cuatro, tres, dos? — Seis entre cinco, cuatro? — Cinco entre cuatro, tres, dos? — Cuatro entre tres? — Tres entre dos?

Observaciones al Profesor. — **13.** Los ejercicios de este capítulo deben desarrollarse en este orden: con objetos, con rayas ó puntos, mentales, y escritos con cifras.

14. Es conveniente que se ejerciten los alumnos á sumar con **y**, y con **más**; á restar con **para**, y con **menos**; á multiplicar con **por** y con **veces**, y á dividir con **entre** y con **veces**.

15. Explique el profesor lo que significa par, impar, terno, cuaterno, bimestre, trimestre, semestre, doble, triple, cuádruplo, etc., y otras palabras semejantes.

CAPÍTULO VII.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Sumario. — 42. ¿Qué es un problema? — 43. Problemas de sumar. — 44. Problemas de restar. — 45. Problemas de multiplicar. — 46. Problemas de dividir. — 47. Problemas combinados.

42. — ¿Qué es un problema?

¿Cuántas son **3** nueces y **2** nueces? — Si á **4** nueces quito **2** nueces, ¿cuántas quedan? — ¿Cuántas son **3** veces **2** nueces? — Si reparto **6** nueces entre **3** niños, ¿á cuántas tocan á cada niño?

Todas estas cuestiones en que se ve hay números conocidos y se pregunta por otros números desconocidos, son problemas que se desean resolver; de manera que:

Problema es una cuestión en la cual se trata por medio de varios números conocidos, buscar un número desconocido.

Los números conocidos se llaman **datos** del problema; y el número desconocido, se llama **incógnita**.

Todo problema debe razonarse, plantearse y ejecutarse las operaciones que resulten indicadas.

Hay problemas de sumar, restar, multiplicar, dividir y también problemas combinados

43. — Problemas de sumar.

Una persona compró **3** libros, un día después **2** y **5** al último, ¿cuántos libros compró por todo?

Razonamiento. — Como se desea saber cuántos libros compró, bastará reunir el **3**, el **2** y el **5** en una sola cantidad, con lo cual quedará resuelto el problema.

Planteo. Coloco los números, unos debajo de otros y trazo una línea recta debajo.

$$\begin{array}{r} 3 \\ +\,2 \\ +\,5 \\ \hline 10 \end{array}$$ libros.

Ejecución de operaciones. — Ejecuto una operación de sumar que me da **10** por suma ó sea el número de libros que se compraron.

En los problemas en que se trata de reunir varias cantidades en una sola, se emplea la operación de **sumar**.

44. — Problemas de restar.

Tengo **8** canicas, pero voy á regalar, **5**, ¿cuántas me quedarán?

Razonamiento. — Como deseo saber las canicas que me quedarán después de regalar **5**, me bastará quitarlas de **8**, ó sea buscar la diferencia entre esos dos números para resolver el problema.

Planteo. Coloco el número mayor arriba, el menor abajo y trazo después una línea recta debajo de dichos números.

$$\begin{array}{r} 8 \\ -\,5 \\ \hline 3 \end{array}$$ canicas.

Ejecución de operaciones. — Ejecuto una operación de restar que me da **3** de diferencia ó sean las canicas que me quedan.

En los problemas en que se trata de buscar la diferencia entre dos cantidades, se emplea la operación de **restar**.

45. — Problemas de multiplicar.

PRIMER CASO. — Sabiendo que **1** juguete cuesta **3** centavos, **2** juguetes ¿cuánto costarán?

Razonamiento. — Si **1** juguete cuesta **3** centavos, **2** juguetes que son **más** costarán dos veces **más** tres centavos.

Planteo. Coloco los números en esta forma :

Juguete.	Centavos.
1.	3
2.	x
1.	3
2.	3×2

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \hline 6 \end{array}$$ centavos.

Ejecución de operaciones. — Ejecuto una operación de multiplicar que me da **6** por producto ó sean los centavos que costaron los **2** juguetes.

SEGUNDO CASO. — Sabiendo que **2** niños hacen una casita de cartón en **3** días, **1** solo niño ¿en qué tiempo la hará?

Razonamiento. — Si **2** niños necesitan **3** días para hacer una casita de cartón, claro es que **1** niño que es **menos** necesitará **2** veces **más** tres días.

