APENDICE.

POTENCIAS Y RAICES INTUITIVAS.

De nuestra obra sobre ''Metodología de la Aritmética,'' página 116, en el Capítulo XV, intitulado: *Los problemas trascendentales*, extractamos lo siguiente:

El carácter distintivo y fundamental de los problemas *trascendentes* está indicado en las dos proporciones siguientes:

1ª Conocida la longitud de una línea recta, determinar la superficie del cuadrado ó el volumen del cubo geométricos correspondientes.

2ª Conocida la superficie de un cuadrado ó èl volumen de un cubo determinar la longitud del lado del cuadrado ó del cubo geométricos correspondientes.

Para calcular la superficie del cuadrado ó el volumen del cubo, conociendo la longitud del lado correspondiente, se emplean los procedimientos geométricos adoptados para la medición del paralelógramo cuadrado, y para la medición del prisma cuadrangular cúbico respectivamente.

Para calcular la longitud del lado de un cuadrado ó de un cubo, conociendo la superficie ó el volumen correspondientes, se emplean los procedimientes de extracción de la raíz cuadrada y cúbica respectivamente.

En los ejemplos siguientes precisaremos el carácter peculiar de estos problemas.

Primer ejemplo.—Un patio de forma cuadrada mide 6 metros lineales por lado; ¿cuántos metros cuadrados medirá su superficie?

Para la solución de este problema se emplean los siguientes procedimientos.

1º Como todo cuadrado geométrico tiene sus cuatro lados iguales y sus cuatro ángulos rectos, es claro que tomando como base un solo lado, podrán colocarse en él 6 metros cuadrados, y colocando esta faja 6 veces cubriremos la superficie total del cuadrado; pero como cada faja tiene 6 metros y se necesitan 6 fajas iguales, se obtendrá como resultado final: $6 \times 6 = 36$ metros cuadrados de superficie.

2º Todo cuadrado geométrico puede descomponerse en cuadrados parciales ó en paralelógramos rectángulos, según que la longitud del lado del cuadrado la consideremos en su totalidad ó en un número cualquiera de partes iguales ó desiguales:

1º Si el lado 6 metros lo descomponemos en seis unidades:

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6,$$

la superficie resultará descompuesta en 36 cuadrados iguales ó sean 36 metros cuadrados.

2º Si lo descomponemos en

$$1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 6,$$

ó sean cinco partes, obtendremos 25 figuras geométricas de las cuales son 16 cuadrados de un metro por lado, 8 paralelógramos de dos metros por uno y 1 cuadrado de dos metros por lado: total, 36 metros cuadrados de superficie.

3º Si lo descomponemos en cuatro partes:

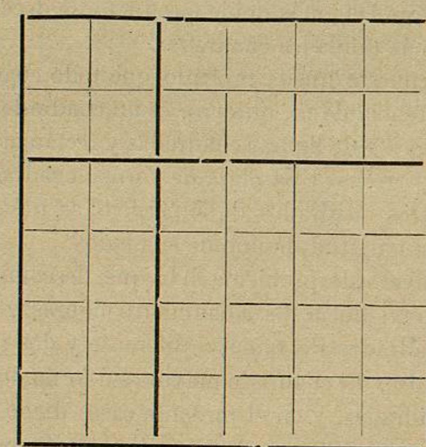
$$1 + 1 + 2 + 2 = 6,$$

resultarán 16 figuras geométricas: 4 cuadrados de un metro por lado, 4 cuadrados de dos metros por lado y 8 paralelógramos de un metro por dos; total, 36 metros cuadrados.

4º Si lo descomponemos en tres partes:

$$1 + 2 + 3 = 6,$$

resultarán 9 figuras geométricos: 3 cuadrados de uno, dos y tres metros por lado respectivamente; 2 paraleló-



gramos de uno por dos, 2 de uno por tres y 2 de dos por tres; total, 36 metros cuadrados.

5º Si lo descomponemos en dos partes:

$$2 + 4 = 6,$$

resultarán 4 figuras geométricas: 1 cuadrado de dos por dos, 1 cuadrado de cuatro por cuatro y 2 paralelógramos iguales de dos por cuatro; total, 36 metros cuadrados de superficie, según se observa en el grabado, que podrá servir también para comprobar todas las observaciones precedentes.

