

GEOMETRIA INTUITIVA.

PRIMERA PARTE. NOMENCLATURA GEOMETRICA.

CAPITULO I.

NOIONES PRELIMINARES.

Sumario: - 1. Cuerpo. - 2. Espaci. - 3. Volumen. - 4. Cuerpos sólidos: de forma irregular y de forma geométrica - 5. Caras de los cuerpos.

1. Se llama **cuerpo** todo ser ú objeto material que ocupa un lugar en la extensión indefinida del espacio;

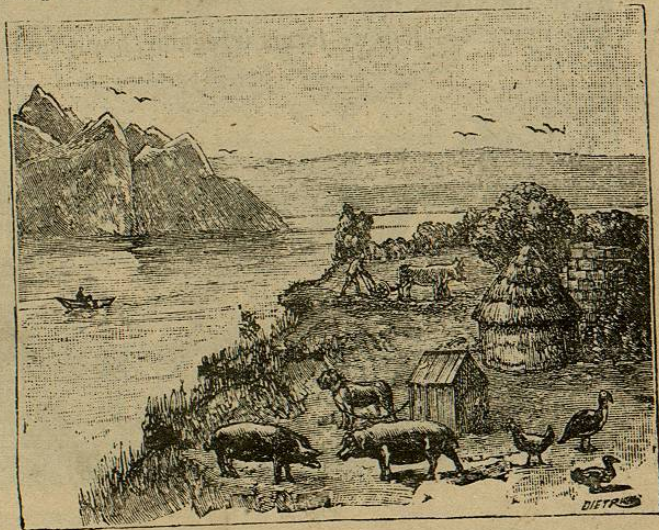


Fig. 1.

por ejemplo: los minerales, los vegetales, los animales, los hombres, los seres artificiales (fig. 1).

2. El **espacio** es muy grande, no tiene principio ni fin, está todo ocupado, ya unas veces por cuerpos sólidos como todos los indicados anteriormente, otras por líquidos como el agua y otras por gases como el aire; pero hasta ahora no conocemos ningún lugar que esté completamente vacío.

3. Se llama **volumen** la parte de espacio que ocupa un cuerpo. Sólo los cuerpos sólidos tienen un volumen más ó menos fijo; los líquidos cambian de volumen según la vasija que los contiene, y los gases cuando están libres se extienden indefinidamente.

4. Los cuerpos **sólidos** según la forma de su volumen son de dos clases:

1º Cuerpos sólidos de **forma irregular**, ó que no obe-

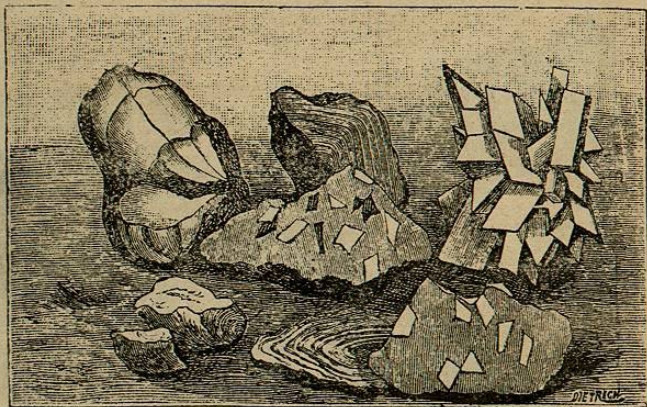


Fig. 2.

decen á ninguna regla fija para engendrar su volumen, y por consiguiente es irregular en todas sus partes (figura 2).

2º Cuerpos sólidos de **forma geométrica**, ó que obedecen á una regla fija para engendrar su volumen, y por consiguiente es regular en todas sus partes (fig. 3).