Planteo. Coloco los números en esta forma :

Niños.	Días.
2.	3
1.	x
2.	3
1.	3×2

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \hline 6 \end{array}$$ días.

Ejecución de operaciones. — Ejecuto una operación de multiplicar que da **6** días que necesita **1** niño para hacer la casita.

La operación de multiplicar se emplea en los dos casos siguientes :

1° Conocido el valor de una unidad, buscar el de muchas siempre que se trate de lo **más** á lo **más**.

2° Conocido el valor de varias unidades, buscar el de una sola siempre que se trate de lo **menos** á lo **más**.

46. — Problemas de dividir.

PRIMER CASO. — Un niño compró con **6** centavos **2** juguetes, se desea saber cuánto le costó **1** juguete.

Razonamiento. — Si **2** juguetes cuestan **6** centavos, **1** juguete que es **menos**, costará dos veces **menos**, el valor de seis centavos.

Planteo. Coloco los números del siguiente modo :

Juguetes.	Centavos.
2.	6
1.	x
2.	6
1.	6
	2

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ \hline 0 & 3 \end{array}$$ centavos.

Ejecución de operaciones. — Ejecuto una operación de dividir que me da **3** centavos ó sea el precio de **1** juguete.

SEGUNDO CASO. — Sabiendo que **1** niño necesita **6** días para hacer una casita de cartón, **2** niños ¿en cuántos días la harán?

Razonamiento. — Si **1** niño necesita **6** días para hacer la casita, **2** niños, que son **más**, necesitarán dos veces **menos** tiempo.

Planteo. Coloco los números como sigue :

Niños.	Días.
1.	6
2.	x
1.	6
2.	6
	2

6 | 2
0 | 3 días.

Ejecución de operaciones. — Ejecuto una operación de dividir que me da **3** días que necesitan los **2** niños para hacer dicha casa.

La operación de dividir se emplea en los dos casos siguientes :

1° Conocido el valor de varias unidades, buscar el de una siempre que se trate de lo **menos** á lo **menos**.

2° Conocido el valor de una unidad, buscar el de muchas siempre que se trate de lo **más** á lo **menos**.

47. — Problemas combinados.

Un niño tenía en una bolsa de su pantalón **7** canicas y **3** en la otra, se puso á jugar y perdió **6**, las que le quedaron las vendió á **2** centavos cada una, y el producto lo repartió entre **8** limosneros, ¿ cuánto le tocó á cada uno?

Razonamiento. — Como tenía **7** canicas en una bolsa, y **3** en la otra, haré una suma de la cual quito **6** que perdió, es decir, haré una resta, la diferencia la vendió á **2** centavos, haré una multiplicación y el producto lo repartió entre **8** limosneros, haré una división y quedará resuelto el problema.

Planteo. Se hará en esta forma :

7	10
+ 3	— 6
10 canicas.	4 canicas.

	Centavos.
4 canicas.	8 | 8 limosneros.
× 2 centavos.	0 | 1 centavo.
8 centavos.	

Ejecución de operaciones. — Ejecuto primero una operación de sumar que me da **10** canicas, quito las **6** por medio de la resta y me quedan **4** á **2** centavos cada una, hago una multiplicación que me da **8** centavos entre **8** limosneros, ejecuto una división y resulta **1** centavo para cada limosnero.

En los problemas combinados se hace uso respectivamente de la suma, de la resta, de la multiplicación ó de la división según las combinaciones que se indiquen en cada caso particular.

CUESTIONARIO. — ¿ Qué es un problema ? — ¿ Cuáles son los datos y cuál la incógnita en un problema ? — ¿ Qué se debe hacer en todo problema ? — ¿ Qué clase de problemas se conocen ? — ¿ En qué problemas se emplea la operación de sumar ? — Un ejemplo. — ¿ En qué problemas se emplea la operación de restar ? — Un ejemplo. — ¿ En qué casos se emplea la operación de multiplicar ? — Un ejemplo en que se trate de lo más á lo más. — Otro ejemplo de lo menos á lo más. — ¿ En qué casos se emplea la operación de dividir ? — Un ejemplo de lo menos á lo menos. — Un ejemplo de lo más á lo menos. — ¿ Qué operaciones se emplean en los problemas combinados ?

Problemas. — **70.** Un niño aplicado obtuvo en la escuela durante una semana los siguientes puntos buenos : el lunes **2**, el martes **1**, el miércoles **3**, el jueves **2**, el viernes ninguno, y el sábado, **2** ; se desea saber cuántos puntos buenos ganó en la semana.

