homogéneas y el cuarto término de la primera proporción, que pasa á tercero, se forma una segunda, designando por x' su cuarto término, y así se continúa estableciendo proporciones hasta haber hecho entrar todos los datos del problema.

Cada regla de tres simple se planteará conforme á la regla correspondiente, según sea directa ó inversa. En seguida se multiplican ordenadamente las proporciones establecidas, indicando solamente las multiplicaciones, y antes de resolver la proporción final, se hacen las abreviaciones posibles, suprimiendo los factores comunes á los términos de la segunda razón, á los de la primera, y á los antecedentes.

Ejemplo.—30 hombres han hecho una pared de 120 varas de largo y 22 pulgadas de espesor en 7 días, trabajando 8 horas diarias: ¿en cuántos días harán 40 hombres una pared de 150 varas de largo y 28 pulgadas de espesor, trabajando 10 horas al día?

$$\begin{array}{l} \overset{\text{hs.}}{30}—\overset{\text{vs.}}{120}—\overset{\text{ps.}}{22}—\overset{\text{ds.}}{7}—\overset{\text{hs.}}{8} \\ \overset{\text{hs.}}{40}—150—28—x—10 \end{array}$$

La resolución será como sigue:

$$\begin{array}{l} 40 : 30 :: 7^{\text{ds.}} : x \\ 120 : 150 :: x : x' \\ 22 : 28 :: x' : x'' \\ 10 : 8 :: x'' : x''' \\ \hline 40\times120\times22\times10 : 30\times150\times28\times8 :: 7 : x''' \\ 4\times 12\times22\times10 : 3\times 15\times28\times8 :: \\ 1\times 3\times22\times 2 : 3\times 3\times 7\times2 :: \\ 1\times22\times 1 : 1\times 3\times 7\times1 :: 7 : x''' \end{array}$$

$$x'''=\frac{3\times7\times7}{22}=6 \text{ días } \frac{15}{22}$$

152.—Si para la resolución de la regla de tres compuesta se quiere aplicar el

Método de reducción á la unidad, *considerando sucesiva y separadamente cada una de las reglas de tres simples de que se compone el problema, se determinará primero el valor de una unidad del término que, en el primer período del enunciado de la cuestión, es relativo á la cantidad de la misma especie que la incógnita, y en seguida se calculará el valor de la cantidad que en el segundo período es relativa á la incógnita, y así se continuará el cálculo, indicando solamente las operaciones hasta haber tomado en consideración todos los datos del problema. En la expresión final se harán las simplificaciones posibles.*

Aplicaremos este método al ejemplo anterior:

$$\begin{array}{l} \overset{\text{hs}}{30}—\overset{\text{vs.}}{120}—\overset{\text{ps.}}{22}—\overset{\text{ds.}}{7}—\overset{\text{horas.}}{8} \\ 40—150—28—x—10 \end{array}$$

y se dice:

si $30^{\text{hs.}}$ hacen una pared en 7 días

1 la hará en 7×30 ds.

y $\overset{\text{hs.}}{40}$ la harán en $\frac{7\times30}{40}$ ds.

Considerando la 2.ª regla de tres, diremos:

si $\overset{\text{vs.}}{120}$ se hacen en $\frac{7\times30}{40}$ ds.

1 vara se hará en $\frac{7\times30}{40\times120}$

y $\overset{\text{vs.}}{150}$ se harán en $\frac{7\times30\times150}{40\times120}$ ds.

En la 3.ª regla de tres, diremos:

si $\overset{\text{ps.}}{22}$ se hacen en $\frac{7\times30\times150}{40\times120}$ ds.

1 pulgada se hará en $\frac{7\times30\times150}{40\times120\times22}$ ds.

y 28 ps. se harán en $\frac{7\times30\times150\times28}{40\times120\times22}$ ds.

En la 4.ª regla de tres, diremos:

si trabajando 8 horas al día se emplean $\frac{7\times30\times150\times28}{40\times120\times22}$ ds.