5. Tanto en los cuerpos de forma irregular, como en los de forma geométrica se observan en su exterior tres clases de caras diferentes que reciben el nombre de **superficies**

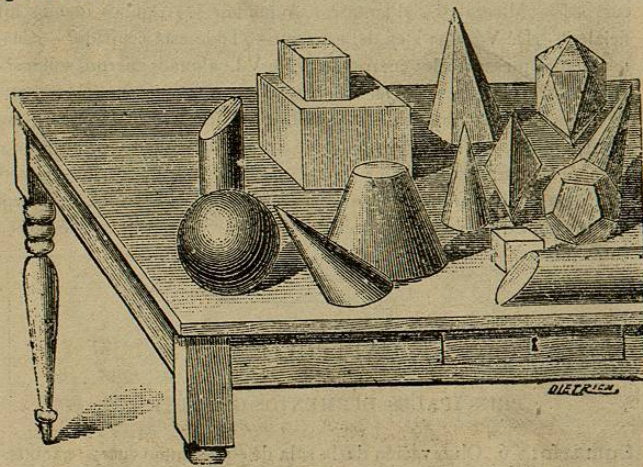


Fig. 3.

1º Cuerpos terminados con superficies **planas** que existen con abundancia en los minerales, cuando están en forma de cristales.

2º Cuerpos terminados con superficies **redondas**, que se encuentran en las plantas, en los animales y en el hombre.

3º Cuerpos terminados con superficies **mixtas**, ó sean formados de planas y redondas, los cuales se encuentran especialmente en los seres artificiales.

Ejercicios y observaciones.—1. Enumeración de objetos y seres: minerales, vegetales, animales, hombres, objetos artificiales.—2. Idea del espacio, lugar que ocupan los cuerpos sólidos, líquidos y gaseosos.—3. Idea del volumen en los sólidos, en los líquidos y en los gases.—4. División de los cuerpos sólidos, por su forma y volumen, en cuerpos de forma irregular y de forma geométrica.—5. Observación de las caras en unos y otros, división natural que resulta.

Cuestionario.—¿Qué es cuerpo?—¿Enumere Vd. algunos cuerpos?—¿Minerales?—¿Plantas?—¿Animales?—¿Algunos objetos artificiales?—¿Dé Vd. una idea del espacio?—¿Todo está ocupado?—¿Cuántos estados presentan los cuerpos?—¿Cite Vd. algunos cuerpos sólidos?—¿Líquidos?—¿Gaseosos?—¿Qué se entiende por volumen?—¿Cómo es el volumen en los sólidos, en los líquidos y en los gases?—¿Cómo se dividen los sólidos según su forma?—¿Qué diferencia hay entre los cuerpos de forma irregular y los de forma geométrica?—¿Ejemplos de unos y otros?—¿Cómo se dividen los cuerpos según sus caras?—¿Ejemplos de cuerpos que tengan caras planas?—¿Cuerpos con caras redondas?—¿Cuerpos con caras mixtas?

CAPITULO II.

PRINCIPALES ELEMENTOS GEOMÉTRICOS.

Sumario:—6. Observación de la sala de clases como cuerpo geométrico.—7. El salón en sus superficies.—8. El salón en sus líneas:

6. Observaciones de la sala de clases como cuerpo geométrico (fig. 4):

1ª Ocupa un lugar en el espacio, tiene forma regular, obedece á una regla fija para engendrar su volumen, luego es un cuerpo geométrico.

2ª Tiene tres dimensiones, **longitud ó largo, latitud ó ancho y altura**, que según los casos se le llama también á esta última, **grueso, espesor ó profundidad**.

3ª Tiene cuatro paredes, un piso y un techo que nos

dan idea de lo que son **superficies planas**. El contorno de cada superficie se llama **perímetro**; en el presente caso es un perímetro cuadrilátero, porque tiene cuatro lados.