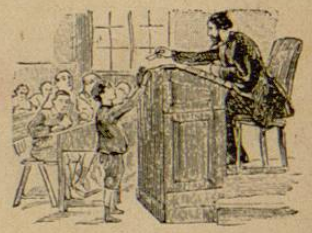

Fig. 35.

71. El mismo niño, que se llamaba Enrique, recibió de su papá una monedita que distribuyó

en lo siguiente : **5** centavos en fruta, **3** centavos en dulces y **2** centavos que regaló á dos ancianos pobres, ¿ cuánto gastó ?

Fig. 36.

Fig. 37.

72. Un día Enrique llevó á la escuela varias canicas que les regaló á sus amigos de esta manera : al primer niño le dió **2** canicas, al segundo le dió el doble, al tercero le dió el triple, y al cuarto le dió el cuádruplo, ¿ cuántas canicas le dió á cada niño ?

Fig. 38.

73. Otra vez Enrique se propuso comprar dulces de varias clases : **2** onzas de á **5** centavos la onza, **3** onzas de á **3** centavos la onza, y **4** onzas de á **2** centavos; ¿ cuánto gastó de cada clase ?

74. Enrique tenía **10** años y era el mayor de sus hermanos, Juan tenía **8**, Ernestina tenía **6**, Julieta **4** y Luis **2**; ¿ cuántos años era mayor que cada uno de sus hermanos ?

75. El papá de Enrique acostumbraba los domingos regalar á sus hijos **10** centavos á cada uno, y cada quien gastaba lo que quería y guardaba lo demás.

Fig. 39.

Fig. 40.

Un día gastaron lo siguiente : Luis **4** centavos, Julieta **8**, Ernestina **3**, Juan **7** y Enrique **10**, ¿ cuánto le sobró á cada niño ?

76. Oye Enrique, — su padre le dijo el día de Navidad, — reparte entre tus hermanos estos juguetes del modo que te voy á decir : á tus hermanas Julieta y Ernestina estas **8** cajitas azules y para ti y tus hermanos Juan y Luis estos **9** paquetitos, y estos **10** botecitos de dulces son para todos ¿ cuánto le tocó á cada hermano ?

Fig. 41.

77. Cuando acabaron las vacaciones, Enrique se fué á la Escuela comprando antes algunos objetos : **2** lápices de colores que le costaron **8** centavos, **3** cuadernos de papel que compró en **9** centavos, **1** pizarrín, **1** lápiz negro y **1** portaplumas, en **6** centavos las **3** cosas, ¿ cuánto le costó cada cosa de todas las que compró ?

Fig. 42.

78. Jugando Enrique con uno de sus amigos, le hizo las siguientes preguntas : En una bolsa de mi pantalón tengo **4** canicas y en otra **6**, ¿ cuántas tengo ? ¿ Cuántas más tengo en una bolsa que en otra ? Las **10** canicas que tengo son de tres clases : **5** de á **2** centavos cada una, **3** de á **3** centavos y **2** de á **4** centavos, ¿ cuánto costaron las canicas de cada clase, y si las regalara á **4** niños, cuántas le tocarían á cada niño, y cuántas me sobrarían después del reparto ?

Fig. 43.

Ejercicios. — **79.** Ejercicio de multiplicación de lo más á lo más. — Si 1 lápiz vale 2 centavos, ¿ cuánto valdrán

2 lápices, 3 lápices, 4 lápices, 5 lápices? — Si 1 vara vale 3 tercias, ¿cuánto valdrán 2 varas, 3 varas? — Si 1 vara vale 4 cuartas, ¿cuánto valdrán 2 varas? — Si 1 vigésimo vale 5 centavos, ¿cuánto valdrán 2 vigésimos?

80. Ejercicio de multiplicación de lo menos á lo más. — Si 2 niños hacen una casita de cartón en 2 días, en 3 días, en 4 días, en 5 días, 1 niño ¿en qué tiempo la hará? — Si 3 niños necesitan 2 días, 3 días, 1 niño ¿cuántos necesitará? — Si 4 niños necesitan 2 días, 1 niño ¿cuántos necesitará? — Si 5 niños necesitan 2 días, 1 niño ¿cuántos necesitará?