Este modo de formación del cuadrado es el más aceptado de todos, y se usa para los números mayores de diez, los cuales se descomponen en decenas y unidades, resultando la siguiente fórmula:

$$d^2 + 2du + u^2$$

decenas cuadradas, más doble producto de decenas por unidades, más unidades cuadradas.

Con lo expuesto queda probado que todo cuadrado ó segunda potencia de un número, es un cuadrado geométrico, compuesto de figuras cuadradas y rectangulares.

Segundo ejemplo.—Una plaza de forma cuadrada, mide 625 metros cuadrados de superficie; se desea saber ¿cuál será la longitud de uno de sus lados?

Para resolver este problema hay que descomponer la superficie total de la plaza en cuatro figuras geométricas: dos cuadrados de tamaño diferente y dos paralelógramos iguales. El cuadrado mayor está formado por las decenas cuadradas, y en el presente caso, dicho cuadrado es mayor que 100 y menor que 900; si fuera 100, el lado del cuadrado sería una decena ó 10; si fuera 900 el cuadrado, sería su lado 3 decenas ó 30; pero 100 es menor que 625 y 900 es mayor; luego el lado del cuadrado no debe ser ni 1 ni 3 decenas, sino la decena intermedia entre ambas, es decir, la decena 2 ó sea su equivalente

20 unidades. Pero como el cuadrado de 20 mide 400 metros cuadrados, es claro que en los 225 metros cuadrados restantes están contenidos el segundo cuadrado y los dos paralelógramos que faltan.

Para averiguar la longitud del lado del segundo cuadrado ó sea la cifra de las unidades, hay necesidad de observar la cifra terminal de la derecha de los cuadrados de los diez primeros números. Se notan los siguientes hechos: terminan en 1 los cuadrados de 1 y 9; terminan en 4 los cuadrados de 2 y 8; termina en 5 el cuadrado de 5; terminan en 6 los cuadrados de 4 y 6; terminan en 9 los cuadrados de 3 y 7, y terminan en 0 el cuadrado de 10 y sus múltiplos. Ningún cuadrado se observa que termine en las cifras 2, 3, 7 y 8. Ahora bien, aplicando estas observaciones al número 625 ó al 225 restante, notamos desde luego que su cifra terminal es 5, luego el número que sirvió para formar el cuadrado respectivo debe ser necesariamente el número 5, y por consecuencia el segundo cuadrado será 25 metros cuadrados de superficie, que disminuídos del 225, quedarán 200 metros cuadrados, cuya cantidad representa las superficies de dos paralelógramos iguales de 100 metros cuadrados cada uno y de 20 metros por 5, que son las dos partes en que se descompuso la longitud 25, que mide cada lado de la plaza.

La serie de operaciones verificadas para resolver el segundo problema es lo que se llama la extracción de la raíz cuadrada, que consiste en ir restando parcialmente del cuadrado cada una de sus partidas: decenas cuadradas, doble producto de decenas por unidades y unidades cuadradas.

Tercer ejemplo.—Un estanque de forma cúbica mide 6 metros de profundidad; se desea saber ¿cuántos metros cúbicos medirá el volumen?

Este problema puede resolverse empleando los dos procedimientos siguientes:

1º Todo cubo geométrico está terminado por seis caras cuadradas iguales, perpendiculares entre sí; por consiguiente, en la base podrán colocarse 36 metros cúbicos y cuya capa, repitiéndola 6 veces, llenará totalmente el volumen del estanque ó sean $36 \times 6 = 216$ metros cúbicos de volumen.

2º Todo cubo geométrico se descompone en cubos y en prismas cuadrangulares de base cuadrada. En el problema que venimos estudiando, pueden hacerse cinco descomposiciones diferentes, según que la longitud del lado del estanque lo consideremos dividido en seis, cinco, cuatro, tres ó dos partes, del modo siguiente:

1º En 6 partes: $1+1+1+1+1+1$, el volumen será de 216 cubos de un metro por arista.

2º En cinco partes: $1+1+1+1+2$, el volumen será de 125 cuerpos: 64 cubos de un metro por arista, 48 prismas de un metro cuadrado por base y dos de altura, 12 prismas de 4 metros cuadrados de base y uno de altura, 1 cubo de dos metros de arista.

3º En 4 partes: $1+1+2+2$, el volumen será de 64 cuerpos: 8 cubos de uno por arista, 24 prismas de un metro cuadrado de base por dos de altura, 24 prismas de cuatro metros de base por uno de altura, 8 cubos de dos por arista.

