nea horizontal?—¿En qué consiste el nivel de albañil y cómo se usa?—¿El nivel de burbuja de aire? —¿El nivel de agua?—¿Qué casos principales se presentan en el trazo de las líneas perpendiculares? —¿Cómo se trazan las perpendiculares en cada uno de esos casos? —¿Qué casos se presentan en la construcción de las líneas paralelas? —¿Cómo se trazan?—¿Cómo se divide una recta en dos ó más partes iguales?—¿Cómo se divide en partes proporcionales?—¿Qué casos se presentan en la construcción de ángulos?—¿Cómo se resuelven?—¿Qué problemas gráficos se relacionan con la circunferencia?—¿De cuántos modos se puede trazar una circunferencia?—¿Cómo se traza una circunferencia que pase por tres puntos dados?—¿Cómo se resuelven los problemas de las tangentes? - ¿Cómo se rectifica una circunferencia? —¿Cómo se traza la línea espiral?

CAPITULO VIII.

PROPIEDADES Y MEDICIÓN DE LAS LÍNEAS.

Sumario — 45. Principales propiedades de la línea recta. — 46 Medición de líneas rectas. — 47. Propiedades principales de los ángulos — 48. Medición de ángulos —49. Propiedades principales de la circunferencia y líneas que se relacionan con ella — 50. Modo de medir la longitud de la circunferencia. —51. Algunas aplicaciones de la Longimetría.—52. Problemas y ejemplos concretos.

45. Las principales propiedades de la línea recta son las siguientes: 1ª Es la más corta que puede trazarse entre dos puntos dados. 2ª Sólo puede trazarse una sola

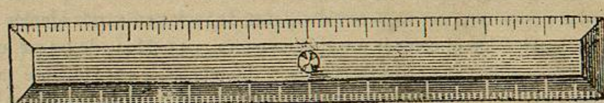

Fig. 118.

recta entre dos puntos. 3ª Su dirección está marcada siempre con dos puntos. 4ª Sólo puede prolongarse en la misma dirección.

46. En la medición de las líneas rectas se usa: para las pequeñas el decímetro ó doble decímetro (fig. 118); para las medianas, el metro lineal; para las grandes el decámetro de cinta (fig. 119), ó la cadena métrica de fierro. El hectómetro, el kilómetro y el miriámetro sólo se usan en los cálculos especialmente para distancias geográficas.

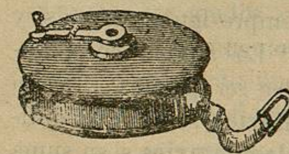

Fig. 119.

Para medir una recta por medio del decímetro ó doble decímetro, basta colocar dicha medida debajo de la recta, leyendo en seguida sobre la primera las unidades de medida que tenga la segunda.

Por medio del compás se puede también medir una línea recta, tomando una medida fija en el doble decí-

Fig. 120.

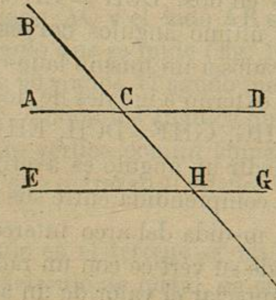

Fig 121.

metro y transportarla después varias veces en la recta que se trata de medir (fig. 120).

Respecto del decámetro de cinta, su uso es extremadamente sencillo y no necesita explicación.