81. Ejercicio de división de lo menos á lo menos. — Si 2 juguetes valen 2 centavos, 4 centavos, 6 centavos, 8 centavos, 10 centavos, 1 juguete ¿cuánto valdrá? — Si 3 juguetes valen 3 centavos, 6 centavos, 9 centavos, 1 juguete ¿cuánto costará? — Si 4 juguetes valen 4 centavos, 8 centavos, 1 juguete ¿cuánto valdrá? — Si 5 juguetes valen 5 centavos, 10 centavos, 1 juguete ¿cuánto valdrá?

82. Ejercicio de división de lo más á lo menos. — 1 niño necesita 2 días, 4 días, 6 días, 8 días, 10 días para hacer una casita de cartón, 2 niños ¿en cuántos días la harían? — 1 niño necesita 3 días, 6 días, 9 días, 3 niños ¿cuántos días necesitarán? — 1 niño necesita 4 días, 8 días, 4 niños ¿cuántos días necesitarán? — 1 niño necesita 5 días, 10 días, 5 niños ¿cuántos días necesitarán?

Observaciones al Profesor. — 16. Debe procurarse que el alumno entienda muy bien lo que es un problema, lo que son datos y lo que es incógnita.

17. No se pasará de un problema á otro, mientras el alumno no sepa plantearlo, razonarlo y ejecutar bien las operaciones indicadas.

18. En los problemas de multiplicar y dividir debe procurarse que el niño perciba bien y no confunda la relación directa con la inversa.

19. En cada problema, debe variarse las especies, y conservar siempre los números.

CAPÍTULO VIII.

FRACCIONES.

Sumario. — 48. Mitades. — 49. Tercios. — 50. Cuartos. — 51. Quintos. — 52. Sextos. — 53. Septimos. — 54. Octavos. — 55. Novenos. — 56. Décimos. — 57. ¿Qué es una fracción? — 58. Fracciones comunes. — 59. Fracciones decimales.

48. — Mitades.

La **mitad** de dos bolas es una bola. La **mitad** de

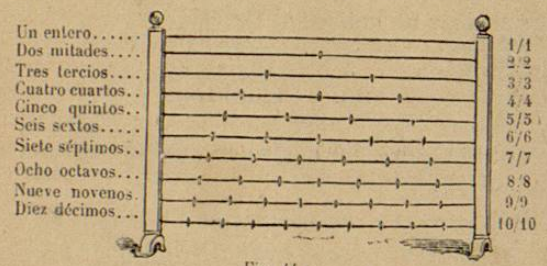

Fig. 44.

cuatro es dos. La **mitad** de seis es tres. La **mitad** de ocho es cuatro. La **mitad** de diez es cinco.

Los números dos, cuatro, seis, ocho y diez tienen **mitad** exacta.

Una regla de madera se puede dividir en dos partes iguales que se llaman **mitades** ó **medios** y se escriben así:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{2}$$

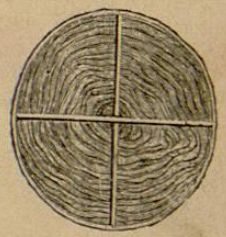

Fig. 45.

que quieren decir **una mitad, dos mitades.**

Para formar un entero se necesitan **dos mitades.**

49. — Tercios.

La **tercera** parte de tres es uno. La **tercera** parte de seis es dos. La **tercera** parte de nueve es tres.

Los números tres, seis y nueve tienen **tercera** parte exacta.

Una regla de madera se puede dividir en tres partes iguales, que se llaman **tercios**, y se escriben así :

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{3}$$

que se leen : **un tercio, dos tercios, tres tercios.**

Para formar un entero, se necesitan **tres tercios.**

50. — Cuartos.

La **cuarta** parte de cuatro es uno. La **cuarta** parte de ocho es dos.

Los números cuatro y ocho tienen **cuarta** parte exacta.

Una regla de madera se puede dividir en cuatro partes iguales, que se llaman **cuartos**, y se escriben así :

$$\frac{1}{4} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{4}$$

que se leen : **un cuarto, dos cuartos, tres cuartos, cuatro cuartos.**

Para formar un entero, se necesitan **cuatro cuartos.**

51. — Quintos.

La **quinta** parte de cinco es uno. La **quinta** parte de diez es dos.

Los números cinco y diez tienen **quinta** parte exacta.