„ 1 h al día se emplearán $\frac{7\times30\times150\times28\times8}{40\times120\times22}$ ds.

y „ 10 hs al día se emplearán $\frac{7\times30\times150\times28\times8}{40\times120\times22\times10}$ ds.

El valor definitivo de la incógnita es pues:

$$x=\frac{7\times30\times150\times28\times8}{40\times120\times22\times10}\text{ días}=6\text{ ds}+\tfrac{15}{22}$$

153.—Prueba de la regla de tres compuesta.—La prueba de esta operación se ejecuta comunmente, poniendo en lugar de la incógnita el número encontrado y considerando como incógnita otro de los números dados. Si la operación y la prueba se han ejecutado sin equivocación, deberá encontrarse como resultado, el número que se tomó por incógnita.

154.—Regla de compañía.—*Esta operación tiene por objeto determinar la parte que corresponde á cada uno de varios socios, de la ganancia ó pérdida que la compañía ha tenido,* y siendo la utilidad ó pérdida de cada compañero proporcional al capital introducido y al

tiempo que lo haya tenido en giro, estos problemas pertenecen al dominio de la regla de tres. Se consideran dos casos: 1º, la regla de compañía simple, esto es, cuando todos los capitales han permanecido en el giro el mismo tiempo; y 2º, la regla de compañía compuesta, que es cuando los socios han tenido su capital en el fondo común, tiempos desiguales.

1º Tres socios han puesto: el primero 2,000 pesos; el segundo, 4,000 pesos; y el tercero, 3,000 pesos; al disolverse la sociedad, encuentran que ha habido una pérdida de 495 pesos, y se quiere saber cuánto debe perder cada socio. La operación se dispone y ejecuta como sigue:

$ 2000
4000 $ 495 pérdida total.
3000
$ 9000 capital social.
9000 : 2000 :: 495 : x=110
9000 : 4000 :: 495 : x=220
9000 : 3000 :: 495 : x=165
$ 495

Sumando los capitales ó puestas de los tres socios, se obtienen 9000 pesos, de cuyo capital se ha tenido la pérdida de 495 pesos; y como la parte correspondiente á cada asociado será proporcional á su puesta, para determinar la pérdida del primer socio, establecemos la proporción:

$$9000 : 2000 :: 495 : x,$$

y se obtiene 110 pesos. De la misma manera se determinan las pérdidas 220 y 165 pesos, que corresponden al segundo y tercer asociados, debiendo ser la su-

ma de las pérdidas parciales igual á la total, si no se ha cometido alguna equivocación.

Regla.—*Para resolver la regla de compañía simple, se establecen las proporciones necesarias, como sigue; el capital social, es al capital de cada compañero, como la ganancia ó pérdida total, es á la parte correspondiente á cada socio.*

2º En la regla de compañía compuesta, los capitales permanecen en la sociedad tiempos desiguales. Tres socios han tenido en un giro mercantil la utilidad de 900 pesos, habiendo puesto el primero 2,000 pesos durante 9 meses; el segundo, 3,000 pesos durante 10 meses; y el tercero, 4,000 pesos durante 12 meses; se quiere saber la parte de la utilidad que corresponde á cada socio.

	$	meses
$ 900 de utilidad.....	2000	9
	3000	10
	4000	12

Siendo los tiempos desiguales, comenzaremos por igualarlos, y para esto, determinaremos el capital que habría producido la misma utilidad durante un mes. Si con 2,000 pesos se ha obtenido cierta utilidad en 9 meses, para obtenerla en un mes, se necesita un capital 9 veces mayor, esto es, 18,000 pesos. Igualmente se necesita el capital 3,000×10 para obtener la utilidad del segundo socio en un mes, y $4,000×12 para la del tercero. Una vez hecho esto, la regla de compañía compuesta se ha reducido á simple, y por medio de las correspondientes proporciones, se determina la parte de cada socio, y la suma de estas partes será igual á la utilidad total, siempre que no se haya cometido algún error en la operación.