47. Las principales propiedades de los ángulos son las siguientes: 1ª Dos ángulos adyacentes trazados en una recta suman dos ángulos rectos. 2ª Los cuatro ángulos opuestos al vértice son siempre iguales entre sí y suman cuatro ángulos rectos. 3ª Los ángulos comparados entre sí de dos en dos, pueden ser **iguales** si tienen la misma abertura, **complementarios** si su suma ó diferencia es igual á un recto, **suplementarios** si su suma ó diferencia es igual á dos rectos. 4ª En dos líneas paralelas cortadas por una oblicua resultan ocho ángulos, unos internos y otros externos, que, comparados entre sí, resultan las combinaciones siguientes: cuatro **alternos externos** colocados exteriormente á distinto lado de la oblicua é iguales de dos en dos: BCD=EHF, ACB=GHF; cuatro **alternos internos** colocados interiormente también á distinto lado de la oblicua é iguales entre sí de dos en dos: DCH = EHC, ACH = CHG; se llaman por último ángulos **correspondientes** los que están colocados á un mismo lado de la oblicua, uno interno, otro externo é iguales de dos en dos: ACB=EHC, BCD=CHG, GHF=DCH, EHF=ACH (fig. 121).

48. Medir un ángulo es averiguar la mayor ó menor abertura comprendida entre sus dos lados ó bien determinar la medida del arco interceptado entre ellos y trazado desde su vértice con un radio cualquiera.

Para apreciar el valor de un arco de circunferencia, se ha convenido en dividir ésta en 360 partes iguales que se llaman **grados**, cada grado se divide en 60 partes iguales que se llaman **minutos**, cada minuto se divide en 60 partes iguales que se llaman **segundos**. Los grados, minutos y segundos se escriben así: 360° 60′ 60″.

Los ángulos se miden por medio de un instrumento llamado **transportador**, que consiste en un semicírculo de metal ó de alguna substancia transparente, en el cual se anotan los grados y medios grados hasta 180, que es la suma de los ángulos que contiene una semicircunferencia. Para medir un ángulo basta colocar el centro del transportador en el vértice del ángulo A, su diámetro se

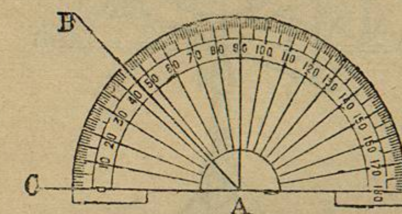

Fig. 122.

hace coincidir con el lado AC y el lado AB señalará en grados el valor del ángulo que se mide (fig. 122).

El ángulo recto vale 90 grados, el agudo menos de 90, y el obtuso más de 90. Todos los ángulos que se trazan sobre una recta con un vértice común suman 180 grados; todos los ángulos que se trazan alrededor de un punto suman 360 grados.

Para medir un ángulo en el terreno se usa del **grafómetro**, que es un semicírculo de metal, en cuyo contorno ó limbo están marcados los grados y medios grados. Tiene dos **alidadas** ó reglas metálicas; la una fija A B que sigue la dirección del diámetro, y la otra CD movible alrededor del centro y adaptada al mismo plano del limbo. Cada alidada tiene en sus extremos dos **pinulas** á través de las cuales se dirigen los rayos visuales. Este instrumento está puesto sobre un pie de manera que permita al operador dar al limbo cualquiera posición: verti-

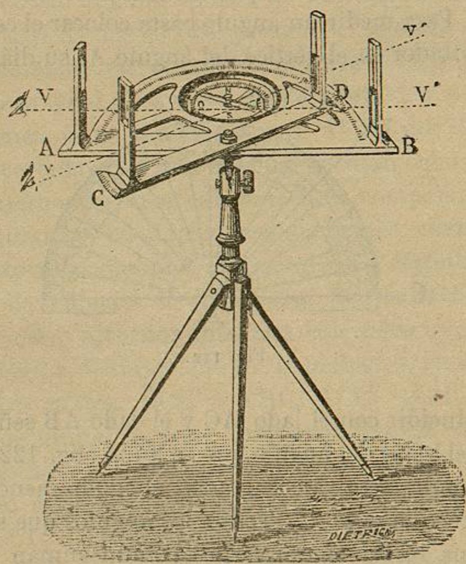

Fig. 123.

cal, horizontal ó inclinada (fig. 123). Para medir un ángulo en el terreno por medio del grafómetro se coloca su centro en el vértice del ángulo, procurando que la alidada fija siga la dirección de un lado del ángulo y colocando en seguida la alidada movible en la dirección del otro, el limbo marcará la medida del ángulo propuesto.