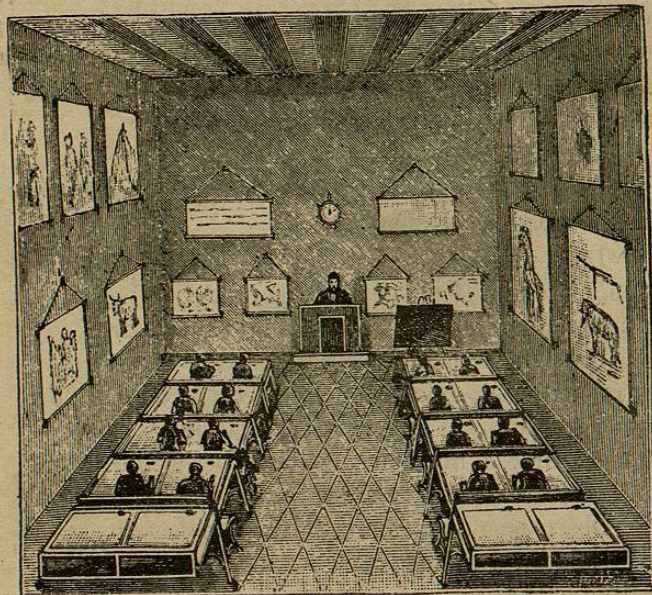


Fig. 4.

4ª Cada superficie acaba por cada lado en una orilla, filo ó juntura que se llama **línea**. En el presente caso hay doce líneas que son todas líneas rectas.

5ª Cada línea acaba en una **punta** que recibe el nombre de **punto**, habiendo en el presente caso ocho puntos.

7. Observaciones de la sala de clases en sus superficies:

1ª Cada superficie del salón tiene sólo dos dimensiones: **longitud** ó **largo** y **latitud** ó **ancho**.

2ª Dos superficies unidas por una línea forman lo que se llama un ángulo **diedro** ó de dos caras; también se notan tres superficies unidas por tres líneas y un punto que forman un ángulo **triedro** ó de tres caras. Si fueren más de tres superficies y un punto se les llama **ángulos poliedros**.

3ª Las paredes de enfrente ó bien el techo con el piso guardan respectivamente entre sí una misma distancia y se llaman superficies **paralelas**.

4ª Dos superficies unidas entre sí por una línea de manera que una se apoye sobre la otra y sin inclinarse á ningún lado, son dos superficies **perpendiculares**.

5ª Las paredes laterales ó sean las cabeceras y costados están trazados siguiendo la dirección de un hilo á plomo, son superficies **verticales**. El techo y el piso están contruídos á nivel ó siguiendo la posición del agua tranquila, son superficies **horizontales**.

8. Observaciones de la sala de clases en sus líneas:

1ª Cada línea no tiene más que una dimensión, es la **longitud** ó **largo**.

2ª Dos líneas que se juntan en un punto ó **vértice** forman un **ángulo lineal**.

3ª Dos líneas opuestas en cada superficie que guardan entre sí una misma distancia, son dos **líneas paralelas**.

4ª Una línea recta que descansa sobre otra sin inclinarse á ningún lado, es una **línea perpendicular**.

5ª Las líneas de las paredes que tienen la dirección de un hilo á plomo son líneas **verticales**; las trazadas á ni-

vel ó siguiendo la dirección de una línea perpendicular á la vertical son líneas **horizontales**.

Ejercicios y observaciones.—6. Observación de la sala de clases considerada como cuerpo geométrico para dar idea de sus tres dimensiones, de superficie, de línea y de punto.—7. Observaciones de superficies: sus dimensiones, ángulos diedros, triedros, poliedros, superficies paralelas, perpendiculares, verticales y horizontales.—8. Observación de líneas, su única dimensión, ángulos lineales, líneas paralelas perpendiculares, verticales y horizontales

Cuestionario.—¿Por qué la sala de clases es un cuerpo geométrico?—¿Señale Vd. sus tres dimensiones?—¿Porga Vd. ejemplos en que la altura se considere como profundidad?—¿Cuántas caras tiene el salón y qué clases de superficies son?—¿A qué llama Vd. perímetro?—¿Qué clase de perímetro tienen las paredes?—¿A qué se llama arista?—¿Señale Vd. y cuente todas las aristas que hay en el salón?—¿Qué clase de aristas son?—¿A qué se llama punto y cuántos puntos hay en el salón?—¿Cuáles son las dimensiones de una superficie?—¿A qué se llama ángulo diedro, triedro ó poliedro?—¿Señale Vd. todos los ángulos diedros y triedros del salón?—¿Hay algún ángulo poliedro?—¿Explique Vd. lo que son superficies paralelas y señale Vd. algunas?—¿Haga Vd. lo mismo con las superficies perpendiculares?—¿Otro tanto con las superficies verticales y horizontales?—¿Qué dimensiones tiene una línea?—¿Cómo es un ángulo lineal?—¿Señale Vd. algunos?—¿Señale Vd. algunas líneas paralelas?—¿Líneas perpendiculares?—¿Verticales y horizontales?