2000 × 9 = 18000
3000 × 10 = 30000
4000 × 12 = 48000
96000 : 18000 :: 900 : x = 168'75
96000 : 30000 :: 900 : x = 281'25
96000 : 48000 :: 900 : x = 450'00
$ 900'00

Regla.—*Para resolver la regla de compañía compuesta, se multiplica cada puesta por el tiempo que ha estado en la sociedad, y se establece una proporción formada como sigue: la suma de los productos de las puestas por sus tiempos, es al producto de cada puesta por su tiempo, como la utilidad ó pérdida total, es á la parte que corresponde á cada socio.*

Problema.—Una persona ha comprado efectos por valor de 4,500 pesos; pero no pudiendo hacer el pago al contado, ofrece hacerlo á los 5 meses de la fecha, en lo cual conviene el vendedor con la condición de que se le pague el 2 por ciento mensual por el plazo que concede. Se quiere saber ¿cuánto importa el interés de 4,500 pesos en 5 meses al 2 por ciento?

Cuando se estipula como en este ejemplo, que el interés es de 2 por ciento mensual, significa que se ha de pagar 2 pesos por 100, y por cada mes que se retarde el pago

Ahora bien, si por 100 pesos se pagan 2 pesos de interés, es claro que por una suma dos ó tres veces mayor que 100 pesos se pagará respectivamente dos ó tres veces dos pesos. Igualmente si en un mes se pagan 2 pesos, en 5 meses se pagarán 5 veces 2 pesos. En resumen, siendo las cantidades del problema proporcionales, en realidad es una cues-

tión de regla de tres compuesta que resolveremos como sigue:

Si por 100 pesos se pagan 2, por 4,500 pesos ¿cuánto se pagará?

$$\overset{\$}{100} : \overset{\$}{4500} :: 2 : x = \frac{2 \times 4500}{100} = \overset{\$}{90}.$$

Ahora, si en un mes se pagan 90 pesos, ¿en 5 meses cuánto se pagará?

$$\overset{\text{mes}}{1} : \overset{\text{meses}}{5} :: \overset{\$}{90} : x' = \frac{5 \times 90}{1} = \overset{\$}{450}$$

155.—Regla de interés.—*La regla de interés tiene por objeto determinar lo que se debe por una cantidad de dinero puesta á rédito, y no es más que una aplicación de la regla de tres.*

Si un capital se impone al 6 por ciento anual, esto significa que por 100 pesos debe pagarse el interés de 6 pesos cada año, y se indica así: $6_0/^0$.

Si se quiere saber cuánto producirán de interés 20000, pesos al 9 por ciento anual, una proporción nos dará el valor que buscamos.

$$\overset{\$}{100} : \overset{\$}{20000} :: 9 : x = \frac{20000 \times 9}{100} = \overset{\$}{1800}$$

Se ve, pues, que *para determinar el interés de una suma en la unidad del tiempo, basta multiplicarla por el número que indica el tanto por ciento, y separar dos cifras á la derecha en el producto como decimales.*

Cuando se quiere determinar el interés de una suma en un tiempo diferente del de la unidad, es necesario establecer una segunda proporción con los tiempos, y resolver el problema como regla de tres compuesta.

Se quiere saber cuánto se deberá por el interés de 8,000 pesos al $1\frac{3}{4}$ por ciento mensual al cabo de 8 meses 20 días.