Los ángulos en relación con la circunferencia toman diferentes nombres y tienen además un modo especial

de medirse, á saber: El ángulo en el centro ABC se forma por dos radios y tiene por medida el arco que interceptan sus lados (fig. 124); el ángulo **inscrito** MDO se

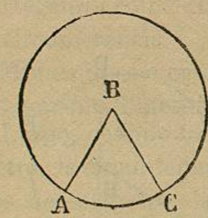

Fig. 124.

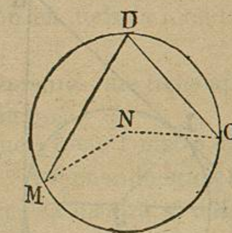

Fig. 125.

forma por dos cuerdas y tiene por medida la mitad del arco que interceptan sus lados (fig. 125); el ángulo AHF formado por dos secantes tiene por medida la mitad de la diferencia de los dos arcos que abrazan sus lados

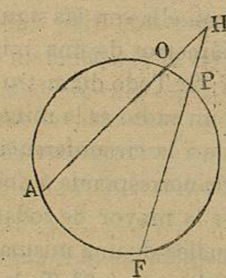

Fig. 126.

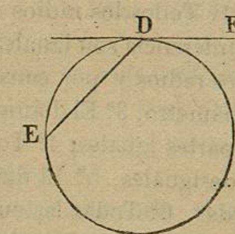

Fig. 127.

(fig. 126); el ángulo DEF formado por tangente y cuerda tiene por medida la mitad del arco que la cuerda subtiende (fig. 127); el ángulo GHI formado por dos tangentes, tiene por medida el arco LK que resulta de los radios prolongados correspondientes á cada tangente (figura 128); el ángulo excéntrico ABC tiene por medida

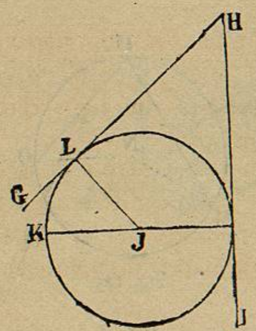

Fig. 128.

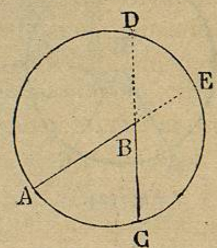

Fig. 129.

la mitad de la suma de los arcos AC y DE que se forman por la prolongación de sus lados (fig. 129).

49. Las principales propiedades de la circunferencia y de las líneas que se relacionan con ella son las siguientes: 1ª Todos los radios y los diámetros de una misma circunferencia son iguales entre sí; 2ª Todo diámetro mide dos radios y por consiguiente un radio es la mitad de un diámetro; 3ª El diámetro divide á la circunferencia en dos partes iguales; 4ª Toda cuerda corresponde á dos arcos desiguales; 5ª El diámetro es la mayor de todas las cuerdas; 6ª Todas las cuerdas iguales de una misma circunferencia están equidistantes del centro; 7ª Toda recta perpendicular á la mitad de una cuerda pasará por el centro de la circunferencia y dividirá al arco en dos mitades; 8ª Los arcos comprendidos entre paralelas en una circunferencia son iguales.

50. Para medir la longitud de una circunferencia, se procederá como sigue:

Construyamos una circunferencia que tenga un metro de diámetro, por ejemplo, un aro de fierro ó de madera.

Hagamos coincidir un cordón en toda la longitud de la circunferencia.

Midiendo este cordón observaremos que tiene aproximadamente 3 metros 14 centímetros.

Luego, cuando la circunferencia tiene 1 metro de diámetro, la circunferencia mide $3^m,14$; cuando mida 2 metros de diámetro, la circunferencia medirá el doble de $3^m,14$ ó sean $3^m,14 \times 2$; por 3 metros de diámetro, la circunferencia medirá $3^m,14 \times 3$, etc.

