mixtos por mixtos, se reducen los enteros á la forma de quebrados que los acompañan, y se multiplican los quebrados impropios que resulten.*

Ejemplos.—¿Cuánto costarán 16 varas y $^2/_3$ de alfombra á razón de 2 pesos $^3/_8$ la vara?

$$(2+\tfrac{3}{8})\times(16+\tfrac{2}{3})=\tfrac{19}{8}\times\tfrac{50}{3}=\tfrac{950}{24}$$

valuando el quebrado $^{950}/_{24}$=39\$, 4 rs., $5\frac{1}{3}$ tlacos.

¿Cuántos cajones de arena se consumirán en una obra de 8 y $^1/_3$ metros cúbicos, entrando 2 cajones y $^1/_2$ en cada metro cúbico?

$$(2+\tfrac{1}{2})\times(8+\tfrac{1}{3})=\tfrac{5}{2}\times\tfrac{25}{3}=\tfrac{125}{6}=20\tfrac{5}{6} \text{ cajones.}$$

91.—Debemos hacer observar que *el producto de dos quebrados propios, es menor que cualquiera de sus factores.* La razón es, que cuando el multiplicador es la unidad; el producto es igual al multiplicando; y que cuando disminuye uno de los factores, el producto disminuye igualmente.

División de los quebrados.

92.—Casos de la división de los quebrados.—En esta operación se presentan cuatro casos: *1°, dividir un quebrado por un entero; 2°, dividir un entero por un quebrado; 3°, dividir un quebrado por otro; y 4°, dividir un mixto por otro.*

93.—Reglas para dividir las fracciones.—Se quieren dividir $^5/_6$ de vara en tres partes iguales y determinar el largo de cada una de ellas. Nuestro problema está reducido á dividir $^5/_6$ por 3, esto es, á buscar un número 3 veces menor que $^5/_6$, y como para hacer un quebrado menor basta multiplicar su denominador, (70) nuestra operación se ejecutará como sigue:

$$\frac{5}{6}\text{v.} \div 3 = \frac{5}{6 \times 3} = \frac{5}{18} \text{ de vara.}$$

tal será la magnitud de cada una de las tres partes de $^5/_6$.

1er. Caso.—Regla.—*Para dividir un quebrado por un entero, se multiplicará el denominador por el entero, y se dejará al resultado por numerador el del quebrado.*

Ejemplos.—Teniendo que repartir $^2/_3$ de una carga de harina entre 6 hombres ¿cuánto le tocará á cada uno?

$$\frac{2}{3} \div 6 = \frac{2}{18} = \frac{1}{9} \text{ carga.}$$

Para fraccionar $^5/_6$ de caballería entre 4 colonos ¿cuánto se le dará á cada uno?

$$\frac{5}{6} \div 4 = \frac{5}{24} \text{ de caballería.}$$

Habiendo pagado 7 pesos por $^2/_3$ de vara se quiere determinar el precio de la vara. Para ello tendremos que dividir 7 por $^2/_3$. Si hubiéramos pagado 7 pesos por 2 varas, el precio de la vara sería $^7/_2$\$, esto es:

$$7\$ \div 2 = \frac{7}{2}\$$$

pero como el divisor no es 2, sino $^2/_3$, cuyo valor es 3 veces menor que 2, y como siendo menor el divisor el cociente deberá resultar 3 veces mayor; para determinar el cociente que buscamos tendremos que hacer el quebrado $^7/_2$ tres veces mayor, lo cual se consigue multiplicando su numerador por 3, esto es:

$$7\$ \div \frac{2}{3}\text{v.} = \frac{7 \times 3}{2} = \frac{21}{2}\$ = 10\$ + \frac{1}{2}$$

2° Caso.—Regla.—*Para dividir un entero por un quebrado, se considerarán invertidos los términos del quebrado divisor, y se multiplicará el entero por el quebrado invertido.*

Ejemplos.—Habiendo pagado 18\$ por $^3/_4$ de quintal de cobre, se quiere saber el precio del quintal.

$$18 \div \frac{3}{4} = \frac{72}{3} = 24\$$$

Por $^5/_6$ de caballería se han pagado 960\$ ¿cuál es el valor de la caballería?