Reduciendo los tiempos á días, y considerando los meses de 30 días, según la costumbre del comercio, resolveremos la regla de tres compuesta como sigue:

$$\begin{array}{l} \$100 : \$8000 :: 1\frac{3}{4} : x \\ \text{ds. } 30 : \text{ds. } 260 :: x : x' \\ \hline 100 \times 30 : 8000 \times 260 :: 1\frac{3}{4} : x' = 1\frac{3}{4} \times \frac{8000 \times 260}{100 \times 30} \end{array}$$

$$x' = 1213'33$$

Se ve que *para determinar el interés de una suma en un tiempo diverso del de la unidad, se multiplica la suma por el interés y por el tiempo, el producto se divide por la unidad de tiempo, y se separan dos decimales en el resultado.*

156.—Regla de descuento.—Problema.—Una persona debe entregar 3,000 pesos á 2 años de la fecha, y queriendo hacer el pago en el acto, se conviene en que lo haga abonándole un descuento de $6_0/^0$ anual. Se quiere saber qué cantidad deberá entregar al contado en lugar de 3,000 pesos á los dos años.

Convenido el interés de $6_0/^0$ anual, 100 pesos en 2 años se convierten en 112; luego si en vez de recibir 112 pesos á los dos años se reciben 100 al contado; en lugar de 3,000 pesos ¿cuánto se recibirá? El problema es una regla de tres que se planteará y resolverá como sigue:

$$112 : 100 :: 3000 : x = \overset{\$}{2678'57}$$

tal sería la suma que debería entregarse al contado.

Problema.—Una persona debe pagar 2,800$ á 6 meses de la fecha, y su acreedor le ofrece hacerle un

descuento de $1\frac{1}{2}$% mensual, si le paga al contado. Se quiere calcular el importe del descuento.

Una vez que por un mes se descuenta $1\frac{1}{2}$, por 6 meses se descontarán $9\% = 1\frac{1}{2} \times 6$. Ahora si por 100$ se descuenta 9, por 2,800 ¿cuánto se descontará?

$$\overset{\$}{100} : \overset{\$}{2800} :: 9 : x = \overset{\$}{252}$$

Por tanto, el descuento importa 252$ y en vez de pagar 2,800 pesos á los 6 meses, se pagarán al contado 2,800—252=2,548$.

El objeto de la regla de descuento es determinar la parte que puede recibirse al contado de una suma que debería percibirse á cierto plazo, descontando el interés correspondiente al tiempo por el cual se anticipa el pago.

Si se tiene, por ejemplo, una libranza que vence á los 7 meses de la fecha por valor de $5,000, y se quiere recibir la parte correspondiente de su importe desde luego, abonando por el anticipo el premio de 1 por ciento mensual, resolveremos el problema como sigue.

Supuesto que el interés mensual es 1 por ciento, en 7 meses será 7 por ciento, y veremos que se deben recibir 100 pesos al contado en lugar de 107 al plazo de 7 meses, por lo cual estableceremos la siguiente proporción:

$$107 : 5000 :: 100 : x = \frac{500000}{107} = 4672'90$$

Si la operación está bien hecha, esta suma de 4672'90 pesos, debe producir en 7 meses al uno por ciento mensual, lo bastante para convertirse en 5,000 pesos. Este descuento se llama *interior*, y es poco usado en el comercio.

Comunmente la operación se hace fijando el descuento mensual sobre 100 pesos. En consecuencia, convenido el descuento de 1 por 100 al mes, por $100 pagaderos á 7 meses, sólo se recibirán 93 al contado, y la proporción se establece como sigue:

$$100 : 5000 :: 93 : x = 93 \times \frac{5000}{100} = \overset{\$}{4650}$$

Esta operación que es la usada en el comercio, se llama descuento *exterior*, y se comprueba calculando directamente el descuento y agregándolo á la suma hallada, debe dar 5,000 pesos. Si por $100 se descuentan 7, por 5,000 ¿cuánto se descontará?

$$100 : 7 :: 5000 : x = 350.$$

$$350 + 4650 = 5000 \text{ pesos.}$$

157. Regla conjunta y de cambio.—*Esta operación tiene por objeto resolver fácilmente algunos problemas de regla de tres compuesta, cuyos datos todos están ligados entre sí únicamente por equivalencias.*

Por ejemplo, se quiere saber á cuántas varas son iguales 18 yardas, en el concepto de que 3'28 yardas equivalen á 3 metros y de que 4'19 metros son iguales á 5 varas. El problema puede resolverse como regla de tres compuesta, pero haciendo uso del procedimiento de la regla conjunta, dispondremos los datos como sigue.

x	varas =	18 yardas.
3'28	yardas =	3 metros.
4'19	metros =	5 varas.