En general, según sea el número de metros que mida el diámetro, así se repetirá el número 3,14 para obtener la longitud de la circunferencia.

Cuando esta medida se hace con toda exactitud se obtiene para la circunferencia una equivalencia de 3 diámetros 1416 diez milésimos de diámetro, cuya relación los matemáticos la representan con la letra π (pí) y han establecido esta regla:

La longitud de una circunferencia se mide multiplicando su diámetro por π ó sea por 3,1416.

He aquí la fórmula:

$$C = D \times \pi.$$

Conocida la longitud de la circunferencia se puede averiguar el valor del diámetro, dividiendo dicha cantidad por 3,1416, cuyo cociente nos dará la longitud del diámetro. La fórmula quedará así:

$$D = \frac{C}{\pi}.$$

El valor del radio será la mitad de este cociente.

51. Algunas aplicaciones de la Longimetría:

1ª Ejercicios con todas las medidas de longitud.

2ª Medir por medio del decímetro, doble decímetro, el metro ó el decámetro rectas de diversos tamaños.

3ª Sumar y restar rectas de diversos tamaños, prolongarlas según determinada medida.

4ª Tomar de una recta la mitad, tercera, cuarta parte, etc., ó bien duplicarla, triplicarla, cuadruplicarla, etc.

5ª Mídanse con el transportador y el grafómetro ángulos de diferentes tamaños.

6ª Háganse construcciones de sumas y diferencias con ángulos de valores iguales ó diferentes.

7ª Determinar el valor de cada ángulo en el centro cuando la circunferencia se divida en tres, cuatro, cinco ó más partes iguales.

8ª Determinar el valor de varios ángulos formados con líneas rectas que se relacionen con la circunferencia.

9ª Conocida la longitud del radio ó del diámetro, determinar la de la circunferencia ó de un arco cualquiera.

10ª Conocida la longitud de la circunferencia ó de un arco, determinar el valor del diámetro.

52. Problemas y ejemplos concretos para resolver:

1º La distancia de México á Tula es de 80 kilómetros; se desea saber cuántas vueltas dará la rueda mayor de un carruaje en esa distancia, teniendo $1^{m},50$ de diámetro.

2º La longitud del meridiano terrestre es de 40,000.000 de metros; ¿cuál será la longitud de un grado, de un minuto, de un segundo?

3º Siendo el metro la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre, se desea saber qué distancia habrá en metros de cualquier punto del meridiano al centro de la Tierra.

4º Caminando 20 leguas por hora un ferrocarril, se desea saber cuánto tiempo dilataría en dar la vuelta á la Tierra si se hubiera construido sobre el Ecuador.

5º Averiguar cuántas leguas de veinticinco al grado, recorre por hora la Tierra en su movimiento de rotación alrededor de su eje.

6º Sabiendo que el movimiento aparente del Sol es de 15 grados por hora; que cada grado de la Tierra es de 25 leguas, se desea saber: I. Qué distancia habría de México á dos poblaciones situadas, una á 18°20′ al Oriente y la otra á 30°50′ al Poniente y en el mismo paralelo. II. Siendo en México las diez de la mañana, qué hora será en dichas poblaciones.

7º Suponiendo que la altura de la estrella polar sobre el horizonte de México sea de 19°26′, ó sea la latitud de dicha ciudad, se desea saber á qué distancia se encuentra ésta última del polo y del Ecuador.

8º Supongamos: I. Que la Tierra describe alrededor del Sol en un año una circunferencia perfecta. II. Que la distancia de la Tierra al Sol sea de 37.000.000 de leguas. III. Que la duración exacta del año solar sea de $365\frac{1}{4}$ días; se pregunta: 1º ¿Cuál es en kilómetros la longitud de la circunferencia descrita por la Tierra en un año? 2º La longitud de un grado de esta circunferencia? 3º ¿El camino recorrido por la Tierra en un día? 4º ¿En una hora, en un minuto, en un segundo?