CAPITULO III.

OBSERVACIÓN DE TRES CUERPOS GEOMETRICOS.

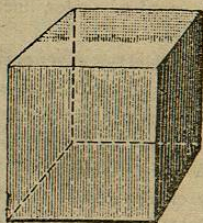
Sumario:—9. Observación del cubo.—10. Observación de la esfera.—11. Observación del cilindro.—12. Diferencias entre los tres cuerpos.—13. Sus semejanzas.—14. Definiciones.—15. La Geometría y su división.

9. El cuerpo que tenemos á la vista es un **cubo**, en el cual observamos lo siguiente (fig. 5):

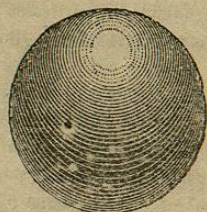
1º Como cuerpo geométrico tiene tres dimensiones iguales, seis superficies planas, doce aristas ó líneas rectas y ocho puntos

2º En sus superficies: tiene dos dimensiones iguales, ángulos diedros y triedros, superficies paralelas, perpendiculares, verticales y horizontales.

3º En sus líneas: una sólo dimensión, ángulos linea-



Núm. 5



Núm. 6.

les, líneas paralelas, perpendiculares, verticales y horizontales.

10. Este cuerpo es una **esfera** y notamos en ella lo siguiente (fig. 6):

1º Como cuerpo geométrico: sus tres dimensiones son iguales, tiene una superficie totalmente redonda, ninguna línea, ni punto fijos.

2º En sus superficies: como se considera una sólo, no se notan ángulos ni posiciones superficiales de ninguna clase.

3º En sus líneas: sólo puede verse un contorno que es una línea curva cerrada llamada **circunferencia**; pero no se notan ángulos ni posiciones lineales de ninguna clase.

11. Este cuerpo se llama **cilindro** y las observaciones que podemos hacer son las siguientes (fig. 7):

1º Como cuerpo geométrico: tiene tres dimensiones, una superficie redonda y dos planas **circulares**, dos líneas curvas cerradas ó circunferencias.



Fig. 7.

2º En sus superficies: combinaciones de superficies planas y curvas, dos superficies circulares paralelas, una superficie curva perpendicular á las planas, otra vertical y dos horizontales circulares.

3º En sus líneas: combinaciones de líneas rectas y curvas, dos circunferencias paralelas, horizontales, verticales, líneas perpendiculares.

12. Observaciones de los tres anteriores cuerpos geométricos en sus diferencias:

1ª En el cubo todas las seis superficies son planas.

2ª En la esfera sólo hay una superficie totalmente redonda.

3ª En el cilindro hay una superficie redonda y dos superficies planas.

13. Observaciones de los mismos cuerpos por sus semejanzas:

1ª Los tres son cuerpos geométricos.

2ª En los tres hay superficies.

3ª En los tres hay líneas.

14. Definiciones importantes:

1º Se llama **cuerpo geométrico** todo objeto material cuyo volumen al engendrarse obedece á una regla fija bien determinada; puede tener caras planas, redondas ó

mixtas. La parte de espacio que ocupa un cuerpo se llama su **volumen**.

2º La **superficie** es el límite que separa á un cuerpo del resto del espacio; en los cuerpos geométricos es la cara exterior que presentan, la cual puede ser plana ó curva.

3º La **línea**, en los cuerpos geométricos es el límite ó fin de una superficie y puede ser recta ó curva.

4º El **punto** en los cuerpos geométricos es el límite ó fin de una línea.