4º En 3 partes: $1+2+3$, el volumen será de 27 cuerpos: 3 cubos de uno, dos y tres metros por arista, 3 prismas de cuatro metros cuadrados de base por uno de altura, 3 de nueve por uno, 3 de uno por dos, 3 de uno por tres, 3 de nueve por dos, 3 de cuatro por tres, 6 de uno por dos y por tres.

5º En 2 partes: $2+4$, el volumen será de 8 cuerpos: 2 cubos de dos y cuatro metros por arista, 3 prismas de cuatro por cuatro (1), 3 prismas de diez y seis por dos.

Este modo de formación del cubo, es el más aceptado de todos y se usa para los números mayores de diez, los cuales se descomponen en decenas y unidades, resultando la siguiente fórmula:

$$d^3 + 3d^2u + 3du^2 + u^3$$

decenas cúbicas, más triple producto de decenas cuadradas por unidades, más triple producto de decenas por unidades cuadradas, más unidades cúbicas.

Queda probado que todo cubo ó tercera potencia de un número, es un cubo geométrico compuesto de cuerpos cúbicos y prismáticos rectangulares.

Cuarto ejemplo.—Un depósito de agua de forma cúbica tiene 2744 metros cúbicos de volumen: se desea saber ¿cuál será su profundidad?

Para resolver este problema hay que descomponer el volumen 2744 metros cúbicos en ocho cuerpos geométricos: dos cubos de tamaño diferente, tres prismas iguales

(1) Por una coincidencia la superficie de la base 4 coincide con la altura también 4, dando lugar á la formación de cubos, debiendo ser prismas; pero si en vez de $2+4$ que da origen á dicha coincidencia se consideran como partes $2+1$, el resultado sería forzosamente como sigue: 8 cuerpos: I un cubo de 1 m. cúb.: II un cubo de 8 m. cúb.; III, IV y V 3 prismas iguales de $1 \times 1 \times 2$ ó sean 6 m. cúb ; VI, VII y VIII tres prismas iguales de $2 \times 2 \times 1$ ó sean 12 m. cúb. Total: $1+8+6+12=27$ m. cúb. Obsérvese la figura 192 de esta obra.

que tengan como base las decenas cuadradas y como altura las unidades, y otros tres prismas, también iguales, cuyas bases sean las unidades cuadradas y como altura las decenas.

El mayor de los cubos contenidos en dicho volumen, está formado por las decenas cúbicas; si fuera 1 decena ó 10 unidades, el cubo sería 1000; si fueran dos decenas ó 20 unidades, el cubo sería 8000; pero este segundo número es mayor que 2744, luego no podrán ser dos decenas la primera parte de la arista, sino una sola ó sean simplemente diez unidades. Ahora bien, el cubo de 10 es 1000, restándolo de 2744 quedan 1744 metros cúbicos, en cuya cantidad están contenidos los siete cuerpos geométricos que faltan.

Para averiguar la longitud de la arista del segundo cubo ó sea el más pequeño, representado por las unidades cúbicas, hay necesidad de observar la cifra terminal de la derecha de los cubos de los diez primeros números; se notan los siguientes hechos: el cubo de 1 termina en 1, el de 2 en 8, el de 3 en 7, el de 4 en 4, el de 5 en 5, el de 6 en 6, el de 7 en 3, el de 8 en 2, el de 9 en 9 y el de 10 en 0. No hay dos cubos que terminen en la misma cifra. Aplicando estas observaciones al número 2744 ó á la resta 1744, se notará que la cifra terminal es 4; luego la cifra que sirvió para formar el segundo cubo, será necesariamente el número 4 y su volumen será de 64 metros cúbicos, que disminuídos de 1744 quedarán 1680 metros cúbicos, cuya cantidad representa los seis prismas restantes.

De estos seis prismas, tres miden 100 metros cuadrados de base por 4 metros de altura, ó sean 400 metros

cúbicos de volumen por cada prisma, y por los tres son 1200 metros cúbicos, que disminuídos de 1680 quedan 480 metros cúbicos de los últimos tres prismas, que miden cada uno 16 metros cuadrados de base y 10 metros de altura ó sean 160 metros cúbicos de volumen, haciendo un total de 480 metros cúbicos que disminuídos de 480 no queda nada. La profundidad del estanque es, pués, de $10+4=14$ metros lineales.