Una regla de madera se puede dividir en cinco partes iguales, que se llaman **quintos**, y se escriben así :

$$\frac{1}{5} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{5}{5}$$

que se leen : **un quinto, dos quintos, tres quintos, cuatro quintos, cinco quintos.**

Para formar un entero, se necesitan **cinco quintos.**

52. — Sextos.

La **sexta** parte de seis es uno.

El número seis tiene **sexta** parte exacta.

Una regla de madera se puede dividir en seis partes iguales, que se llaman **sextos**, y se escriben así :

$$\frac{1}{6} \quad \frac{2}{6} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{4}{6} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{6}{6}$$

Fig. 46.

que se leen : **un sexto, dos sextos, tres sextos, cuatro sextos, cinco sextos, seis sextos.**

Para formar un entero, se necesitan **seis sextos.**

53. — Séptimos.

La **séptima** parte de siete es uno.

El número siete tiene **séptima** parte exacta.

Una regla de madera se puede dividir en siete partes iguales que se llaman **séptimos** y se escriben así :

$$\frac{1}{7} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{6}{7} \quad \frac{7}{7}$$

que se leen : **un séptimo, dos séptimos, tres sépti-**

mos, cuatro séptimos, cinco séptimos, seis séptimos, siete séptimos.

Para formar un entero, se necesitan **siete séptimos.**

54. — Octavos.

La **octava** parte de ocho es uno.

El número ocho tiene **octava** parte exacta.

Fig. 47.

Una regla de madera se puede dividir en ocho partes iguales, que se llaman **octavos**, y se escriben así :

$$\frac{1}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{4}{8} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{8}{8}$$

que se leen : **un octavo, dos octavos, tres octavos, cuatro octavos, cinco octavos, seis octavos, siete octavos, ocho octavos.**

Para formar un entero se necesitan **ocho octavos.**

55. — Novenos.

La **novena** parte de nueve es uno.

El número nueve tiene **novena** parte exacta.

Una regla de madera se puede dividir en nueve partes iguales, que se llaman **novenos**, y se escriben así :

$$\frac{1}{9} \quad \frac{2}{9} \quad \frac{3}{9} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{6}{9} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{8}{9} \quad \frac{9}{9}$$

que se leen : **un noveno, dos novenos, tres novenos, cuatro novenos, cinco novenos, seis novenos, siete novenos, ocho novenos, nueve novenos.**

Para formar un entero, se necesitan **nueve novenos.**

56. — Décimos.

La **décima** parte de diez es uno.

El número diez tiene **décima** parte exacta.

Una regla de madera se puede dividir en diez partes iguales, que se llaman **décimos** y se escriben así :

$$\frac{1}{10} \quad \frac{2}{10} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{4}{10} \quad \frac{5}{10} \quad \frac{6}{10} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{8}{10} \quad \frac{9}{10} \quad \frac{10}{10}$$

Fig. 48.

que se leen : **un décimo, dos décimos, tres décimos, cuatro décimos, cinco décimos, seis décimos, siete décimos, ocho décimos, nueve décimos, diez décimos.**

Para formar un entero, se necesitan **diez décimos.**

57. — ¿ Qué es una fracción ?

Se llama **fracción** una parte ó varias partes iguales de un objeto.

Hay dos clases de fracciones : fracciones **comunes** y fracciones **decimales.**

58. — Fracciones comunes.

Las fracciones **comunes** son las fracciones que resultan de dividir un objeto en cualquier número de partes iguales, por ejemplo, una mitad, dos tercios, tres cuartos, etc.

Las fracciones comunes se escriben con dos números separados por medio de una línea recta horizontal.

El número de abajo que indica en cuántas partes se ha dividido la unidad se llama **denominador** y se pronuncia mitades, tercios, cuartos, etc.

El número de arriba que indica el número de partes iguales que se han tomado de la unidad, se llama **numerador** y se pronuncia : uno, dos, tres, cuatro, etc.

$$\frac{\text{tres}}{\text{cuartos}} \quad \frac{3}{4} \quad \begin{array}{l}\text{numerador.}\\ \text{denominador.}\end{array}$$

59. — Fracciones decimales.

La fracciones **decimales** son las fracciones que resultan de dividir un objeto de diez en diez partes iguales, por ejemplo : un décimo, dos décimos, tres décimos, etc.

Las fracciones decimales se escriben poniendo primero un cero, después una coma y en seguida los décimos de este modo :

0,1 0,2 0,3 0,4, etc.

lo cual quiere decir : un décimo, dos décimos, tres décimos, cuatro décimos, etc.