15. La **Geometría** tiene por objeto estudiar las propiedades de los cuerpos de formas regulares, con el fin de medir sus **volúmenes**, sus **superficies** ó sus **líneas**.

La Geometría se divide en tres partes:

1º **Longimetría** que tiene por objeto el estudio de las propiedades y medición de las **líneas**.

2º **Planimetría** que tiene por objeto el estudio de las propiedades y medición de las **superficies**.

3º **Esteriometría** que tiene por objeto el estudio de las propiedades y medición de los **volúmenes**.

Ejercicios y observaciones. 9. Observación del cubo como cuerpo geométrico en sus superficies, líneas, puntos; objetos cúbicos.—10. Los mismos ejercicios con la esfera; objetos naturales y artificiales de forma esférica.—11. Los mismos ejercicios con el cilindro; formas cilíndricas.—12. Hágase que los alumnos precisen las diferencias de los tres cuerpos citados.—13. Que describan por sí mismos sus semejanzas.—14. Procure el Profesor que como resultado final, los alumnos definan las ideas geométricas: cuerpo, superficie, línea, punto.—15. Haga el mismo esfuerzo para obtener de ellos la definición de Geometría y su división.

Questionario. ¿Cómo se llama este cuerpo? (mostrando el cubo). Señale Vd. sus dimensiones.—Enumere Vd. sus superficies, sus aristas y sus puntos.—Observe Vd. las superficies y señale las dimensiones de una.—Sus ángulos diedros y triedros. Las superficies paralelas y perpendiculares.—Verticales y horizontales. Señale Vd. una línea y sus dimensiones. Sus ángulos lineales.—Sus líneas paralelas y perpendiculares.—Verticales y horizontales.—¿Cómo se llama este cuerpo? (mostrando una esfera.)—¿Qué observa Vd. en ella como cuerpo geométrico?—¿Qué nota Vd. en sus superficies?—¿Qué me dice Vd. de sus líneas?—¿Cómo se llama este otro cuerpo? (mostrando un cilindro.)—¿Qué observa Vd. en él como cuerpo geométrico?—¿En sus superficies?—¿En sus líneas?—¿Qué diferencias existen entre los tres cuerpos?—¿Qué semejanzas?—Cite algunos objetos cúbicos, esféricos y cilindros.—¿Qué es un cuerpo geométrico?—¿Qué es volumen?—¿Qué es superficie?—¿Qué es línea?—¿Qué es punto?—¿Cuál es el objeto de la Geometría?—¿Cómo se divide la Geometría?—¿Qué es Longimetría?—¿Qué es Planimetría?—¿Qué es Esteriometría?

CAPITULO IV.

NOMENCLATURA DE VOLÚMENES.

Sumario:—16. Clasificación de los cuerpos geométricos.—17. Poliedros regulares.—18. Poliedros irregulares.—19. Cuerpos redondos.—20.—Cuerpos mixtos.

16. Los cuerpos geométricos se dividen en tres grupos principales:

1º **Poliedros** ó que tienen todas sus superficies planas. Hay dos clases de poliedros: **regulares** ó que tienen sus superficies iguales, é **irregulares** ó que las tienen desiguales.

2º **Cuerpos redondos** ó que tienen todas sus superficies redondas.

3º **Cuerpos mixtos** ó que tienen á la vez superficies planas y redondas.

17. Los **poliedros regulares** que se conocen son los siguientes:

1º El **tetraedro** formado con cuatro superficies **triangulares**, es decir, cerradas por tres lados iguales cada una (fig. 8).

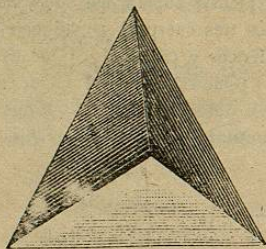


Fig. 8.

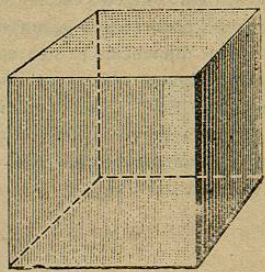


Fig. 9

2º El **hexaedro ó cubo** formado con seis caras **cuadradas**, es decir, cerradas por cuatro lados iguales cada una (fig. 9).