Multiplicando ordenadamente las ecuaciones, se tendrá:

$$x \times 3'28 \times 4'19 \text{ yardas} = 18 \times 3 \times 5 \text{ varas,}$$

y dividiendo los dos miembros de la última ecuación por el producto $3'28 \times 4'19$, se tiene:

$$x=\frac{18\times3\times5}{3'28\times4'19}=19'65 \text{ v.}$$

Se observará *que es necesario que el segundo miembro de cada ecuación, sea de la especie del primero de la siguiente, y que el primer miembro de la primera ecuación sea de la especie del segundo de la última.*

Una vez establecidos así los datos del problema, el valor de la incógnita será igual al producto de las cantidades que forman los segundos miembros de las ecuaciones, dividido por el producto de las cantidades conocidas de los primeros miembros.

Comunmente se comienzan las ecuaciones por la incógnita, y cuando el problema tiene por objeto determinar el valor de sumas expresadas en monedas de diversos países, toma el nombre de *regla de cambio* ó de *arbitrajes.*

Se quiere saber cuántas libras esterlinas valen 1,000 onzas mexicanas, en el concepto de que 100 onzas mexicanas equivalen á 1,621 dollars americanos, que 4 dollars valen 21'36 francos, y que 50'42 francos, valen dos libras esterlinas, que es la especie de la incógnita.

Libras esterlinas	$x=1000$ onzas mexicanas.
Onzas	$100=1621$ dollars americanos.
Dollars	$4=21'36$ francos.
Francos	$50'42=2$ libras esterlinas.

$$x=\frac{1000\times1621\times21'36\times2}{100\times4\times50'42}=3433'62 \text{ libs. esters.}$$

Por este procedimiento se facilita la resolución de esta clase de problemas, cuyo resultado podría obtenerse, planteando y resolviendo una serie de reglas de tres.

PREGUNTAS.—146. ¿A qué se llama regla de tres? ¿En que se conoce que una cuestión es de regla de tres?—147. ¿En qué se divide la regla de tres? ¿Qué se entiende por cantidades relativas? ¿A qué se llama regla de tres simple? ¿Qué se entiende por regla de tres compuesta? ¿A qué se llama regla de tres directa? ¿A qué se llama regla de tres inversa?—148. ¿Cuál es la regla para plantear una regla de tres, cuando es directa y cuando es inversa?—149. ¿Cómo se determina el valor de la incógnita en una regla de tres simple sin necesidad de formar la proporción?—150. ¿Cómo se ejecuta la prueba de la regla de tres simple?—151. ¿Qué condiciones deben satisfacer los datos de una cuestión para que esta sea de regla de tres compuesta? ¿Cuál es la regla para plantear y resolver un problema de regla de tres compuesta?—152. ¿Cómo se puede determinar el valor del término que se busca en una regla de tres compuesta sin establecer las proporciones?—153. ¿Cómo se ejecuta la prueba de la regla de tres compuesta?—154. ¿Cuál es el objeto de la regla de compañía? ¿Cuándo es simple la regla de compañía? ¿Cuándo es compuesta? ¿Cuál es la regla para resolver la regla de compañía simple? ¿Cuál es la regla para resolver la regla de compañía compuesta?—155. ¿Cuál es el objeto de la regla de interés? ¿Cómo se determina el interés de una suma en la unidad de tiempo? ¿Cómo se determina el interés de una suma en un tiempo cualquiera?—156. ¿Cuál es el objeto de la regla de descuento? ¿Cómo se resuelve la regla de descuento cuando este es interior? ¿Cómo se resuelve la regla de descuento cuando este es exterior?—157. ¿Cuál es el objeto de la regla conjunta ó de cambio? ¿Cuáles son las condiciones que deben satisfacer los datos de un problema de regla conjunta ó de cambio? ¿Cómo se determina el valor de la incógnita en una regla conjunta ó de cambio?