CUESTIONARIO. — Cuando un objeto se divide en dos partes iguales, ¿ cómo se llama cada una de ellas ? — ¿En tres partes, en cuatro, en cinco, en seis, etc., hasta diez ? — ¿ Qué números tienen mitad exacta, tercera, cuarta, etc., hasta décima ? — ¿ Cómo se escriben las mitades, los tercios, los cuartos, etc., hasta los décimos ? — ¿ Cómo se leen las mitades, los tercios, etc., hasta los décimos ? — ¿ Cuántas mitades, tercios, etc., se necesitan para formar un entero ? — ¿ Á qué se llama fracción ? — ¿ Qué clases de fracciones se conocen ? — ¿ Qué son fracciones comunes ? — ¿ Cómo se escriben las fracciones comunes ? — ¿ Qué indica el denominador ? — ¿ Qué indica el numerador ? — ¿ Qué son fracciones decimales ? — ¿ Cómo se escriben ? — ¿ Cómo se leen ?

Ejercicios. — **83.** Ejercicios de divisibilidad en los números exactos. — ¿Qué números del uno al diez, tienen mitad exacta, tercera, cuarta, etc., hasta décima parte ? — ¿ Cuál es la mitad de dos, cuatro, seis, ocho y diez ? — ¿La tercera de tres, seis, nueve ? — ¿La cuarta de cuatro y ocho ? — ¿ La quinta de cinco y diez ? — ¿ La sexta de seis, séptima de siete, octava de ocho, novena de nueve y décima de diez ?

84. Ejercicios de divisibilidad en números inexactos. — ¿ Cuál es la mitad de uno, tres, cinco, siete y nueve ? — ¿ Cuál es la tercera parte de uno, dos, cuatro, cinco, siete, ocho y diez ? — ¿Cuál es la cuarta parte de uno, dos, tres, cinco, seis, siete, nueve y diez ? — ¿ Cuál es la quinta de uno, dos, tres, cuatro, seis, siete, ocho y nueve ?

85. Continuación del anterior. — ¿ Cuál es la sexta parte de uno, dos, tres, cuatro, cinco, siete, ocho, nueve y diez ? — ¿ Cuál es la séptima parte de uno, dos, tres, etc., menos el siete, hasta el diez ? — ¿ Cuál es la octava parte de uno, dos, tres, etc., menos el ocho, hasta el diez ? — ¿ Cuál es la novena parte de uno, dos, tres, etc., menos el nueve, hasta el diez ? — ¿Cuál es la décima parte de uno, dos, tres, etc., hasta nueve ?

86. Ejercicio objetivo de divisibilidad de la unidad. — Doblar diez tiras de papel del mismo tamaño en dos, tres, cuatro, etc., hasta diez dobleces. — Observación en el ábaco de quebrados ó en el grabado, para determinar cuántas mitades, tercios, cuartos, etc., hasta décimos se necesitan para formar un entero. — ¿ Qué es más grande ó más pequeño : una mitad ó un tercio, un tercio ó un cuarto, etc., hasta un noveno ó un décimo ?

87. Ejercicio de fracciones equivalentes con diferente numerador y denominador. — Una mitad ¿ cuántos cuartos, sextos, octavos y décimos vale ? — Un tercio ¿ cuántos sextos y novenos vale ? — Un cuarto ¿ cuántos octavos vale ? — Un quinto ¿ cuántos décimos vale ?

88. Otro ejercicio de fracciones equivalentes. — Dos tercios ¿ cuántos sextos y novenos son ? — Tres cuartos ¿ cuántos octavos son ? — Dos quintos, tres quintos, cuatro quintos ¿ cuántos décimos son ?

89. Ejercicio de comparación con fracciones de iguales denominadores. — ¿ Cuál es la fracción mayor y cuál la menor entre un décimo, dos décimos, etc., ó nueve décimos ? — ¿ Entre un noveno, dos novenos, etc., ú ocho novenos ? — ¿ Entre un octavo y siete octavos ? — ¿ Entre un séptimo y seis séptimos ? — ¿ Entre un sexto y cinco sextos ? — ¿ Entre un

quinto y cuatro quintos? — ¿Entre un cuarto y tres cuartos? — ¿Entre un tercio y dos tercios?