3º El **octaedro** formado por ocho caras triangulares ó de tres lados iguales cada una (fig. 10).

4º El **dodecaedro** formado por doce caras **pentagonales** ó cerradas por cinco lados iguales cada una (figura 11).

5º El **icosaedro** formado por veinte caras triangulares ó de tres lados iguales cada una (fig. 12).

18. Los **poliedros irregulares** que se conocen son los siguientes:

1º Los **prismas** que tienen dos clases de caras diferen-

tes: las **bases**, ó sean la cara superior y la cara inferior, son siempre iguales entre sí y paralelas, pueden estar cerradas por tres, cuatro, cinco ó más lados; las **caras**

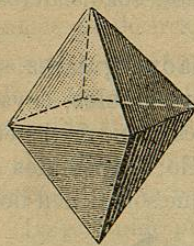


Fig. 10.

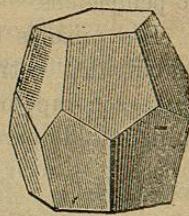


Fig. 11.

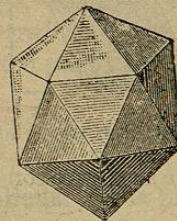


Fig. 12.

laterales tienen siempre cuatro lados de dos en dos paralelos y que reciben el nombre de paralelógramos (figs. 13, 14 y 15).



Fig. 13.

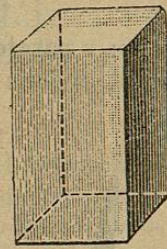


Fig. 14.



Fig. 15.

La **altura** en un prisma es la distancia vertical que une las dos bases.

Los prismas pueden ser **rectos** ú **oblicuos**. En el prisma recto las caras laterales son perpendiculares á las bases. En el prisma oblicuo no lo son (fig. 16).

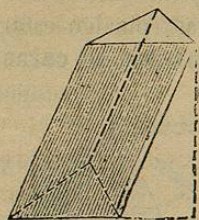


Fig. 16.

Los prismas pueden ser, además: **triangulares**, **cuadrangulares**, **pentagonales**, etc., según que sus bases sean triángulos, cuadriláteros, ó pentágonos.

Los prismas **cuadrangulares** se subdividen en **trapezoidales**, cuyas bases son trapezoides ó que no tienen ningún lado paralelo; **trapeciales** ó que sus bases son trapecios, es decir, que sólo tienen dos



Fig. 17.

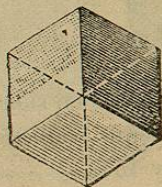


Fig. 18.

lados paralelos y dos no; y **paralelipipedos** ó que sus bases son paralelógramos, es decir con cuatro lados paralelos.



Fig. 19.

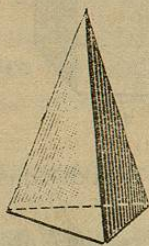


Fig. 20.

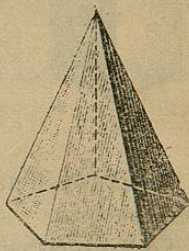


Fig. 21.

Los **paralelipipedos** pueden ser: **rectángulo** si las ba-

ses son rectangulares (fig. 17), **rombal** ó **romboidal** si sus bases son **rombos** ó **romboides**, y **romboedro** si tanto las bases como las caras laterales son rombos (fig. 18).

2º Las **pirámides**, que sólo tienen una base, la cual puede ser de tres, cuatro, cinco ó más lados; las caras laterales son siempre triangulares ó cerradas por tres lados y terminan todas juntas en un sólo punto llamado **cúspide** (figs. 19, 20 y 21).

La **altura** en una pirámide es la distancia vertical de la cúspide á la base.

La pirámide puede ser: **recta** ú **oblicua**. En la pirámide recta la altura es siempre una línea vertical que

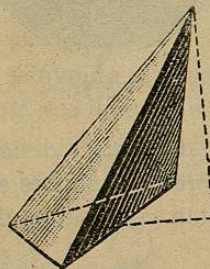


Fig. 22

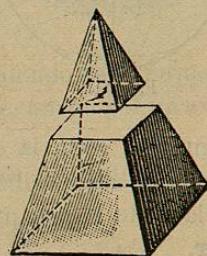


Fig. 23.

une la cúspide con el centro de la base; en la oblicua no se efectúa dicha condición (fig. 22).