$$960 \div \frac{5}{6} = \frac{5760}{5} = 1152\$$$

Habiendo pagado $^7/_8$\$ por $^2/_3$ de vara se quiere conocer el precio de la vara. Para esto tendremos que dividir $^7/_8$ entre $^2/_3$, y para deducir la regla raciocinaríamos como sigue:

$$\frac{7}{8} \div 2 = \frac{7}{8 \times 2}$$

pero como el divisor verdadero $^2/_3$ es tres veces menor que 2, el cociente que buscamos será 3 veces mayor que el cociente hallado $\frac{7}{8\times2}$, y como para hacer un quebrado 3 veces mayor basta multiplicar su numerador, tendremos:

$$\frac{7}{8}\$\div\frac{2}{3}=\frac{7\times3}{8\times2}=\frac{21}{16}\$$$

tal sería el valor de la vara, y la manera con que lo hemos determinado es el fundamento de la siguiente regla:

3er. Caso.—Regla.—*Para dividir un quebrado por otro, se consideran invertidos los términos del quebrado divisor, y en seguida se multiplican numerador por numerador y denominador por denominador.*

Ejemplos.—Habiendo recorrido $^7/_8$ de legua en $^3/_4$ de hora, ¿cuántas leguas se recorrerán en una hora?

$$\frac{7}{8}\div\frac{3}{4}=\frac{28}{24}=1 \text{ legua } \frac{1}{6}$$

Habiendo consumido $^2/_3$ de cal en $^6/_8$ de metro cúbico de mampostería, se quiere saber ¿qué cantidad de cal entrará en un metro cúbico?

$$\frac{2}{3}\div\frac{6}{8}=\frac{16}{18}=\frac{8}{9}\text{ de carga.}$$

A un artesano que gana 2 pesos $^1/_4$ por cada día que trabaja, se le han pagado 7 pesos y $^7/_8$. Se quiere saber ¿cuántos días ha trabajado? Para determinarlo tendremos que dividir los mixtos

$$(\overset{\text{pesos.}}{7+\tfrac{7}{8}})\div(\overset{\text{pesos.}}{2+\tfrac{1}{4}})$$

pero en lugar de dividir estos números, dividiremos

sus iguales, los quebrados impropios que resultan de incorporar los enteros con los quebrados. Así

$$\left(7+\frac{7}{8}\right)\div\left(2+\frac{1}{4}\right)=\frac{63}{8}\div\frac{9}{4}=\frac{63\times4}{8\times9}=\frac{252}{72}\text{ días.}$$

y como $^{252}/_{72}=3+^{36}/_{72}=3+^1/_2$, resulta que el artesano trabajó 3 días y medio.

4º Caso.—Regla.—*Para dividir números mixtos por mixtos se reducirán los enteros á la forma de quebrados que los acompañan, y en seguida se dividirán los quebrados impropios que resulten.*

Ejemplos.—Habiendo pagado 25\$ $^6/_8$ por 2 varas $^2/_3$ ¿cuál es el valor de la vara?

$$\left(25+\frac{6}{8}\right)\div\left(2+\frac{2}{3}\right)=\frac{206}{8}\div\frac{8}{3}=\frac{618}{64}\$$$

valuando el quebrado $\frac{618\$}{64}=9\$-5$ rs.—2 tlacos.

Habiendo caminado 6 leguas $^2/_5$ en $^3/_4$ de hora, ¿cuántas leguas se habrían recorrido por hora?

$$\left(6+\frac{2}{5}\right)\div\frac{3}{4}=\frac{32}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{128}{15}$$

$$\frac{128}{15}=8 \text{ leguas } \frac{8}{15}$$

94.—*Siempre que el divisor es un quebrado propio, el cociente es mayor que el dividendo.* La razón es, que cuando el divisor es la unidad, el cociente es el dividendo, y que cuando el divisor disminuye el cociente aumenta: luego siempre que el divisor sea menor que la unidad, el cociente será mayor que el dividendo.

Preguntas.—¿Cuántos casos se presentan en la adición de los quebrados? 78.—¿Cómo se suma un entero con un quebra-

do, y cómo un quebrado con un entero? 80.—¿Cómo se suman quebrados con quebrados? 82.—¿Cómo se suman los números mixtos? 84.—¿Cuántos casos se presentan en la sustracción de los quebrados? 85.—¿Cómo se resta un quebrado de un entero? 86.—¿Cómo se resta un quebrado de otro? 87.—¿Cómo se restan los números mixtos? 88.—¿Cuántos casos se presentan en la multiplicación de los quebrados? 89.—¿Cómo se multiplica un quebrado por un entero, y cómo un entero por un quebrado? 90.—¿Cómo se multiplica un quebrado por otro?—¿Cómo se multiplican los números mixtos?—El producto de los quebrados propios, ¿es mayor ó menor que los factores? 91.—¿Cuántos casos se presentan en la división de los quebrados? 92.—¿Cómo se divide un quebrado por un entero? 93.—¿Cómo se divide un entero por un quebrado?—¿Cómo se divide un quebrado por otro?—¿Cómo se dividen los números mixtos?—El cociente de los quebrados propios, ¿es mayor ó menor que el dividendo? 94.