90. Ejercicios de comparación con fracciones de iguales numeradores. — ¿Cuál es la fracción mayor y cuál la menor entre una mitad y un décimo? — ¿Entre dos tercios y dos décimos? — ¿Entre tres cuartos y tres décimos? — ¿Entre cuatro quintos y cuatro décimos? — ¿Entre cinco sextos y cinco décimos? — ¿Entre seis séptimos y seis décimos? — ¿Entre siete octavos y siete décimos? — ¿Entre ocho novenos y ocho décimos?

91. Ejercicio de sumas con fracciones de diferente denominador. — Sumar mitades con tercios. — Mitades con cuartos. — Mitades con quintos. — Mitades con sextos. — Mitades con octavos. — Mitades con décimos. — Tercios con sextos. — Tercios con novenos. — Cuartos con octavos. — Quintos con décimos.

92. Continuación del ejercicio anterior con tres fracciones. — Sumar mitades con tercios y sextos. - Sumar mitades con cuartos y octavos. — Sumar mitades con quintos y décimos. — Sumar tercios con sextos y novenos.

93. Ejercicio de restar con fracciones de diferente denominador. — Buscar diferencias entre mitades y tercios. — Entre mitades y cuartos. — Entre mitades y quintos. — Entre mitades y sextos. — Entre mitades y octavos. — Entre mitades y décimos. — Entre tercios con sextos. — Entre tercios con novenos. — Entre cuartos con octavos. — Entre quintos con décimos.

94. Ejercicio de divisibilidad en las fracciones. — ¿Cuál es la mitad de una mitad, de un tercio, de un cuarto ó de un quinto? — ¿Cuál es la tercera parte de una mitad ó de un tercio? — ¿Cuál es la cuarta parte de una mitad? — ¿Cuál es la quinta parte de una mitad? — ¿Cuál es la mitad de tres cuartos y de tres quintos? — ¿Cuál es la tercera parte de dos tercios? — ¿Cuál es el sexto de dos tercios, tres cuartos y tres quintos?

95. El mismo ejercicio anterior en otra forma. — Dividir uno entre dos, tres, cuatro, etc., hasta diez. — Dividir una mitad, entre dos, tres, cuatro y cinco. — Dividir un tercio entre dos y tres. — Dividir un cuarto entre dos. — Dividir un quinto entre dos. — Dividir tres cuartos y tres quintos entre dos. — Dividir dos tercios entre tres. — Dividir dos tercios, tres cuartos y tres quintos entre seis.

96. Ejercicios de relación de una fracción con otra ó con la unidad. — ¿En qué relación está la mitad, el tercio, el cuarto, etc., respecto de la unidad? — ¿Qué cosa es el cuarto, el sexto, el octavo, y el décimo respecto de la mitad? — ¿Qué es el sexto y el noveno respecto del tercio? — ¿Qué es el octavo respecto del cuarto? — ¿Qué es el décimo respecto del quinto? — ¿Qué es la mitad respecto de tres cuartos y tres quintos? — ¿Qué es el tercio respecto de dos tercios? — ¿Qué es el sexto respecto de dos tercios, tres cuartos y tres quintos?

97. Ejercicios referentes al sistema métrico antiguo. — ¿Qué es la media vara, la tercia, la cuarta, la sesma, la ochava respecto de la vara? — ¿Qué es la pulgada respecto de la sesma y la cuarta? — ¿Qué es la media vara cuadrada y la tercia cuadrada respecto de la vara cuadrada? — ¿Qué es la media vara cúbica respecto de la vara cúbica?

98. Continuación del ejercicio anterior. — ¿Qué es el medio cuartillo, el cuarterón y el ochavo respecto del cuartillo para semillas? — ¿Qué es el medio cuartillo y el cuarterón respecto del cuartillo para líquidos? — ¿Qué es la pulgada cúbica respecto del cuarterón para líquidos? — ¿Qué es el cuarterón para líquidos respecto de una botella chica de cerveza? — ¿Qué es el medio cuartillo para líquidos respecto de las botellas de cuartillo y medio?

99. Continuación del anterior. — ¿Qué son ocho onzas respecto de una libra? — ¿Qué son cuatro onzas respecto de una libra? — ¿Qué una onza respecto de cuatro onzas ó de media libra? — ¿Qué es el tostón, la peseta y el real respecto del peso de plata? — ¿Qué es el medio respecto del real, la peseta ó el tostón? — ¿Qué es la cuartilla respecto del medio, el real ó la peseta? — ¿Qué es el tlaco respecto de la cuartilla, el medio ó el real?