Ejercicios y observaciones. —45. Procure el Profesor demostrar intuitivamente las propiedades contenidas en este párrafo. —46. Ejercicios prácticos sobre medición de líneas y explicación de las medidas lineales. —47. Demostración intuitiva de las propiedades de los ángulos —48. Mídanse ángulos con el transportador y si hubiere grafómetro mídanse en el terreno. —49 Ejercicios demostrativos de las propiedades de la circunferencia sin recurrir á combinaciones algebraicas.—50. Hágase práctico el procedimiento que en este párrafo se indica.—51. Busque el Profesor innumerables ejemplos prácticos sobre las aplicaciones de la Longimetría. —52. El Profesor debe aquí limitarse á ayudar á los alumnos en la resolución de los problemas.

Cuestionario. —¿Cuáles son las principales propiedades de la linea recta?—¿Qué medidas se usan para la medición de longitudes?—¿Cómo se mide una línea recta? —¿Cuántos ángulos rectos suman los ángulos trazados sobre una recta ó alrededor de un punto?—¿A qué se llaman ángulos iguales, complementarios y suplementarios?—¿Qué clases de ángulos se forman en dos líneas paralelas cortadas por una oblicua? —¿Cuáles son los ángulos alternos-internos, alternos-externos y correspondientes?—¿Qué cosa es medir un ángulo?—¿Cómo se divide toda circunferencia? ¿Qué son los grados, minutos y segundos y cómo se escriben? ¿A qué se llama transportador y para qué sirve?—¿Qué cosa es el grafómetro, para qué sirve y cómo se usa?—¿Qué clase de ángulos se pueden formar con las rectas que se relacionan con la circunferencia?—¿Cómo se miden todos estos ángulos?—¿Cuáles son las principales propiedades de la circunferencia y de las rectas que con ella se relacionan? —¿Cómo se mide la longitud de una circunferencia?—¿Cuál es la fórmula que se usa?—¿Cómo se obtiene la longitud del diámetro y del radio?

2ª DIVISION.

PLANIMETRIA.

CAPITULO IX.

CONSTRUCCIÓN DE SUPERFICIES.

Sumario: —53. Construcción de triángulos —54. Construcción de cuadriláteros.—55. Trazo de polígonos irregulares: iguales, semejantes y equivalentes.—56. Construcción de polígonos regulares.—57. Construcción de polígonos regulares inscritos. —58. Construcción de polígonos estrellados.—59. Trazo de superficies de perímetro redondo: óvalo, huevo y elipse.

53. En la construcción de los triángulos se presentan los siguientes casos:

1º **Dada la recta** AB **construir un triángulo equilátero**. Con un radio igual á dicha recta y haciendo centro en sus extremos, se trazan los arcos que se cortan en el punto D, el cual se une por medio de rectas con los puntos A y B, y se tendrá la construcción que se pide (fig. 130).

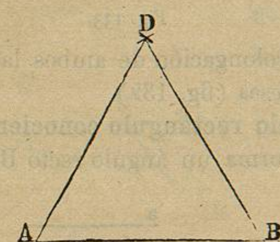

Fig. 130.

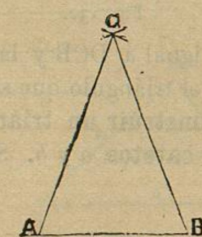

Fig. 131.

2º **Tazar un triángulo isósceles conociendo el lado menor y uno de los iguales.** Siendo A B el lado menor, se hace centro respectivamente en cada uno de sus extremos y con una medida igual al lado A C de los lados iguales se trazan los arcos que se cortan en el punto C que es el tercer vértice del triángulo pedido (figura 131).

3º **Construir un triángulo isósceles dada la base**