PROBLEMAS.

216. Con 28 telares se han tejido 569 varas de manta; con 257 telares ¿cuántas varas se habrían tejido en el mismo tiempo?

217. Por $12\frac{4}{5}$ cargas de trigo, se han pagado \$251'75; por $7\frac{3}{8}$ cargas ¿cuánto se deberá pagar?

Aproximación hasta los centavos.

218. Para ir de una ciudad á otra, emplea un ferrocarril 16 horas, andando 30 millas por hora; ¿qué tiempo empleará andando 21 millas por hora?

219. Para cubrir el piso de una sala se han empleado 120 varas de alfombra de 38 pulgadas de ancho, ¿cuántas varas se necesitarán de otra alfombra cuyo ancho es 32 pulgadas?

220. Un viajero ha empleado 50 días para andar 348 leguas caminando 20 horas al día; ¿cuántas leguas recorrerá en 30 días caminando 12 horas al día?

221. 15 operarios, trabajando 8 horas diarias durante 21 días, han abierto un foso de 5 metros de largo, 4 de ancho, y 3 de profundidad. Se quiere saber ¿cuántas horas al día deberán trabajar 28 operarios para abrir en 25 días un foso de 35 metros de largo, 2 de ancho, y $1\frac{2}{3}$ de profundidad en el mismo terreno?

222. En una sociedad de 4 comerciantes el primero puso $3,000, el segundo $4,000, el tercero $5,000, y el cuarto $7,500, y habiendo tenido una utilidad de $12,500, se quiere saber qué parte de esta corresponde á cada socio.

223. Tres socios han puesto en un giro en compañía:

el 1º..... $ 15,000 por 5 años.
el 2º..... 20,000 por 4 años.
el 3º..... 10,000 por 3 años.

Habiendo ganado $740,000; ¿qué parte le corresponde á cada uno?

224. ¿Qué cantidad deberá recibirse al fin de cada año por $4,500 impuestos al 5% de interés?

225. ¿Cuál será el interés de $5,672 impuestos al 7% anual al cabo de 10 años?

226. ¿Cuál será el interés de $8,500, impuestos

al $5\frac{1}{2}$% anual al cabo de 2 años 124 días, computándose el año de 365 días?

227. Teniendo una libranza pagadera á los 5 meses de la fecha por $2,300, se quiere saber la suma que se recibirá al contado con el descuento *interior* de $\frac{3}{4}$% mensual.

228. ¿Cuánto deberá recibirse al contado por un vale de $620 á 3 meses de la fecha con el descuento *exterior* de $\frac{1}{2}$% mensual?

229. ¿Cuánto importa el descuento exterior de $12,500 por 4 meses á $\frac{7}{8}$% mensual?

230. Queremos determinar ¿cuántas libras mexicanas son 850 marcos alemanes? en el concepto de que

50 marcos alemanes=25'79 libras inglesas.
150 libras inglesas =68 kilógramos.
33 kilógramos =71'71 libras mexicanas.

231. Queremos determinar cuántos rublos podrán recibirse en San Petersburgo entregando en México $20,000, bajo la base de que los cambios comerciales el día de la operación fueran los siguientes:

$ 1 =44 peniques
100 peniques =10 francos
100 francos =24 rublos

Regla de aligación.

158. Dos son los casos de los problemas de aligación: 1º, *cuando conociéndose el número de unidades y el precio de cada una de las varias clases de un efecto, se trata de determinar el precio medio de la mezcla;* 2º,