El conjunto de todas las operaciones anteriores empleadas para resolver el cuarto problema, es lo que se llama la extracción de la raíz cúbica, que consiste en ir restando parcialmente del cubo, cada una de sus partidas: decenas cúbicas, triple producto de las decenas cuadradas por las unidades, triple producto de las decenas por las unidades cuadradas y unidades cúbicas.

FIN.

INDICE.

Pags.

SEGUNDA PARTE.

Longimetría.—Planimetría—Estereometría.

1.ª DIVISIÓN—Longimetría.

2.ª DIVISIÓN—Planimetría.

3.ª DIVISIÓN.—Estereometría.

ARTICULOS PEDAGOGICOS

Por JULIO S. HERNANDEZ.

Esta importante obra de consulta para los Maestros de las Escuelas Primarias de la República, es una colección de 36 estudios pedagógicos bastante extensos sobre la educación del hombre, según el criterio filosófico reinante, el concepto científico de la Escuela y su alta misión en la vida moderna; la disciplina escolar en sus más elevadas funciones, hasta descender á los actos más insignificantes de la conducta humana; la metodología general y especial de cada asignatura comprendiendo el método, procedimiento, forma y modo de cada conocimiento científico, artístico é industrial; la organización escolar en todos sus más minuciosos detalles; la formación y división de programas escolares en meses hasta descender al esquema de la lección práctica; enumeración de todas las deficiencias actuales de nuestras escuelas primarias y medios de corregirlas; ideales pedagógicos de la futura escuela mexicana; doctrinas especiales del autor sobre la reforma pedagógica en lo que se refiere á métodos y procedimientos para la enseñanza del cálculo, el lenguaje y las nociones científicas; descripción de los métodos y procedimientos aceptados hoy en el Distrito Federal; legislación escolar vigente, precedida del decreto que creó al Consejo Superior de Educación y el discurso inaugural del Sr. Subsecretario de Instrucción Pública, Lic. D. Justo Sierra, etc.

Basta la enunciación de estos asuntos para demostrar la gran trascendencia de la obra; pero sólo hemos querido hacer de ella una síntesis muy ligera; en el índice general hay más estudios que hemos omitido, y en el curso de la obra abundan los detalles que son siempre de capital importancia para la consulta diaria de los Maestros, para la cultura de los padres de familia en sus relaciones con la Escuela, y para la ilustración de los hombres que tengan ó quieran tener ingerencia alguna en los asuntos de la enseñanza pública.

Un ejemplar, rústica, de más de 500 páginas.$ 3 00

Un ejemplar, pasta de tela........................ 3 50

LIBRERIA DE LA VDA. DE CH. BOURET.

¡QUE MUERAN LOS QUEBRADOS!

Una gran reforma matemática

POR JULIO S. HERNANDEZ.

Las matemáticas antiguas basadas en axiomas de dudosa universalidad; en teoremas abstractos de difíciles y complicadas demostraciones; en convencionalismos irracionales como son la mayor parte de las reglas de aritmética actualmente en boga, han sido substituidos ventajosamente por las matemáticas modernas fundadas en el *razonamiento puro* que se deriva de las observaciones hechas en la Naturaleza de fenómenos matemáticos: claros, sencillos, intuitivos que entran por nuestros sentidos y que dan origen á inducciones de facilísima comprensión para toda clase de personas aun las menos aptas, que deseen abordar el estudio de las ciencias matemáticas.

En este libro se explican con luminosa claridad todos los absurdos que se encuentran en los procedimientos antiguos para enseñar aritmética, y se prueba con evidencia cómo de un modo fácil y sencillo se hechan por tierra esas viciosas prácticas que deben morir para siempre y sustituirse por otras nuevas que como las iniciadas por el autor, encantan por su s[illegible]cillez tanto á los maestros como á los niños, así c[illegible] aquellas producen hastío y dan origen á terribles [illegible]fermedades mentales que como la *aritmofobia*, [illegible] vez adquiridas son incurables en los niños.

La reforma de que se habla en este libro, ha [illegible] recibida con aplauso en toda la República y la pr[illegible] pedagógica extranjera de preferencia la sud-ame[illegible]cana le ha concedido los honores de su aprobaci[illegible] le ha dado ya gran publicidad en sus revistas ed[illegible]cionales. **Un ejemplar, 30 centavos.**

Quedan muy pocos ejemplares de la primera edición y ya se procede á preparar la segunda.