Las pirámides pueden ser además: **triangulares**, **cuadrangulares**, **pentagonales**, etc., según que su base sea un triángulo, un cuadrilátero ó un pentágono, etc.

La pirámide **truncada** resulta de cortar por medio de un plano una sección en la parte superior paralela á la base (fig. 23).

19. Los **cuerpos redondos** son los siguientes:

1º La **esfera** que está terminada por una superficie

igualmente redonda en todas sus partes, de manera que cada uno de sus puntos se encuentra á igual distancia de un punto interior llamado centro (fig. 24).

Si se corta la esfera en dos mitades iguales, se llaman **hemisferios** (fig. 25) y la cara plana se llama **círculo máximo**.

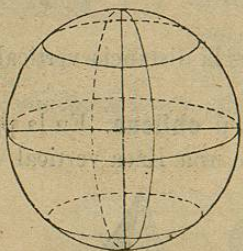


Fig. 24.

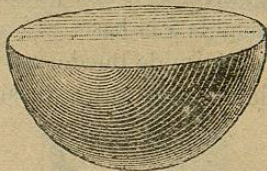


Fig. 25.

Cuando se corta la esfera en dos partes desiguales, cada una de ellas recibe el nombre de **casquete esférico**, y la parte plana que presentan se llama un **círculo menor**.

Cuando una parte de la esfera está comprendida entre dos planos paralelos se llama **segmento esférico**.

La porción de superficie esférica comprendida entre dos círculos se llama **zona**.

La porción de superficie esférica comprendida entre dos semi-circunferencias que se cortan en dos puntos opuestos se llama **huso esférico**.

Toda línea recta que parte del centro de la esfera y termina en cualquier punto de su superficie se llama **radio**. El doble radio se llama **diámetro** ó **eje**, y á los extremos de esta línea se les llama **polos**.

2º El **elipsoide** es un cuerpo redondo terminado por una superficie cuya curvatura no es igual en todas sus partes, de manera que cortado en ciertas direcciones resulta un círculo y en otras resulta una elipse, que se diferencia del círculo en que sus diámetros son desiguales (fig. 26).

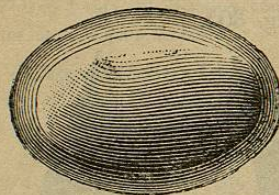


Fig. 26.

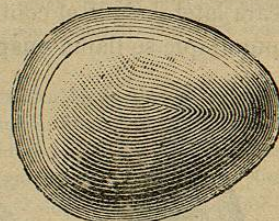


Fig. 27.

3º El **ovoide** es un cuerpo redondo cuya forma es semejante á la de un huevo de ave, ancho por un extremo y angosto por otro (fig. 27).

20. Los cuerpos mixtos son los siguientes:

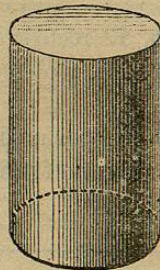


Fig. 28.

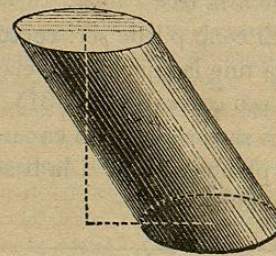


Fig. 29.

1º El **cilindro** que tiene dos bases planas paralelas y circulares, cuya cara lateral es completamente redonda y abarca todo el contorno de las dos bases (fig. 28).

La **altura** de un cilindro es la distancia vertical de las dos bases.

El cilindro puede ser: **recto** ú **oblicuo**. Es recto cuando su altura une los dos centros de las bases y oblicuo en el caso contrario (fig. 29).

2º El **cono** tiene una sola base plana y circular, la cara lateral sigue el contorno de la base y termina en un punto que se llama **cúspide** (fig. 30).