PROBLEMAS.

74.—Sumar $4+{}^{5}/_{9}$; id. ${}^{3}/_{7}+9$.

75.—Sumar ${}^{7}/_{8}+{}^{3}/_{4}+{}^{2}/_{6}$.

76.—Determinar el valor de la suma de ${}^{1}/_{2}\$+{}^{3}/_{4}+{}^{5}/_{6}+{}^{7}/_{8}$ en pesos, reales y tlacos.

77.—Sumar ${}^{3}1/_{2}+5{}^{2}/_{3}+1{}^{3}/_{4}$.

78.—Sumar 2 varas $+7{}^{1}/_{3}+4{}^{2}/_{5}+6{}^{2}/_{4}$ y determinar el valor de la suma en varas, pies y pulgadas.

79.—Restar $9-{}^{5}/_{8}$; id. $12-{}^{7}/_{9}$.

80.—Encontrar la diferencia entre ${}^{3}/_{4}-{}^{5}/_{7}$.

81.—Restar $2{}^{1}/_{2}-{}^{4}/_{5}$; id. $3{}^{2}/_{3}-2{}^{5}/_{6}$.

82.—¿Cuánto valen 5 varas á ${}^{3}/_{4}\$$ la vara?

83.—¿Cuánto valen ${}^{4}/_{5}$ de arroba á 6$ la arroba?

84.—Multiplicar ${}^{4}/_{11}\times{}^{8}/_{9}$; id. ${}^{3}/_{4}\times{}^{5}/_{9}$.

85.—¿Cuánto valen $32{}^{2}/_{3}$ varas á $2{}^{3}/_{8}\$$ la vara?

86.—¿Cuánto valen $15{}^{4}/_{5}$ quintales á $9{}^{5}/_{8}\$$ quintal?

87.—Dividir ${}^{4}/_{8}$ entre 6; id. ${}^{2}/_{3}$ entre 4.

88.—Dividir 4 entre ${}^{5}/_{6}$; id. 8 entre ${}^{2}/_{5}$.

89.—Habiéndose pagado 6$ por ${}^{4}/_{5}$ de vara ¿cuánto vale la vara?

90.—Dividir ${}^{5}/_{17}\div{}^{3}/_{14}$.

91.—Habiéndose pagado ${}^{12}/_{16}\$$ por ${}^{3}/_{8}$ de arroba ¿cuál es el valor de la arroba?

92.—¿Cuál es el valor del quintal. habiéndose pagado $12{}^{6}/_{8}\$$ por ${}^{3}/_{4}$ de quintal?

93.—Dividir $25{}^{7}/_{8}$ entre $12{}^{4}/_{7}$.

94.—Habiéndose pagado $26{}^{4}/_{6}\$$ por $4{}^{1}/_{2}$ varas ¿cuál es el valor de la vara?

95.—Una persona tiene un retazo de alfombra de $10{}^{2}/_{3}$ varas, otro de $5{}^{1}/_{2}$ varas y otro de 12 varas. Después de haberlos unido alfombró un cuarto en el cual empleó $16{}^{1}/_{2}$ varas. Se quiere saber ¿cuántas varas le quedan, y cuánto deberá recibir vendiendo este resto á $1{}^{1}/_{4}\$$ la vara?

96.—Un comerciante tenía en un barril $2{}^{1}/_{2}$ jarras de aguardiente; en otro $6{}^{3}/_{4}$, las reune y les agrega ${}^{6}/_{8}$ de jarra de agua. La mezcla total la vende á 3$ jarra. ¿Cuánto se le ha de pagar?

97.—A una fuente le caben $1207{}^{1}/_{2}$ cuartillos y se quiere saber en qué tiempo se llenará con un chorro que produce $3{}^{1}/_{2}$ cuartillos cada minuto.

98.—Entre dos ciudades hay 28 leguas ${}^{2}/_{3}$, se quiere saber ¿cuántas leguas deberán andarse por hora para llegar en $6{}^{1}/_{2}$ horas?

FRACCIONES DECIMALES.

Sistema de numeración y operaciones fundamentales.

95.—Para representar las cantidades menores que la unidad y los números mixtos, así como para facilitar la ejecución de las operaciones, se han hecho di-