100. Ejercicio referente al sistema métrico moderno. — ¿Qué es el metro respecto del decímetro? — ¿Qué es el decímetro respecto del metro? — ¿Qué es el centímetro respecto del decímetro? — ¿Á cuántos decímetros equivale el medio metro? — ¿El quinto de metro y el décimo de metro ¿á cuántos decímetros equivale? — Los mismos ejercicios respecto del decalitro, el litro, el decilitro, el centilitro y el mililitro? — Los mismos ejercicios respecto del decagramo y el gramo. — ¿Qué es el décimo de plata respecto del peso y el tostón? — ¿Qué es el centavo respecto del vigésimo y el décimo?

Problemas. — 101. ¿Cuánto sumarán: media vara, dos tercias y un sexto de vara, de una tela de algodón? — ¿Cuánto sumarán tres cuartas de vara, con tres ochavas de tela de

lino? — ¿Cuánto sumarán : medio cuartillo, un cuarto de cuartillo y cinco octavos de cuartillo de maíz?

102. ¿Cuál será la diferencia entre media vara y una tercia? — ¿Entre media vara y tres cuartas? — ¿Entre medio metro y dos quintos de metro? — ¿Entre tres cuartos y siete octavos de cuartillo?

103. ¿Cuánto costará media vara de una tela, sabiendo que una vara vale medio peso? — ¿Cuál será la mitad de un cuartillo y medio para líquidos? — ¿Cuál será la quinta parte de medio metro? — ¿Cuál será la sexta parte de tres quintos de metro? — ¿Cuál es la tercera parte de dos tercias de vara?

104. Un caramelo mide una cuarta de vara y quiero dividirlo entre tres niños, ¿cuánto le toca á cada uno? — ¿Deseo dividir tres cuartos de cuartillo de leche entre dos niños, ¿cuánto le toca á cada uno? — Tengo tres pliegos de papel; el primero lo voy á dividir entre dos niños, el segundo entre tres y el tercero entre cuatro, ¿cuánto le toca á cada uno?

Observaciones al Profesor. — **20.** Para dar con buen éxito la noción de fracciones es necesario valerse del ábaco de quebrados ó bien con objetos divididos; por ejemplo, polígonos regulares descompuestos en triángulos.

21. Los ejercicios mentales deben siempre comprobarse con el ábaco.

22. En los ejercicios escritos procúrese que se comprenda muy bien el significado del numerador, del denominador y la coma decimal.

CAPÍTULO IX.

POTENCIAS Y RAÍCES.

Sumario. — 60. La superficie del cuadrado. — 61. El cuadrado de un número. — 62. El volumen del cubo. — 63. El cubo de un número. — 64. Raíz cuadrada. — 65. Raíz cúbica.

60. — La superficie del cuadrado.

Esta figura es un cuadrado que mide **2** centímetros de

largo y **2** de ancho. Su superficie mide **4** centímetros cuadrados ó sea

$$2 \times 2 = 4 \text{ c. m. cuad.}$$

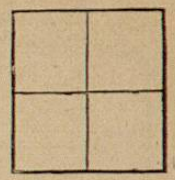

Fig. 49.

En todo cuadrado, el largo y el ancho son iguales.

Para medir la superficie de un **cuadrado** se multiplica por sí mismo el valor de un lado.

61. — El cuadrado de un número.

Un cuadrado que mide **1** centímetro de largo y **1** centímetro de ancho, tendrá **1** centímetro cuadrado de superficie.

Un cuadrado que mide **2** centímetros de largo y **2** de ancho, tendrá **4** centímetros cuadrados de superficie.

Un cuadrado que mide **3** centímetros de largo y **3** de ancho, tendrá **9** centímetros cuadrados de superficie.

El **cuadrado** de un número es el producto que resulta de multiplicar ese número por sí mismo, ó sea tomarlo dos veces como factor.

Para indicar que un número se desea convertir en cuadrado se le escribe arriba y á la derecha un pequeño número **2** que se llama **exponente**.

$$1^2 = 1 \times 1 = 1.$$
$$2^2 = 2 \times 2 = 4.$$
$$3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

62. — El volumen del cubo.

Esta figura representa un cubo que mide **2** centíme-