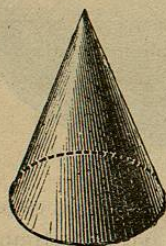


Fig. 30.

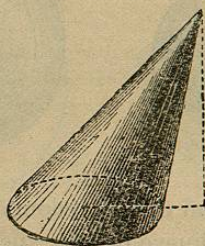


Fig. 31.

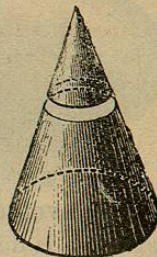


Fig. 32.

La **altura** del cono es la distancia vertical de la cúspide á la base.

El cono puede ser: **recto** ú **oblicuo**. Es recto si la altura une la cúspide con el centro de la base, y oblicuo en el caso contrario (fig. 31).

Si se corta el cono en su parte superior por medio de un plano paralelo á la base, resulta un cono **truncado** (fig. 32).

Ejercicios y observaciones.—16. La clasificación de los cuerpos geométricos se hará en la caja de sólidos por observación.—17. Examinense cada uno de los poliedros regulares en cuanto á sus superficies y sus aristas ó líneas, ángulos, diedros, triedros, etc., ángulos lineales, vértices, superficies y líneas perpendiculares, oblicuas, pa-

rales, verticales, horizontales, inclinadas; superficies triangulares, cuadrangulares, pentagonales, perímetros; ejemplos de objetos que tengan formas semejantes, definiciones, etc.—18. Observaciones en los poliedro, irregulares, siguiendo el mismo orden que en los anteriores, bases, alturas cúspide; ejemplos de formas prismáticas y piramidales, la pirámide truncada.—19. Los cuerpos redondos: uso de las palabras esférico, hemisférico, oval, elipsoidal; ejemplos diversos de varios objetos.—20. Observación de los cuerpos mixtos en el mismo orden que los anteriores ejemplos de formas cilíndricas y cónicas, el cono truncado. Dibujo de todos los cuerpos geométricos.

Cuestionario.—¿Cómo se dividen los cuerpos geométricos?—¿Qué son poliedros?—¿En qué se distinguen los poliedros regulares de los irregulares?—¿Qué son cuerpos redondos?—¿Qué son cuerpos mixtos?—¿Cuántos y cuáles son los poliedros regulares que se conocen?—¿Qué es el tetraedro, el hexaedro, el octaedro, el dodecaedro, el icosaedro?—¿Cuántas caras, aristas, ángulos diedros, triedros ó poliedros y vértices hay en cada uno de los poliedros regulares?—Señale Ud. en los mismos cuerpos: superficies y líneas, perpendiculares, paralelas, oblicuas, verticales y horizontales.—¿Cómo son los perímetros en cada cara de estos cuerpos?—¿Cuáles son los poliedros irregulares?—¿Qué son prismas?—Señale Ud. las bases, la altura y las caras laterales de un prisma.—¿Cómo se dividen los prismas según su posición y según sus bases.—¿Cómo se subdividen los prismas cuadrangulares?—¿Cuáles son los prismas: trapezoidales, trapeziales y paralelepípedos?—¿Cuántas clases de paralelepípedos se conocen?—¿Qué son paralelepípedos, rombales, rectangulares, romboidales?—¿Qué es un romboedro?—¿Qué son las pirámides?—Señale Ud. las caras laterales, la base, la altura y la cúspide de una pirámide.—¿Cómo se dividen las pirámides según su posición y la forma de sus bases?—¿Cuáles son los cuerpos redondos que se conocen?—¿Qué es la esfera?—¿A qué se llama: hemisferio, casquete esférico, segmento esférico?—¿A qué se llama: círculo máximo, círculo menor, zona, huso esférico?—¿Qué es radio, diámetro, eje y polos en la esfera?—¿Qué es elipsoide?—¿Qué es ovoide?—¿Cuáles son los cuerpos mixtos?—¿Qué es un cilindro?—¿Qué es un cono?—¿Explique Ud. lo que sepa de las bases, altura, caras laterales, etc., del cilindro y del cono.